

## Analiza powtarzalności wydzieleń geologiczno-inżynierskich w dolinie rzecznej

Jędrzej Wierzbicki<sup>1</sup>, Agnieszka Smaga<sup>1</sup>



J. Wierzbicki

A. Smaga

**Repeatability analysis of geoen지니어ing layers in river valley.** *Prz. Geol.*, 62: 721–726.

*Abstract.* The paper presents results of geotechnical and geological investigation on flood plain of the Warta River, below the Jeziorsko reservoir. It is the section of the river, where the intensive erosion process of the river bed occurs. To stop this process thresholds are built. Their efficiency depends of ground conditions, especially spatial variability of geotechnical parameters. To describe the subsoil cone penetration tests were carried out. Subsequently Authors used statistical techniques to analyze variations of geotechnical parameters. Most of all, k-means method was applied. This well known cluster analysis is one of analysis which makes dividing subsoil into relatively homogeneous layers in different part of the river valley possible. However, Authors observed that in case of river alluvial 20% of variation of parameters values in layer is necessary to accept.

**Keywords:** cone penetration tests, the Warta River valley, geoen지니어ing layers, statistical analysis

Osady deponowane w środowisku rzeczonym charakteryzują się znacznym zróżnicowaniem litologicznym. Bardzo rzadko można mówić o ciągłych warstwach, zazwyczaj osady rzeczne (aluwia) występują w formie zębiających się struktur. Jest to związane z wielokrotną akumulacją i erozją materiału ziarnowego transportowanego przez rzekę. Na nizinach przeważającym typem rzek są rzeki meandrujące, które transportują głównie piaski i frakcje drobniejsze. Osady te można podzielić na korytowe i pozakorytowe, które tworzą dwuczłonowe sekwencje (Gradziński i in., 1986). Idealne, dwuczłonowe sekwencje jednak nie występują często, co jest związane z procesem erozji dna oraz brzegów koryta rzeki. Odzwierciedleniem dynamiki procesów rzecznych jest również zróżnicowanie przestrzenne wartości stopnia zagęszczenia gruntów, widoczne zarówno w planie, jak i profilu podłużnym (Gradziński i in., 1986; Smaga, 2013; Sokołowska, 2013). Zmienne wartości stopnia zagęszczenia aluwii mogą być wynikiem obecności struktur sedymentacyjnych (Sokołowska, 2013). Dodatkowym działaniem, które powoduje zmiany zagęszczenia gruntu, są także wahania wód gruntowych i procesy filtracyjne.

Wydzielenie warstw geologiczno-inżynierskich w osadach dolin rzecznych ma podstawowe znaczenie w przypadku lokalizacji oraz bezpiecznego funkcjonowania budowli hydrotechnicznych. Analiza zróżnicowania parametrów geotechnicznych jest również bardzo istotna w dolinach poniżej zbiorników retencyjnych, gdzie w celu zahamowania erozji dna koryta rzeki budowane są progi stabilizujące (Przedwojski & Wierzbicki, 2007). Efektywność ich działania uzależniona jest od warunków występujących w środowisku gruntowym (Smaga, 2013). Złożoność obrazu wypełnienia doliny podnosi również lokalna obecność gruntów organicznych o diametralnie odmiennych właściwościach wytrzymałościowych (Wierzbicki, 1997). Trudno jest zatem określić przestrzenne występowanie gruntów w dolinie rzeki, szczególnie z uwzględnie-

niem ich charakterystyki geoinżynierskiej. Rozwiązanie tego problemu może stanowić odpowiednia interpretacja sondowań statycznych CPTU. Na ich podstawie wyznacza się parametry geotechniczne oraz dokonuje identyfikacji rodzaju gruntu. Uzyskiwane wyniki nie zawsze są jednoznaczne i łatwe w interpretacji, często jednak pozwalają na ograniczenie zakresu badań laboratoryjnych, których wykonanie w przypadku gruntów sypkich wiąże się z oczywistymi trudnościami.

Podjęta w pracy próba oceny stopnia zróżnicowania budowy geologicznej gruntów aluwialnych wykorzystuje jedną z zalet sondowania statycznego – częstość pomiaru. Duża liczba danych pozwoliła na wykorzystanie technik statystycznych do dokonania jednorodnych wydzieleń w podłożu oraz przeprowadzenia analizy istotności różnic pomiędzy wydzieleniami z różnych fragmentów badanej doliny.

