

Interpretacja sondowań dylatometrycznych (DMT) z wykorzystaniem analizy bayesowskiej

Simon Rabarijoely¹, Stanisław Jabłonowski², Tomasz Falkowski¹, Kazimierz Garbulewski¹



S. Rabarijoely S. Jabłonowski T. Falkowski K. Garbulewski

Interpretation of dilatometer tests (DMT) using Bayesian theory. *Prz. Geol.*, 56: 322–329.

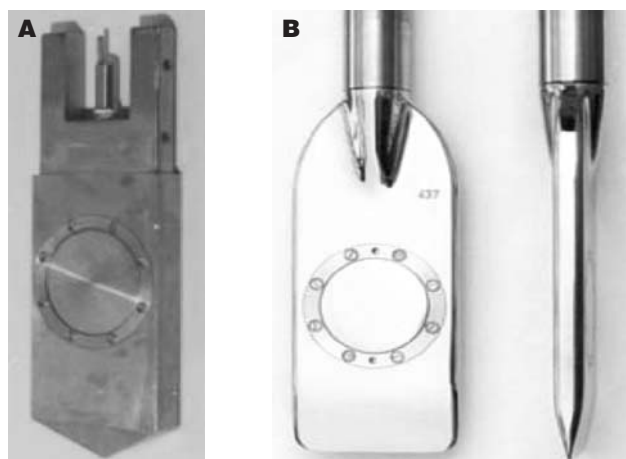
Abstract. Almost 250 years ago, T. Bayes outlined a statistical method which has become increasingly apparent and it allows scientists to combine new data with their existing knowledge and explained how should change beliefs in the light of new evidence. The paper addresses the applicability of Bayesian approach to the interpretation of DMT investigation carried out on the Campus SGGW at Warsaw. The first part of paper focuses on the geological and geotechnical conditions in the campus area and the theoretical foundation of Bayesian

approach. The second part of paper includes the DMT tests with statistical analysis of soil parameters obtained. Finally, the application of Bayesian theory determines the distribution of characteristic DMT indexes in two geological layers of the SGGW Campus foundation. Examples of applying the Bayesian analysis demonstrate that it is a powerful and promising statistical tool in decision-making processes related to the selection of soil parameters in geotechnical design.

Keywords: Bayesian theory, dilatometer test, tests interpretation

Ponad 30 lat temu dr Silvano Marchetti zaprojektował i wykonał w L'Aquila University we Włoszech pierwszy dylatometr (ryc. 1A). Konstrukcję urządzenia i zasady badań gruntów przedstawił w 1975 r. na konferencji amerykańskich inżynierów budownictwa (ASCE) w Raleigh (Marchetti, 1975). Od publikacji w materiałach ASCE (Marchetti, 1980), w których opisał procedurę badań i podał fundamentalne reguły interpretacji, badania dylatometrem Marchetti'ego (DMT) zostały włączone do badań *in situ* osadów powierzchniowych. Obecnie są powszechnie wykonywane i uznawane za najbardziej wiarogodne w określaniu historii naprężenia gruntów i ich parametrów odkształceniowych. Współpracując z dr. J.H. Schmertmannem, profesorem uniwersytetu Florydy, Marchetti wprowadził w 1979 r. dylatometr do badań gruntów w USA. Początkowo badania DMT wykonywała firma *Schmertmann & Crapps Inc.*, obecnie ponad 200 amerykańskich firm wykorzystuje najnowszą wersję dylatometru, którego łopatkę pokazano na rycinie 1B (Crapps, 2006).

Badania DMT były przedstawiane w licznych publikacjach, przy czym do najbardziej rozwojowych należy zaliczyć opracowania Marchetti'ego i Crappsa, 1981; Schmertmanna, 1986; Briauda i Mirana, 1992; Marchetti'ego, 1999. W Polsce prace badawcze z wykorzystaniem DMT w największym zakresie są prowadzone w następujących ośrodkach: Katedra Geotechniki Akademii Rolniczej w Poznaniu (Młynarek i in., 2006), Katedra Geotechniki, Geologii i Budownictwa Morskiego Politechniki Gdańskiej (Bałachowski, 2006), Instytut Hydro-



Ryc. 1. Widok łopatki dylatometru wykonanego w 1974 r. (A) i obecnie stosowanego w badaniach gruntów *in situ* (B)

Fig. 1. View of dilatometer blade in 1974 (A) and actually used in soil *in situ* tests (B)

geologii i Geologii Stosowanej Uniwersytetu Warszawskiego (Kaczyński, 2002) i Katedra Geoinżynierii Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie (Rabarijoely, 2000; Lechowicz & Rabarijoely, 2005).

Pomimo wieloletnich już doświadczeń i ugruntowanej pozycji badań DMT w Polsce do interpretacji pomiarów stosuje się dotychczas zasady podane przez Marchetti'ego w 1980 r., bez uwzględnienia specyfiki polskich gruntów, zwykle silnie prekonsolidowanych, co może prowadzić do błędów w określaniu parametrów projektowych. W niniejszym artykule podano tradycyjnie stosowane zasady interpretacji wyników badań DMT i ich wykorzystanie do oceny sztywności gruntów spoistych (glin zwałowych) występujących na terenie kampusu SGGW oraz propozycję zastosowania w interpretacji badań dylatometrycznych glin zwałowych analizy Bayesa (Alén, 1998; Alén & Sällfors, 1999; Garbulewski i in., 2007).

¹Katedra Geoinżynierii, Wydział Inżynierii i Kształtowania Środowiska, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa; simon_rabarijoely@sggw.pl, tomasz_falkowski@sggw.pl, kazimierz_garbulewski@sggw.pl

²Katedra Informatyki, Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa; stjaja@mail.sggw.pl

Wnioskowanie na podstawie twierdzenia Bayesa

W klasycznej statystyce matematycznej rozumie się na podstawie próby losowej pobranej z populacji. Jednakże, zwłaszcza od początku lat 80. XX w., coraz więcej zwolenników zdobywa tzw. podejście bayesowskie, w którym wnioskowanie odbywa się na podstawie nie tylko właściwości próby, ale również wiedzy dotyczącej badanego zagadnienia posiadanej *a priori*. Z tych dwóch zestawów danych zostaje wygenerowana informacja *a posteriori*. Można wykazać, że jeśli aprioryczne prawdopodobieństwa w podejściu bayesowskim są nietendencyjne, to podejścia klasyczne i bayesowskie dają wyniki zbliżone. Lepiej jest jednak stosować podejście bayesowskie, pozwala ono bowiem wykorzystać aprioryczną wiedzę o zagadnieniu, jeśli oczywiście taką wiedzę dysponujemy. Podstawą podejścia, o którym mowa, jest twierdzenie sformułowane przez Thomasa Bayesa, matematyka angielskiego z XVIII wieku. W podstawowej postaci twierdzenie przedstawia zależność prawdopodobieństwa warunkowego zdarzenia A pod warunkiem B od prawdopodobieństw warunkowych zdarzenia B pod warunkiem A i pod warunkiem dopełnienia zdarzenia A oraz prawdopodobieństwa zdarzenia A i jego dopełnienia, co można wyrazić w następujący sposób:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})} \quad (1)$$

Wzór (1) uogólnia się na sytuację, w której rozważane jest występowanie wielu wykluczających się zdarzeń, a nie jak w podanej zależności jedynie zdarzenia A i jego dopełnienia:

$$P(\theta|x) = \frac{P(x|\theta)P(\theta)}{\sum_i P(x|\theta_i)P(\theta_i)} \quad (2)$$

gdzie:

x — wynik obserwacji,

θ — parametr populacji, który chcemy oszacować,

θ_i — wszystkie możliwe wartości parametru θ (po tych wartościach przebiega sumowanie w mianowniku).