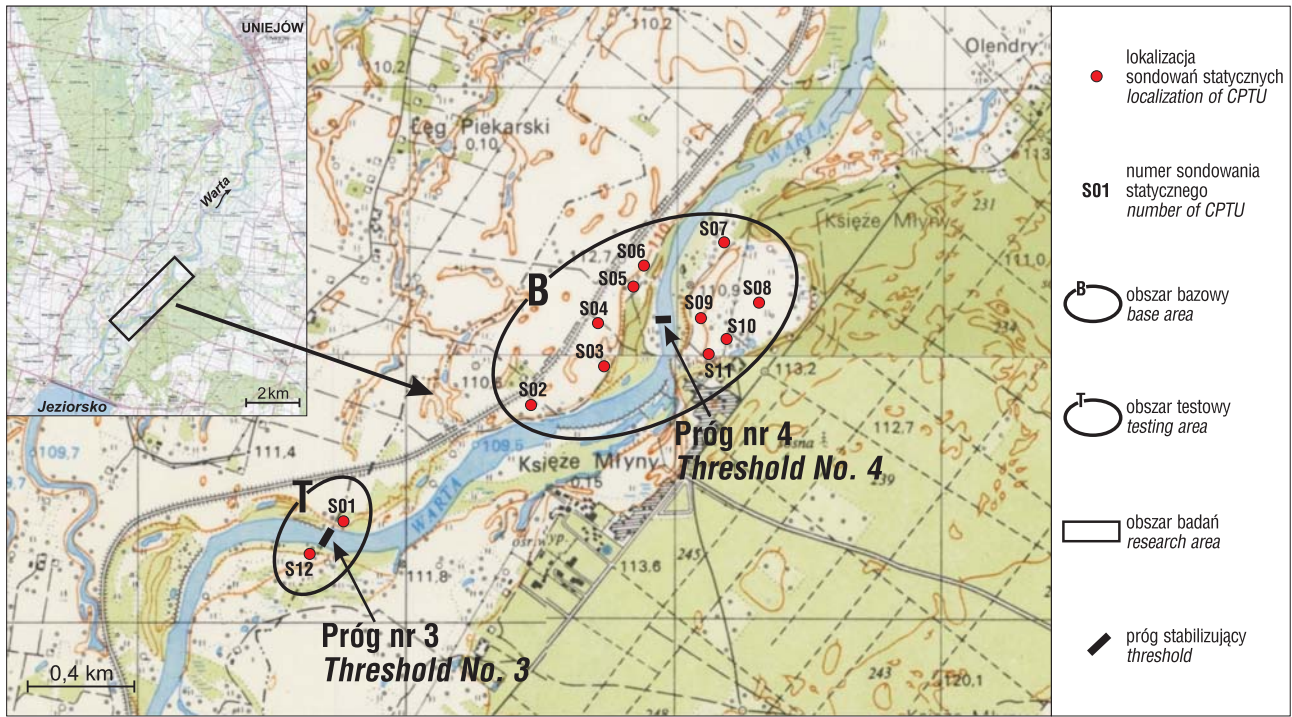
### CHARAKTERYSTYKA TERENU BADAŃ

Teren badań znajduje się poniżej zbiornika retencyjnego Jeziorsko, wybudowanego w środkowym biegu Warty. Poniżej zbiornika retencyjnego zaobserwowano wzmożoną erozję dna koryta rzeki. Średnie tempo erozji dna koryta określono na 1 m na 10 lat. Tak intensywne obniżanie się dna koryta wymusiło wybudowanie 4 progów stabilizujących na odcinku od zapory czołowej do Księżych Młynów. Pozwoliło to na ograniczenie tempa erozji od zapory do progu 4. Jednakże późniejsze obserwacje wskazują na dalsze obniżanie się dna koryta rzeki poniżej progu 4 do mostu w Uniejowie.

Sondowania statyczne wykonano na obszarze występowania zróżnicowanych osadów dolinnych. Zlokalizowane zostały w obrębie terasy zalewowej rzeki Warty, po obydwóch jej brzegach od 481 do 478,63 kilometra biegu rzeki (ryc.1).

Na podstawie wcześniej przeprowadzonych płytkich wierceń ręcznych stwierdzono w większości występowania

<sup>1</sup> Instytut Geologii, Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, ul. Maków Polnych 16, 61-606 Poznań; jwi@amu.edu.pl, asmaga@amu.edu.pl.

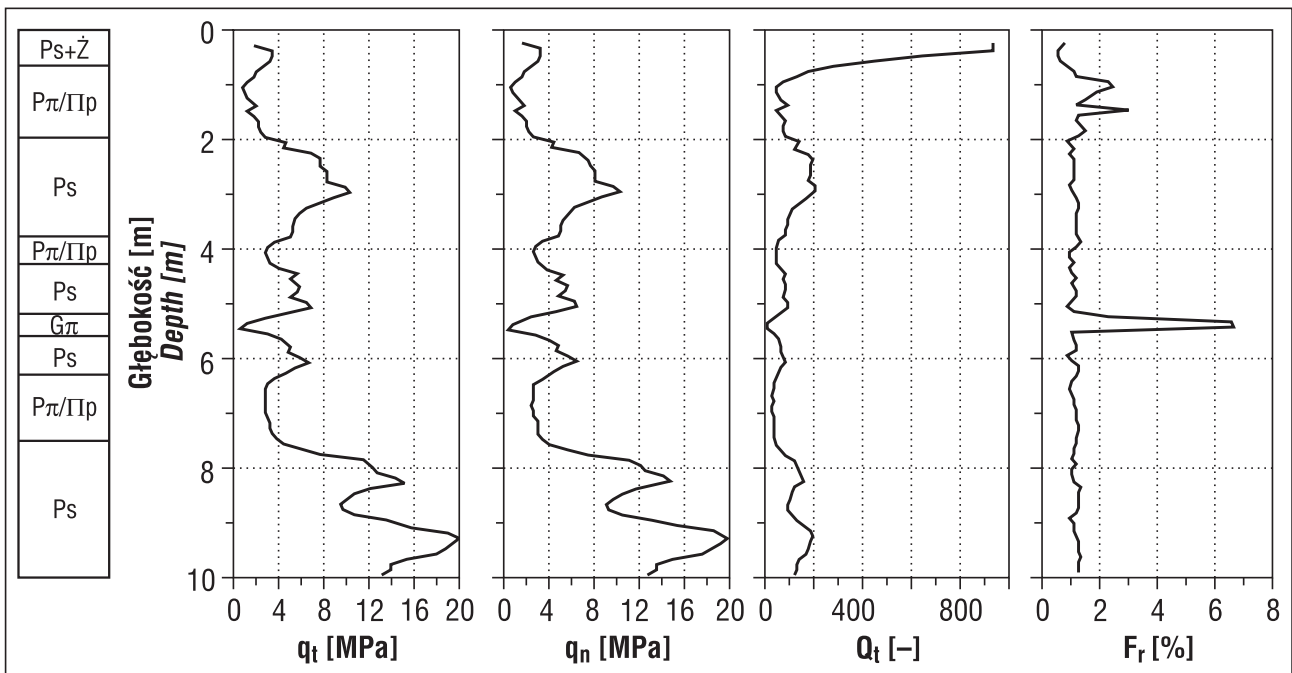


Ryc. 1. Lokalizacja sondowań statycznych na mapie topograficznej  
 Fig. 1. Localization of CPTU on topographic map

nie gruntów sypkich (ryc. 2) w postaci piasków średnich, grubych oraz żwirów. Pewna jest również obecność w obrębie doliny rzecznej problematycznych gruntów na pograniczu spoiwstych i sypkich (ryc. 2), które są związane z facją pozakorytową (zalewową) rzeki, charakteryzującą epizody powodziowe. W niektórych punktach badawczych stwierdzono również występowanie gruntów organicznych, przykrytych osadami późniejszej akumulacji korytowej.

**METODYKA BADAŃ**

Badania zróżnicowania budowy geologicznej badanego odcinka doliny Warty oparto na statystycznie jednorodnych wydzieleniach geologiczno-inżynierskich. Analizę podzielono na dwa etapy: pierwszy, prowadzący do wyznaczenia wspomnianych wydzieleni, i drugi, w którym przeanalizowano uzyskane rozwiązania pod względem powtarzalności otrzymanych rezultatów.