Przyporządkowanie warunkowych prawdopodobieństw $P(x|\theta_i)$ wszystkim możliwym wartościom nieznanego parametru θ nazywa się funkcją wiarygodności. Mając zatem wynik obserwacji x oraz znając funkcję wiarygodności (zaobserwowanego wyniku x ; nie wszystkich możliwych wyników obserwacji!), a także znając aprioryczne prawdopodobieństwa $P(\theta_i)$ przyjęcia przez parametr θ możliwych wartości, można obliczyć prawdopodobieństwo aposterioryczne przyjęcia określonej wartości przez ten parametr. Zatem można wyznaczyć aposterioryczny rozkład prawdopodobieństwa tego parametru. Opisany przypadek dotyczy parametru o rozkładzie skokowym.

Najczęściej jednak mamy do czynienia z rozkładem ciągłym parametru. Przed omówieniem wzoru Bayesa dla rozkładu ciągłego warto zwrócić uwagę na to, że parametry populacji, które chcemy szacować, takie jak parametr θ , są traktowane jak zmienne losowe, inaczej niż w podejściu klasycznym, w którym są to określone, choć nieznanne wielkości (przykłady parametrów: średnia, odchylenie standardowe, frakcja określonego typu elementów).

Dla zmiennych losowych o ciągłym rozkładzie prawdopodobieństwa twierdzenie Bayesa można przedstawić następująco:

$$f(\theta|x) = \frac{f(x|\theta) \cdot f(\theta)}{\int_{\Omega} f(x|\theta) \cdot f(\theta) d\theta} \quad (3)$$

gdzie:

$f(\theta)$ — funkcja gęstości prawdopodobieństwa *a priori* parametru θ ,

$f(x|\theta)$ — funkcja wiarygodności, czyli funkcja gęstości warunkowego wyniku obserwacji przy danej wartości θ ,

Ω — zbiór możliwych wartości szacowanego parametru θ ,

$f(\theta|x)$ — funkcja gęstości aposteriorycznego prawdopodobieństwa parametru θ po zaobserwowaniu wyniku x z próby.

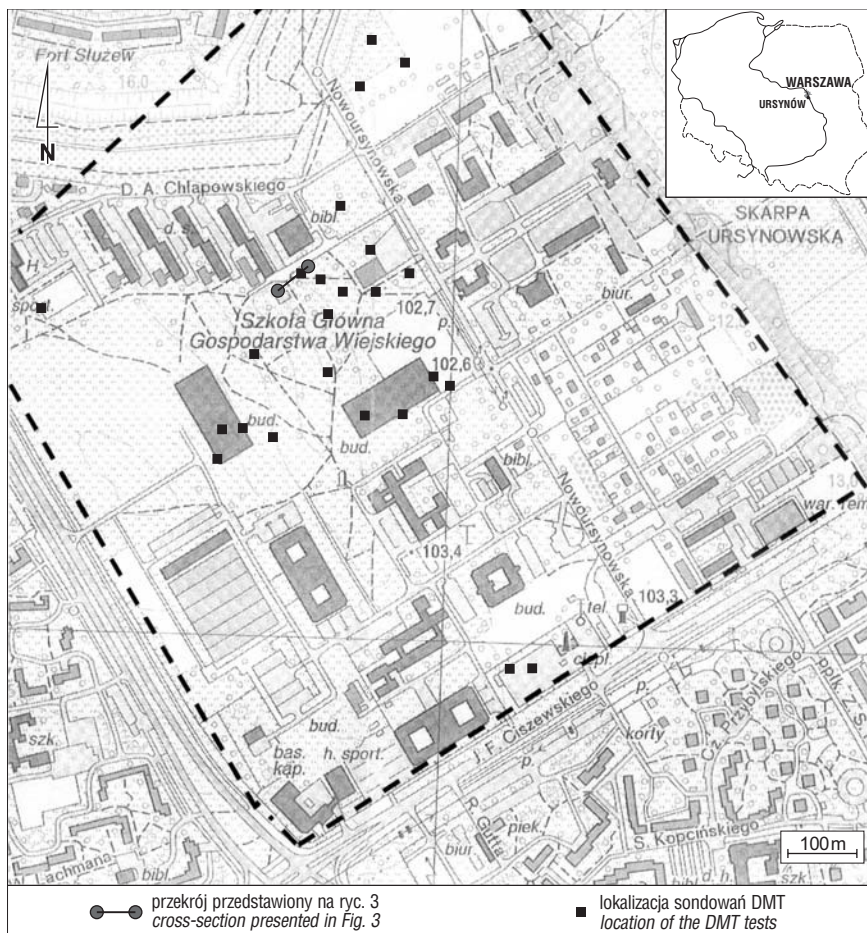
Na podstawie twierdzenia Bayesa aktualizuje się funkcję gęstości apriorycznego prawdopodobieństwa parametru θ , wykorzystując informację z próby. Niestety, wyznaczenie aposteriorycznej gęstości prawdopodobieństwa określonego parametru jest, poza niektórymi przypadkami, trudne, ale na szczęście nie dotyczy to rozkładów normalnych. Przedstawione twierdzenie Bayesa daje w praktyce bardzo cenną możliwość sekwencyjnego włączania nowych informacji (pochodzących z kolejno pobieranych prób losowych) do wnioskowania na temat parametru. Wiedzę na temat aposteriorycznego prawdopodobieństwa parametru traktuje się na kolejnym etapie jako aprioryczne prawdopodobieństwa tego parametru. W związku z tym podejście bayesowskie bywa nazywane procesem uczenia.