Ryc. 2. Wyniki sondowania statycznego osadów rzecznych. Ps – piaski średnie, Ż – żwir, Pπ – piaski pylaste, Πp – pył piaszczysty, Gπ – glina pylasta  
 Fig. 2. Results of CPTU of river deposits. Ps – medium sand, Ż – gravel, Pπ – silty sand, Πp – sandy silt, Gπ – silty clay

W pierwszym etapie wykorzystano standardowe parametry uzyskane z sondowań statycznych, służące zwykle do identyfikacji i charakterystyki wydzielen geotechnicznych (Robertson, 2009) (ryc. 2). Pod uwagę wzięto parametry: znormalizowany współczynnik tarcia  $F_r$  (1), znormalizowany opór stożka  $Q_t$  (2), opór stożka netto  $q_n$  (3) oraz skorygowany opór stożka  $q_t$  (4).

$$F_r = \frac{f_s}{q_t - \sigma_{v0}} \cdot 100\% \quad (1)$$

$$Q_t = \frac{q_t - \sigma_{v0}}{\sigma_{v0}'} \quad (2)$$

$$q_n = q_t - \sigma_{v0} \quad (3)$$

$$q_t = q_c + (1 - a)u_2 \quad (4)$$

gdzie:

$q_c$  – opór stożka,  
 $a$  – współczynnik powierzchni,  
 $u_2$  – ciśnienie wody w porach gruntu mierzone za stożkiem,  
 $f_s$  – tarcie na poboczniczy,  
 $\sigma_{v0}$  – naprężenie pionowe,  
 $\sigma_{v0}'$  – naprężenie efektywne.

Wartości tych parametrów poddano następnie grupowaniu, korzystając z opisanej i polecanej przez Młynarka i Wierzbickiego (2007) metody k-średnich. Jest to metoda niehierarchiczna, polegająca na tworzeniu określonej liczby skupień, które różnią się od siebie w jak największym stopniu. Każde skupienie jest odrębnym zbiorem danych i nie wchodzi w skład innego skupienia. Początkową ilość skupień określa się losowo, dobierając najlepsze dopasowanie. W tym celu najczęściej stosowana jest analiza indeksu CH (indeks Calińskiego-Harabasa). Obiekty są przenoszone pomiędzy skupieniami aż do momentu uzyskania minimalnej zmienności wewnątrz skupienia i maksymalnej zmienności między skupieniami (Everitt, 1974; Stanisław, 2007). Przypisywanie obiektów do poszczególnych skupień polega na porównywaniu odległości danego obiektu od środka ciężkości skupienia. Odległość jest obliczana ze wzoru (5):

$$D(i, j) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (X_{ik} - X_{jk})^2} \quad (5)$$

gdzie:

$D$  – odległość  $i$ -tego obiektu od środka ciężkości  $j$ -tego skupienia,  
 $X$  – zmienna opisująca obiekt,  
 $k$  – indeks sumowania,  
 $i$  – indeks obiektu,  
 $j$  – indeks skupienia.

Dodatkowo w grupowaniu metodą k-średnich otrzymujemy wyniki analizy wariancji. Na podstawie statystyki  $F$  można zatem określić, która zmienna miała największy wpływ na podział danych na skupienia (Stanisław, 2007).

W wyniku analizy skupień uzyskuje się jednak wiele możliwych rozwiązań, a problemem staje się wybór tego najbardziej odpowiedniego. W tym celu wykonuje się zwykle analizę wartości indeksu Calińskiego-Harabasa (CH), która pozwala na określenie optymalnej ze statystycznego punktu widzenia liczby skupień (Caliński & Harabasz, 1974; Górecki, 2011). Dodatkowo, optymalną ilość skupień można wyznaczyć na podstawie wykresu średniej ważonej współczynnika zmienności dla poszczególnego skupienia – ACV (Wierzbicki, 2007). To kryterium można określić jako bardziej „inżynierskie”, prowadzi bowiem do minimalizacji zmienności wewnątrz największych skupień, marginalizując skupienia niewielkie. Podczas interpretacji sondowań zastosowano obydwie metody. Wyniki sondowań grupowano oddzielnie na dwóch obszarach. Pierwszy z nich stanowił obszar bazowy (B) do stworzenia modelu budowy geologiczno-inżynierskiej podłoża. W jego skład wchodziły sondowania od 2 do 11. Drugi obszar, na którym wykonano sondowania 1 i 12, stanowił rodzaj testowego zbioru danych (T), służącego weryfikacji postawionych hipotez o przestrzennym zróżnicowaniu badanych osadów. Ta część analizy stanowiła drugi etap badań, podczas którego porównano przestrzenny układ wydzielen określony w pierwszym i drugim obszarze oraz podjęto próbę wyznaczenia rozkładów prawdopodobieństwa wartości analizowanych parametrów w obrębie poszczególnych wydzielen. Pozwoliło to na dokonanie analizy statystycznej istotności różnic tak pomiędzy wydzieleniami, jak i obszarami badań.