Częste jest szacowanie nieznanego parametru θ , który jest średnią w populacji normalnej, dla której jest znane odchylenie standardowe σ_0 . Jeśli skorzysta się z wiedzy *a priori* odnośnie do średniej θ tej populacji, z której wynika, że θ jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z parametrami m_1 i σ_1 , natomiast średnia z wylosowanej n -elementowej próby wynosi m_2 , to aposterioryczny rozkład zmiennej losowej θ też jest normalny i ma średnią m i odchylenie standardowe σ obliczane następująco:

$$m = \frac{(1/\sigma_1^2)m_1 + (n/\sigma_0^2)m_2}{(1/\sigma_1^2) + (n/\sigma_0^2)} \quad (4)$$

$$\sigma = \frac{1}{(1/\sigma_1^2) + (n/\sigma_0^2)} \quad (5)$$

W podejściu bayesowskim wstępna wiedza na temat rozkładu wartości parametrów jest modyfikowana po skonfrontowaniu z danymi. Korzystając z rozkładu *a priori* i wiedzy o pobranej próbce, określa się nowy rozkład parametrów, który uwzględnia zarówno pierwotne przekonania *a priori*, jak i uzyskane dane empiryczne. Istotną właściwością podejścia bayesowskiego jest to, że sekwencyjne modyfikowanie wiedzy na temat rozkładu badanego parametru daje taki sam rezultat, jak wtedy gdy wszystkie dawki informacji są włączone do wnioskowania naraz, to znaczy, jeśli pobierane kolejno próby są potraktowane jako jedna większa próba. Z tego też wynika, że kolejność dołączania nowych porcji informacji jest dowolna.



Ryc. 2. Plan sytuacyjny kampusu SGGW z lokalizacją sondowań DMT (mapa: Warszawa — plan miasta, 2004)

Fig. 2. Campus SGGW site with location of DMT tests (city plan: Warszawa — plan miasta, 2004)

Pozostaje odpowiedzieć na pytanie, kiedy podejście bayesowskie warto stosować w praktyce, to znaczy, kiedy podejście klasyczne nie da lepszych wyników? Podejście klasyczne nie da lepszych wyników, gdy informacje *a priori* są jedynie rezultatami analiz, ale próby, na podstawie których były robione te analizy, już nie są dostępne. Zatem nie da się rozszerzyć próby danych, na podstawie której przebiega wnioskowanie klasycznym sposobem.

Przykład interpretacji badań DMT na terenie kampusu SGGW

Budowa geologiczna i warunki geotechniczne

Kampus SGGW na warszawskim Ursynowie (ryc. 2) znajduje się w obrębie wysoczyzny morenowej o płaskiej, przeobrażonej antropogenicznie powierzchni. Na wschód od badanego terenu wysoczyzna opada stromą skarpą na poziom tarasu wyższego — praskiego doliny Wisły (Sarnacka, 1976). Podłoże osadów czwartorzędowych stanowią tu ility plioceniowe, tworzące w strefie skarpowej doliny Wisły glacitektoniczną kulminację. Ponad nimi występują rzeczne osady preglacjalne, wykształcone w postaci piasków i żwirów kwarcowych z litytami oraz mułków. Według Różyckiego i Sujkowskiego (1936), w strefie przyskarpowej w tych osadach również są zaburzenia. W głębi wysoczyzny, na przykład w rejonie Służewa, osady preglacjalne występują na niezaburzonej powierzchni sedymentacyjnej iłów plioceniowych (Sarnacka, 1992). Utwory

najstarszego zlodowacenia oraz następującego po nim interglacjalu kromerskiego (wg Sarnackiej, 1992) nie zostały wykryte w profilu osadów czwartorzędowych w rejonie Ursynowa. W Warszawie występują one w obrębie głębokich depresji w powierzchni stropowej utworów plioceniowych (Sarnacka, 1992; Morawski, 1980).

Na obszarze wysoczyzny ursynowskiej na osadach preglacjalnych lub bezpośrednio na jeziornych osadach pliocenu leżą utwory glacialne zlodowaceń południowopolskich. Są one wykształcone w postaci glin zwałowych, osadów fluwioglacialnych i zastoiskowych tworzących nieciągłe warstwy. Brak ciągłej pokrywy osadów tego wieku może być związany z późniejszymi procesami erozji rzecznej, przebiegającymi najintensywniej w interglacjale wielkim, albo z glacitektonicznym wypiętrzeniem strefy przyległej do współczesnej doliny Wisły. Ponad osadami zlodowaceń południowopolskich zalega 15–25-metrowej miąższości kompleks osadów rzecznych z okresu interglacjalu mazowieckiego wykształconych w postaci piasków i żwirów. Strop tych osadów występuje na głębokości 10–20 m poniżej powierzchni terenu (Sarnacka, 1992). W rejonie Ursynowa utwory tej serii to głównie piaski drobne, które tworzą ciągłą warstwę.

Na osadach interglacjalu mazowieckiego występują na terenie Warszawy serie utworów glacialnych związanych z transgresją i zanikiem łądolodu zlodowacenia odry. Najniższym ogniwem tej serii są występujące w postaci izolowanych płatów osady zastoiskowe, wykształcone w postaci iłów i mułków osadzonych w obrębie tak zwanego jeziorzyska dolnej Pilicy (Różycki, 1972). Ponad nimi występują piaski i żwiry fluwioglacialne związane z transgresją łądolodu, które odsłaniają się na przykład w dolnej części krawędzi Dolinki Służewieckiej (Sarnacka, 1992).

Ponad osadami fluwioglacialnymi występuje w zasadzie ciągła warstwa utworów wytopiskowych zlodowacenia odry wykształconych w postaci ciemnoszarej gliny zwałowej. Miąższość gliny wynosi od kilku do kilkadziesiątu metrów (ryc. 3; Morawski, 1980; Sarnacka, 1992). Glinę zwałową zlodowacenia odry stadium maksymalnego zlodowacenia środkowopolskiego Morawski (1980) uważa za poziom przewodni na obszarze Warszawy. Tworzy go charakterystyczna, ciemnoszara, zwarta glina piaszczysta z niewielką liczbą głązików. Według Morawskiego glina wykazuje wyraźny cios, przeważnie pionowy. Powierzchnie oddzielności są pokryte rdzawym nalotem. W północno-zachodniej części wykopu fundamentowego pod budynek Centrum Wodnego Wydziału Inżynierii i Kształtowania Środowiska SGGW strop ciemnoszarej, piaszczystej gliny zwałowej (zlodowacenia odry) występuje na głębokości około 4,6 m poniżej poziomu terenu. Stwierdzone na tere-

nie kampusu SGGW deniwelacje w obrębie tej powierzchni dochodzą do 3 m.

Ponad gliną zlodowacenia odry na Ursynowie lokalnie występują utwory fluwioglacjalne i zastoiskowe. Na nich lub, tak jak to jest na obszarze kampusu SGGW, bezpośrednio na tej glinie leżą gliny lodowcowe zlodowacenia warty. Wykształcone są one w postaci brązowej, piaszczystej gliny zwałowej, której przeciętna miąższość wynosi 2–5 m (ryc. 3; Sarnacka, 1992). Granica pomiędzy glinami zlodowaceń odry i warty jest często niewyraźna (tak jak to ma miejsce w kampusie SGGW).

Gliny lodowcowe zlodowacenia warty wykazują dwudzielność. W dolnej części profilu występują silnie skonsolidowane gliny piaszczyste charakteryzujące się poziomą oddzielnością. Spękania dzielą blok gliny na nieregularne, poziome warstwy miąższości 1–5 cm. W odstonięciu były także obserwowane rzadkie spękania pionowe. Powierzchnie spękań na świeżych ścianach wykopu są często słabo widoczne. Na skutek odprężenia gruntu stają się bardzo wyraźne. Powierzchnie oddzielności są podkreślone laminami zażelazionych piasków drobnych i średnich, o miąższości maksymalnie rzędu kilku milimetrów. Cechy teksturalne gliny są podobne do tych interpretowanych przez Ruszczyńską-Szenajch (1983, 1998) jako gliny z odłożenia (*lodgement till* wg Flinta, 1971 i Boultona, 1970).

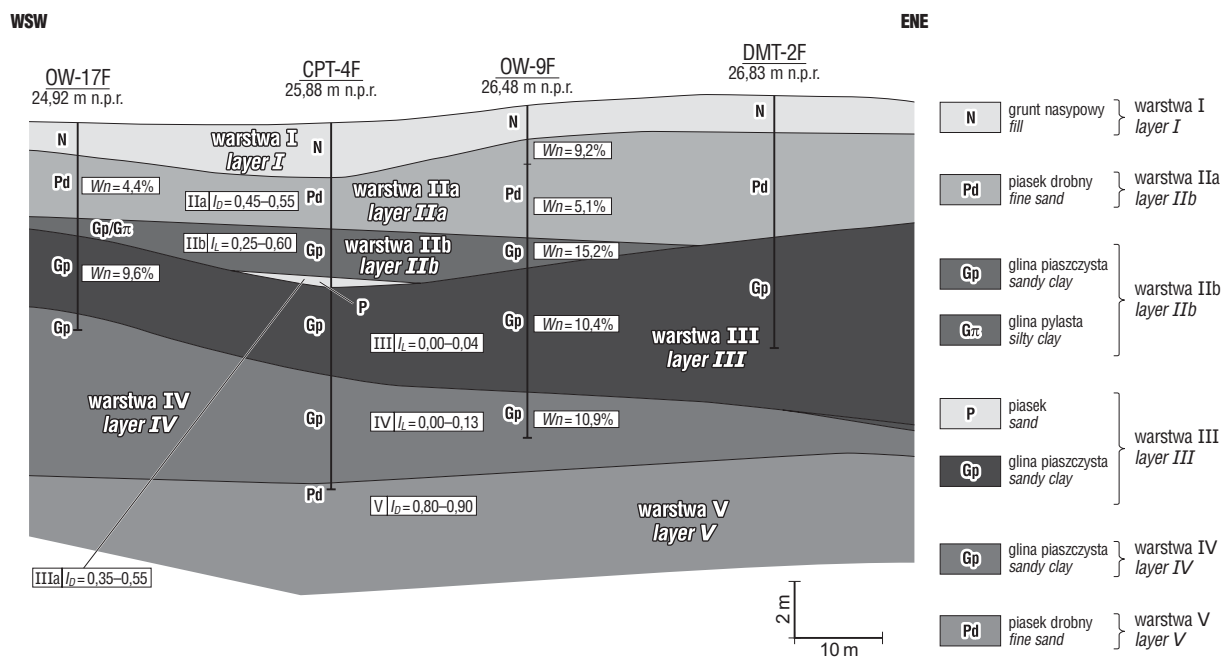
Ponad gliną z odłożenia występuje warstwa piaszczystej, szarobrazowej, warstwowanej gliny, w której obrębie występują drobne warstewki oraz większe soczewki piasków drobnych i średnich z wyraźnym warstwowaniem poziomym. Miąższość piasków w obrębie soczew dochodzi do 0,5 m. Występujące w tym osadzie struktury fluidalne i ślady deformacji gęstościowych, a także obecność przeławień warstwowanych piasków pozwala uznać ją za glinę spływową (*flow till* wg Boultona, 1970 i Ruszczyńskiej-Szenajch, 1983, 1998). W odkrywkach na obszarze kampusu SGGW ponad nią obserwowano serie piasków drobnych i średnich, warstwowanych, lokalnie zażelazio-

nych. Ich miąższość we wspomnianym wykopie wynosi przeciętnie 0,5–0,6 m. Profil osadów czwartorzędowych zamykają warstwowane, żelaziste piaski gliniaste i gliny piaszczyste miąższości 0,5 m. Na terenie kampusu SGGW gliny zwałowe zlodowacenia warty występują często na powierzchni terenu. Oprócz ich wychodni spotykane są tu także osady niewielkich wytopisk oraz utwory będące efektem depozycji strumieni wód roztopowych. Zróżnicowanie litologiczne osadów powierzchniowych, a także ich struktury sedimentacyjne pozwalają na uznanie całej tej serii (gliny spływowe, piaski warstwowane oraz ility i pyły zastoiskowe) za kompleks osadów wodnomorenowych (Morawski, 1984). Świadczą one o arealnym typie deglacjacji łądłodu zlodowacenia warty na tym terenie.

Osady lodowcowe w strefie przypowierzchniowej są w wielu miejscach silnie przeobrażone antropogenicznie. Na powierzchni terenu występują powszechnie nasypy zmiennej miąższości, utworzone przeważnie z glin piaszczystych, piasków gliniastych, piasków pylastych i pyłów z różną domieszką substancji humusowych.

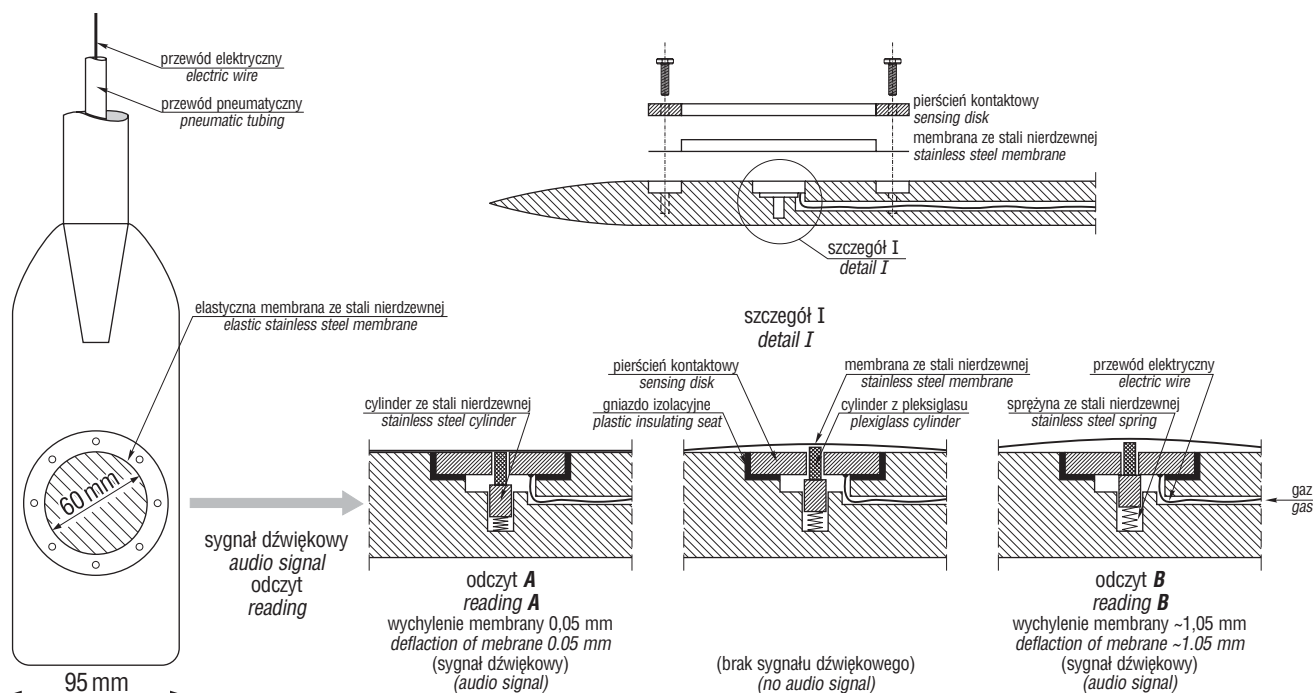
Główny użytkowy poziom wodonośny na badanym obszarze tworzą piaski rzeczne interglacjału mazowieckiego. Współczynnik filtracji osadów tej warstwy, określony metodą próbnego pompowania, jest rzędu 10^{-4} m/s (Wienclaw i in., 1996). Ogólny kierunek spływu wód podziemnych odbywa się z południowego wschodu na północny zachód. Spadek hydrauliczny swobodnego zwierciadła wód podziemnych występującego w tej warstwie wynosi 0,001–0,002 (Wienclaw i in., 1996).