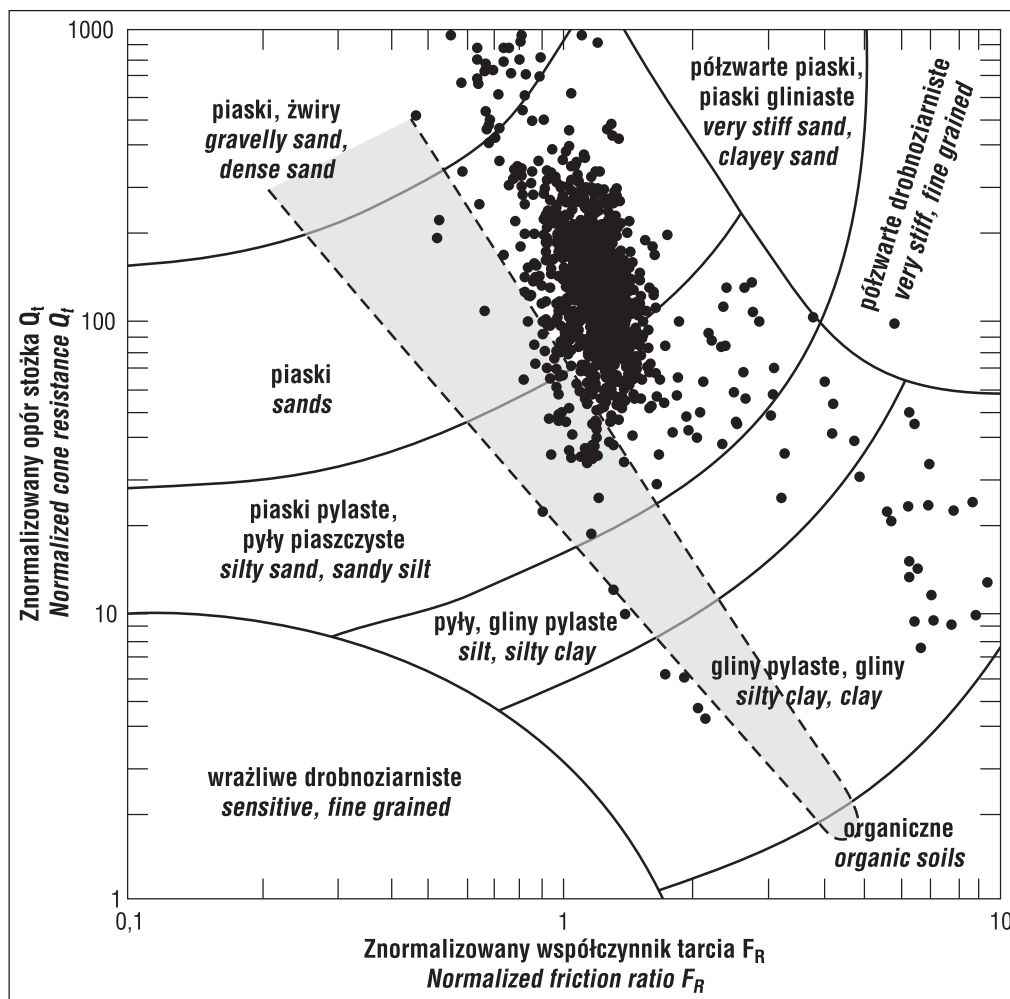
## WYNIKI BADAŃ

Wyniki sondowań statycznych, umieszczone na diagramie Robertsona, doskonale obrazują jak duże jest zróżnicowanie badanych osadów zarówno pod względem rodzaju gruntu, jak i jego właściwości mechanicznych (ryc. 3). W profilach zidentyfikowano wprawdzie głównie grunty piaszczyste (gruboziarniste wg PN-EN ISO 14688), ale o bardzo szerokim spektrum składu ziarnowego oraz różnym zagęszczeniu. W badanych profilach występują również grunty drobnoziarniste, charakteryzujące się kohezją, jak pyły i gliny pylaste (ryc. 2).