Biorąc pod uwagę właściwości fizyczne i mechaniczne gruntów, na terenie kampusu SGGW wydzielono w podłożu 5 warstw geotechnicznych (ryc. 3). Warstwę I tworzą utwory fluwioglacjalne zlodowacenia warty — piaski średnie i drobne, średnio zagęszczone (stopień zagęszczenia I_D wynosi 0,35–0,55) oraz piaski gliniaste i gliny piaszczyste, jak również pyły w stanie twaroplastycznym, których wartość stopnia plastyczności I_L wynosi 0,15–0,20. Warstwę II stanowią osady ablacyjne łądłodu zlodowacenia



Ryc. 3. Typowy przekrój geotechniczny; W_n — wilgotność naturalna, I_D — stopień zagęszczenia, I_L — stopień plastyczności, m n.p.r. — metrów nad poziomem rzeki

Fig. 3. Typical geotechnical cross section; W_n — moisture content, I_D — relative density, I_L — liquidity index, m n.p.r. — meters above river level



Ryc. 4. Zasady pomiaru wartości A i B (Marchetti, 1980; zmieniona)
 Fig. 4. Principle of A and B values measurements (Marchetti, 1980; modified)

warty — piaski średnie i drobne, średnio zagęszczone, których I_D ma wartość 0,45–0,55, oraz gliny piaszczyste (sływowe) i gliny pylaste w stanie twardoplastycznym oraz w stanie plastycznym, których I_L wynosi 0,25–0,60. Warstwa III to brązowa glina glacialna z okresu zlodowacenia warty — gliny piaszczyste w stanie twardoplastycznym; wartości I_L mieszczą się w przedziale 0,0–0,04. Warstwa IV z kolei to szara glina glacialna z okresu zlodowacenia odry — gliny piaszczyste z gładzikami, w stanie twardoplastycznym, których wartość I_L wynosi 0,0–0,13. Warstwy III i IV są podobne pod względem plastyczności, ale wyraźnie różnią się zawartością frakcji piaskowej. Gliny piaszczyste warstwy III zawierają kilka procent więcej frakcji piaskowej, co łącznie z analizą wyników sondowań CPT³ i DMT było podstawą rozdzielienia tych warstw w podłożu. Warstwę V stanowią osady rzeczne interglacjału mazowieckiego — piaski drobne i średnie, w stopniu warstwy bardzo zagęszczone, których I_D przyjmuje wartość 0,8–0,9.

Teorię Bayesa wykorzystano do określenia, na podstawie wyników sondowań dylatometrycznych, sztywności gruntów w dwóch warstwach geotechnicznych III i IV (ryc. 3).

Metodyka i tradycyjna interpretacja wyników badań DMT

Na terenie kampusu SGGW przeprowadzono do głębokości 10–15 m 29 badań DMT. Badanie dylatometryczne polega na pomiarach w wybranych głębokościach podłoża ciśnienia gazu działającego na membranę łopatkę dylatometru (ryc. 4). W badaniach gruntów z warstw geotechnicznych III i IV podłoża budynków w kampusie SGGW wykonywano pomiary dwóch wartości ciśnienia (A i B), które wymusza przemieszczenie środka membrany o 0,05 mm do kontaktu z gruntem (odczyt A), a następnie wychylenie

środku membrany w kierunku gruntu o ok. 1,05 mm (odczyt B). Wartości odczytów A i B poprawiano ze względu na bezwładność membrany; poprawione wartości ciśnienia oznaczone są odpowiednio: p_0 i p_1 . Ciśnienie p_0 i p_1 oraz wartość składowej pionowej efektywnego naprężenia σ'_{vo} stosowano do wyznaczenia następujących wskaźników dylatometrycznych (Marchetti, 1980; Lutenegeger & Kabir, 1988): wskaźnik materiałowy I_D , wskaźnik naprężenia bocznego K_D , moduł dylatometryczny E_D . Wykorzystano następujące wzory:

$$I_D = f(A, B, u_0) = \frac{p_1 - p_0}{p_0 - u_0} \quad (6)$$

$$K_D = f(A, u_0, \sigma'_{vo}, B) = \frac{p_0 - u_0}{\sigma'_{vo}} \quad (7)$$

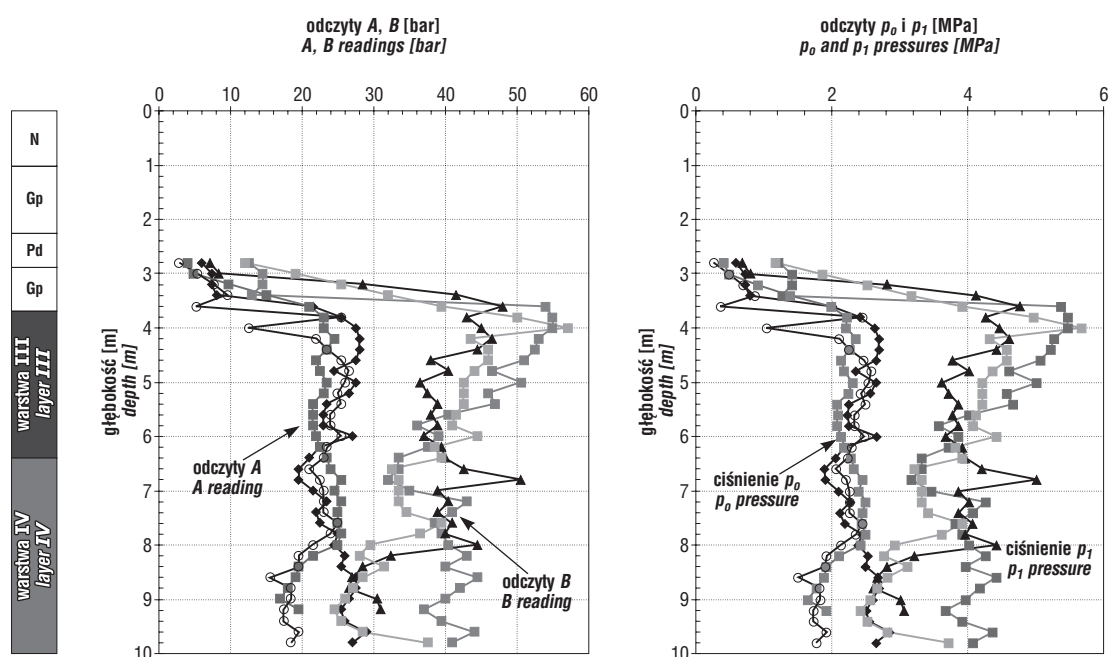
$$E_D = f(A, B) = 34,7(p_1 - p_0) \quad (8)$$

Wyniki badań dylatometrycznych w postaci rozkładu wartości A i B oraz p_0 i p_1 w podłożu jednego z budynków SGGW, jak również wskaźników I_D i K_D oraz modułu E_D przedstawiono na ryc. 5 i 6.

Zastosowanie podejścia Bayesa

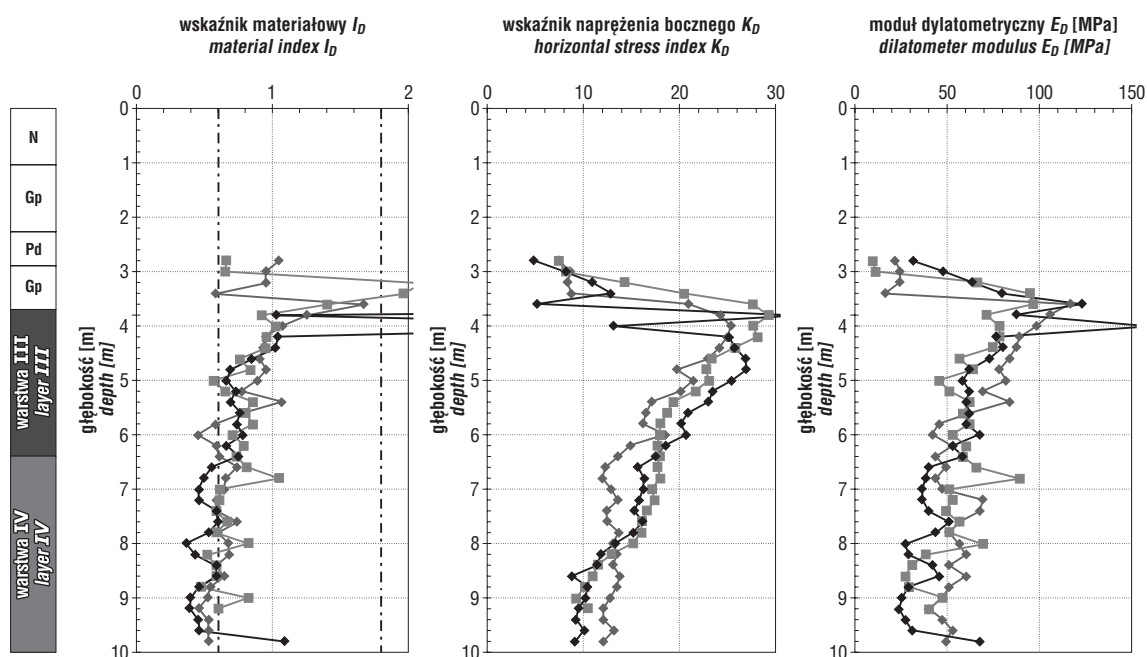
W analizie statystycznej wzięto pod uwagę odczyty A, B i obliczone wskaźniki I_D , K_D oraz moduł E_D . Te wielkości można traktować jak zmienne losowe. Wykorzystano 17 badań DMT w warstwie III, o liczności pomiarów od 6 do 35, w sumie 239 pomiarów, i 15 badań DMT w warstwie IV, o liczności pomiarów od 9 do 33, w sumie 320 pomiarów. Sprawdzone, jaki rozkład mogą mieć badane zmienne losowe. W większości badań, czyli prób losowych w sensie statystycznym, nie było podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności (stosowano testy Shapiro-Wilka odpowiednie dla małych prób, dostępne np. w pakiecie programów statystycznych Statgraphics). Nie znaleziono żadnego innego rozkładu, który mogłyby wykazywać badane

³Sondowanie statyczne (z ang. Cone Penetration Test).



Ryc. 5. Przykładowe wyniki badań dylatometrycznych z kampusu SGGW (ciśnienie pomierzone A i B oraz poprawione p_0 i p_1); N — grunt nasypowy, Gp — glina piaszczysta, Pd — piasek drobny (Dokumentacja geotechniczna..., 2001)

Fig. 5. Profiles of the DMT results from the SGGW Campus (pressures measured A and B and corrected p_0 and p_1); N — fill, Gp — sandy clay, Pd — fine sand (Dokumentacja geotechniczna..., 2001)



Ryc. 6. Przykładowe wyniki badań dylatometrycznych z kampusu SGGW (wskaźniki dylatometryczne); N — grunt nasypowy, Gp — glina piaszczysta, Pd — piasek drobny (Dokumentacja geotechniczna..., 2001)

Fig. 6. Profiles of the DMT results from the SGGW Campus (dilatometer indexes); N — fill, Gp — sandy clay, Pd — fine sand (Dokumentacja geotechniczna..., 2001)

Tab. 1. Wyniki testów normalności w warstwie III i IV (test Shapiro-Wilka)

Table 1. Normal distribution test for layer III and IV (Shapiro-Wilk test)

Warstwa Layer	Poziom istotności Significance level	A	B	I_D	E_D	K_D	p_0	p_1
III	0,05	11	12	9	12	14	11	12
	0,01	13	12	12	15	16	13	12
IV	0,05	10	8	8	6	5	10	8
	0,01	13	11	9	10	8	13	11

Tab. 2. Wyniki szacowania parametrów rozkładu średniej wielkości: I_D , E_D i K_D w warstwie III
 Table 2. Estimation of parameter distribution: mean values of I_D , E_D and K_D for layer III

	Parametr Parameter	I_D	E_D	K_D
Wyniki w podejściu bayesowskim (sekwencyjnie 17 prób) Bayes approach (17 sequences)	średnia średniej average of mean	0,816	61,52	23,563
	odchylenie standardowe średniej standard deviation of mean	0,01	0,807	0,279
	zbiór wiarygodny (prawdopodobieństwo = 0,95) reliable set (probability = 0.95)	(0,796; 0,836)	(59,938; 63,102)	(23,015; 24,11)
Wszystkie dane All data	średnia average	1,016	61,7	23,876
	odchylenie standardowe standard deviation	0,757	24,495	9,66
	przedział ufności średniej; poziom ufności = 0,95 confidence interval; significance level = 0.95	(0,920; 1,112)	(58,594; 64,805)	(22,652; 25,101)

Tab. 3. Wyniki szacowania parametrów rozkładu średniej wielkości: I_D , E_D i K_D w warstwie IV
 Table 3. Estimation of parameter distribution: mean values of I_D , E_D and K_D for layer IV

	Parametr Parameter	I_D	E_D	K_D
Wyniki w podejściu bayesowskim (sekwencyjnie 15 prób) Bayes approach results (15 sequences)	średnia średniej average of mean	0,605	41,228	13,686
	odchylenie standardowe średniej standard deviation of mean	0,008	0,587	0,105
	zbiór wiarygodny (prawdopodobieństwo = 0,95) reliable set (probability = 0.95)	(0,590; 0,621)	(40,076; 42,379)	(13,480; 13,893)
Wszystkie dane All data	średnia average	0,636	46,028	15,52
	odchylenie standardowe standard deviation	0,21	17,445	5,122
	przedział ufności średniej; poziom ufności = 0,95 confidence interval; significance level = 0.95	(0,613; 0,659)	(44,116; 47,939)	(14,958; 16,081)

wielkości. W tabeli 1 podano liczbę prób (ze wszystkich 17 z warstwy III i wszystkich 15 z warstwy IV), które nie dają podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu.

Mimo że założenia wzorów (4) i (5) nie są idealnie spełnione, to jednak można je stosować, bo w jakiejś mierze odstępstwa od normalności da się tolerować. Zastosowano te wzory w podejściu sekwencyjnym, włączając kolejne próby do analiz i wykorzystując wyniki dotyczące parametrów rozkładu średnich badanych wielkości z poprzednich obserwacji w kolejnych analizach. Na podstawie końcowych ocen tych parametrów obliczono przedział wiarygodnych wartości (inaczej: zbiór wiarygodny) średniej każdej z badanych zmiennych losowych. Ten przedział jest odpowiednikiem przedziału ufności w klasycznym wnioskowaniu statystycznym.

Stosując wzory (4) i (5), należy znać wartości odchylenia standardowego σ , co w praktyce raczej się nie zdarza i dlatego σ szacowano na podstawie kolejnych prób, tak jakby cała wcześniejsza wiedza stanowiła tylko oszacowanie parametrów rozkładu średnich (sposób 1). To może być typowe w praktyce. Dla porównania jednak, w wypadku parametru K_D z warstwy III, zastosowano jeszcze wzory (4) i (5), zakładając, że znana jest wartość odchylenia standardowego, która wynosi 9,66 (sposób 2). Ostatecznie, stosując w ten sposób podejście bayesowskie, otrzymano następujące przedziały wiarygodnych wartości średniej K_D w warstwie III z prawdopodobieństwem 0,95: (23,015; 24,11) oraz (22,476; 24,884) w sposobie 2. Gdybyśmy

mogli zastosować wnioskowanie klasyczne, to traktując dane ze wszystkich sond jako jedną dużą próbę, otrzymalibyśmy na poziomie ufności 0,95 przedział ufności: (22,652; 25,101). Wyniki szacowania parametrów rozkładu średniej wielkości: I_D , E_D i K_D warstwy III podano w tabeli 2.

Rozbieżności między oszacowaniami przedziałów nie są duże z uwagi na fakt, że w praktyce musimy wziąć pod uwagę nie tylko wartość średnią wskaźnika, ale również sam wskaźnik. Na przykład szukając poziomu K_D , poniżej którego wartość K_D pojawi się z niewiększym prawdopodobieństwem niż 0,05, należy ocenić rozkład tej zmiennej. Sprawdzone, że wszystkie dane do obliczenia K_D w warstwie III, traktowane jako jedna 239-elementowa próba, można uznać za pochodzące z populacji normalnej (w teście chi-kwadrat graniczny poziom istotności wynosi 0,0905). Oszacowane odchylenie standardowe K_D wynosi 9,66. Można zatem przyjąć, że szukany poziom K_D wynosi: $23,015 - 1,64 \times 9,66 = 7,1726$, a w sposobie 2: $22,476 - 1,64 \times 9,66 = 6,6336$. W podejściu klasycznym: $22,652 - 1,64 \times 9,66 = 6,8096$ (jako średnią przyjęto dolny kraniec przedziału wiarygodności lub ufności). Jak widać, są to bardzo małe wielkości, znacznie oddalone od średniej, a zatem różnice określenia wartości średniej w różnych podejściach są mniej istotne.

Przeprowadzono również podobne analizy wielkości I_D , E_D , jak również odczytów A i B . Różnice wyników w podejściu bayesowskim i klasycznym kształtują się

podobnie do różnic dla wskaźnika K_D i nie są duże. Wydaje się, że największe są w przypadku zmiennej I_D , może dlatego, że najgorzej wypadła ona w badaniu normalności rozkładu. Wpływ na rozbieżności ma też brak dokładnej wiedzy o poziomie odchylenia standardowego populacji. W tabeli 3 podano końcowe wyniki oszacowań wielkości: I_D , E_D i K_D w warstwie IV. W tej warstwie badanie wskaźników dało gorsze rezultaty, jeśli chodzi o testy normalności (por. tab. 1). Zapewne dlatego różnice między przedziałami wiarygodnych wartości a klasycznymi przedziałami ufności są tu bardziej znaczące.

Podsumowanie i wnioski

Metodę Bayesa można stosować, żeby poprawić wiedzę o badanym parametrze populacji. Na ogół nie mamy pełnej wiedzy o próbie losowej. Inaczej — pobierając nową próbę, można by dane połączyć i wnioskować w klasyczny sposób. Metodologię bayesowską warto stosować wtedy, gdy w klasycznym podejściu nie można wykorzystać posiadanej wiedzy apriorycznej, którą stanowią same wyniki wcześniejszych wnioskowań, albo nawet jest to wiedza ekspercka niewynikająca bezpośrednio z badań. Gdy badany parametr jest średnią wartością pewnej cechy warstwy gruntów, która ma rozkład normalny, pogłębienie wiedzy przebiega wg wzorów (3), (4) i (5). Kolejne porcje danych, pochodzące np. z następnych badań DMT, precyzują wiedzę na temat rozkładu parametru, bo na ogół zmniejszają odchylenie standardowe tego rozkładu. Jeśli zbuduje się przedział wiarygodnych wartości parametru, to ostatecznie można przyjąć określoną liczbę, np. dolny brzeg wyznaczonego przedziału, za wartość charakterystyczną potrzebną w dalszych rozważaniach.

Gdy obliczenia są prawidłowe, wyniki w podejściu klasycznym i bayesowskim powinny być podobne (przedział ufności podobny do przedziału wiarygodnych wartości parametru), jeśli wykorzystuje się te same dane. Niemniej, często o parametrze ma się aprioryczne informacje eksperckie, które są możliwe do wykorzystania tylko w podejściu bayesowskim. Bayesowską metodę wnioskowania można zastosować, gdy stopniowo włącza się nowe dane do analizy. Może to np. pomóc w decyzji, gdy określa się liczbę badań potrzebną do uzyskania zadowalającej dokładności. W analizie kolejnych prób nie jest konieczne dysponowanie pełną wiedzą o próbach, z których pochodzą informacje aprioryczne.

Na zakończenie zauważmy, że wyniki analiz statystycznych gruntów warstw III i IV kampusu SGGW w Warszawie świadczą o dużej zmienności parametrów geotechnicznych i niejednorodności warstw.

Literatura

ALÉN C.G. 1998 — On probability in geotechnics. Random calculation models exemplified on slope stability analysis and ground-superstructure interaction. Chalmers University of Technology, Göteborg.
ALÉN C.G. & SÄLLFORS G.B. 1999 — Uncertainties in modeling of soil properties. [In:] Barends et al. (eds) Proceedings of the EC SMGE: Geotechnical Engineering for Transportation Infrastructure. Balkema, Rotterdam: 303–308.
BAŁACHOWSKI L. 2006 — Analysis of dilatometer test in calibration chamber. [In:] Failmezger R.A. & Anderson J.B. (eds.) Proceedings from the Second International Flat Dilatometer Conference. In-Situ Soil Testing. LC Lancaster, Virginia: 307–312.

BOULTON G.S. 1970 — On the deposition of subglacial and melt-out tills at the margins of certain Svalbard glaciers. *J. Glaciol.*, 56, 9: 231–245.
BRIAUD J. & MIRAN J. 1992 — The flat dilatometer test. The Federal Highway Administration. TX, USA.
CRAPPS P.E. 2006 — Brief history of the flat dilatometer in North America. [In:] Failmezger R.A. & Anderson J.B. (eds.) Proceedings from the Second International Flat Dilatometer Conference. In-Situ Soil Testing. LC Lancaster, Virginia: 4–6.
Dokumentacja geotechniczna w sprawie warunków gruntowych i wodnych na terenie przeznaczonym pod dwa projektowane budynki laboratoryjno-dydaktyczne SGGW w Warszawie, 2001 — Katedra Geoinżynierii SGGW, Warszawa.
FLINT R.F. 1971 — Glacial and Quaternary geology. Wiley, New York.
GARBULEWSKI K., JABŁONOWSKI S. & RABARIJOELY S. 2007 — Zastosowanie analizy bayesowskiej w projektowaniu geotechnicznym. *Inż. Mor.*, 3: 163–169.
KACZYŃSKI R. 2002 — Engineering-geological evolution of Mio-Pliocene clays in the Warsaw area, Central Poland. *Acta Geol. Pol.*, 52, 4: 437–448.
LECHOWICZ Z. & RABARIJOELY S. 2005 — Evaluation of organic subsoil conditions after large deformations. [In:] Bilsel H. & Nalbantoğlu Z. (eds.) The proceedings of GEOPROB 2005, the International Conference on Problematic Soils. Eastern Mediterranean University, Famagusta, N. Cyprus, 3: 1075–1082.
LUTENEGGER A.J. & KABIR M.G. 1988 — Dilatometer C-reading to help determine stratigraphy. [In:] J. de Ruiter (ed.) Proceedings of the First International Symposium on Penetration Testing ISOPT-1, Orlando. Balkema, Rotterdam, 1: 549–553.
MARCHETTI S. 1975 — A new in situ test for the measurement of horizontal soil deformability. [In:] Proceedings of ASCE Specialty Conference on In Situ Measurement of Soil Properties. Raleigh, 2: 255–259.
MARCHETTI S. 1980 — In situ tests by flat dilatometer. *J. Geotech. Eng. Div. ASCE*. 106. GT3: 299–321.
MARCHETTI S. 1999 — On the calibration of the DMT membrane. International technical note. L'Aquila University, Italy.
MARCHETTI S. & CRAPPS D.K. 1981 — Flat dilatometer manual. Inc. Geotechnical Equipment. Gainesville, FL, USA.
MŁYNAREK Z., GOGOLIK S. & MARCHETTI D. 2006 — Suitability of the SDMT method to assess geotechnical parameters of post-floation sediments. [In:] Failmezger R.A. & Anderson J.B. (eds.) Proceedings from the Second International Flat Dilatometer Conference. In-Situ Soil Testing. LC Lancaster, Virginia: 148–153.
MORAWSKI W. 1980 — Objaśnienia do Szczegółowej mapy geologicznej Polski 1 : 50 000. Arkusz Warszawa-Zachód. Instytut Geologiczny, Warszawa.
MORAWSKI W. 1984 — Osady wodnomorenowe. *Pr. Inst. Geol.*, 108.
RABARIJOELY S. 2000 — Wykorzystanie badań dylatometrycznych do wyznaczania parametrów gruntów organicznych obciążonych nasypem. *Arch. Wydz. Inż. i Kształtowania Środ. SGGW*, Warszawa.
RÓŻYCKI S.Z. 1972 — Plejstocen Polski środkowej na tle przeszłości w późnym trzeciorzędzie. PWN, Warszawa.
RÓŻYCKI S.Z. & SUJKOWSKI Z. 1936 — Profile geologiczne przez Warszawę. Zarząd Miejski w Warszawie.
RUSZCZYŃSKA-SZENAJCH H. 1983 — Lodgement tills and syndepositional glacial tectonic processes related to subglacial thermal and hydrologic conditions. [In:] Evenson E.B., Schluchter Ch. & Rabassa J. (ed.) Tills and Related Deposits. Balkema, Rotterdam: 113–117.
RUSZCZYŃSKA-SZENAJCH H. 1998 — Struktura glin zwałowych jako istotny wskaźnik ich genezy. [W:] Mysińska-Dowgiało E. (red.) Struktury sedimentacyjne i postsedimentacyjne w osadach czwartorzędowych i ich wartość interpretacyjna. *Wyd. WGiSR UW*, Warszawa: 13–40.
SARNACKA Z. 1976 — Objaśnienia do Szczegółowej mapy geologicznej Polski 1 : 50 000. Arkusz Piaseczno. Instytut Geologiczny, Warszawa.
SARNACKA Z. 1992 — Stratygrafia osadów czwartorzędowych Warszawy i okolic. *Pr. Państw. Inst. Geol.*, 138: 36.
SCHMERTMANN J.H. 1986 — Suggested method for performing the flat dilatometer test. *ASTM Geotechnical Testing J.*, 9, 2: 93–101.
Warszawa — plan miasta 1 : 10 000, 2004 — PPWK, Warszawa.
WIENCLAW E., SIWIEC T., GRUNWALD P. & MORAWSKI D. 1996 — Jakość wód podziemnych ujmowanych w Naukowo-Badawczej Stacji Wodociągowej SGGW na Ursynowie. *Prz. Nauk. Wydziału Melioracji i Inżynierii Środowiska*, 9: 39–50.

Praca wpłynęła do redakcji 1.08.2007 r.
Po recenzji akceptowano do druku 27.02.2008 r.