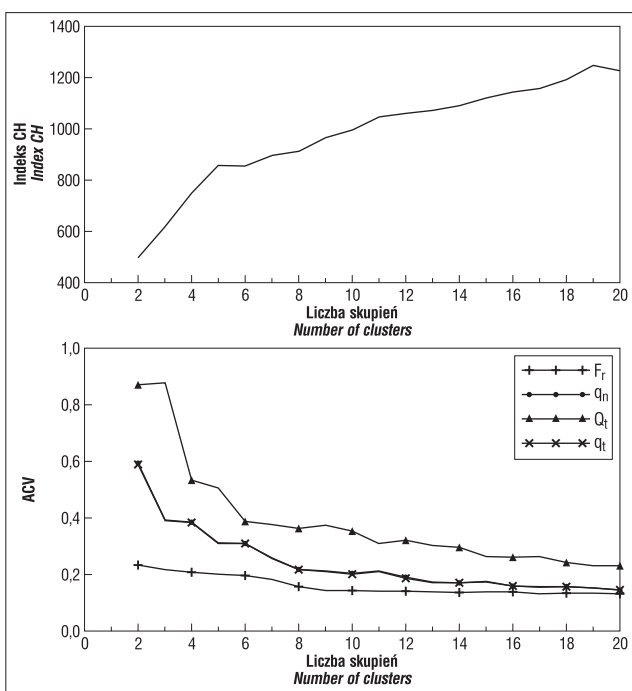
Co istotne, wspólną cechą większości badanych osadów są oznaki prekonsolidacji. Za przyczynę powstania takiego efektu z dużym prawdopodobieństwem można uznać procesy filtracyjne, prowadzące do tzw. quasi prekonsolidacji gruntu (Wierzbicki, 2010).

Grupowanie danych przeprowadzono na danych standaryzowanych (Młynarek i in., 2005). Standaryzacja danych zapewniła równość wpływu poszczególnych zmiennych, podczas gdy w wypadku analizowania danych niestandaryzowanych, większą wagę w rozwiązaniu uzyskałyby zmienne o dużych wartościach różnic bezwzględnych (jak na przykład znormalizowany opór stożka  $Q_t$ ). W analizie założono, że maksymalną braną pod uwagę podczas grupowania liczbą wydzielen jest 20, co przy 10 metrowej głębokości rozpoznania, można uznać za racjonalne.

W efekcie przeprowadzonych analiz otrzymano wykresy rozkładu wartości indeksu CH oraz średniej ważonej (ACV), w zależności od liczby uzyskanych wydzielen obszaru bazowego (ryc. 4).



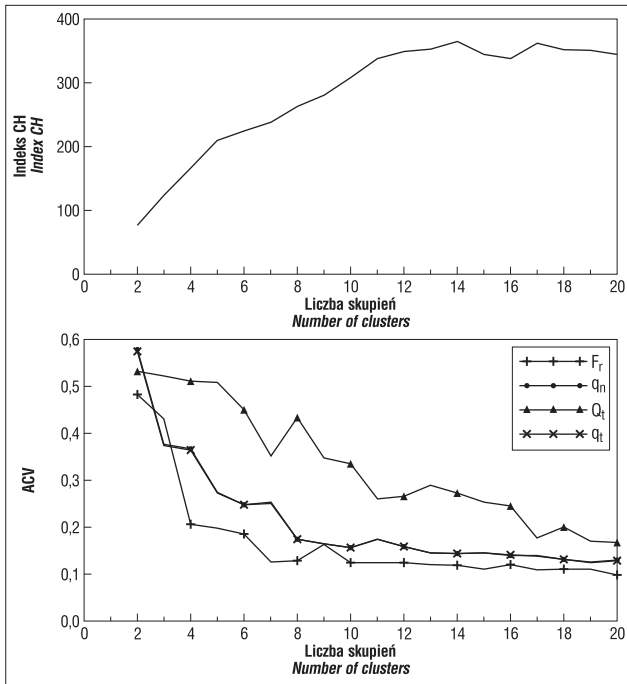
Ryc. 3. Zbiorcze zestawienie wyników CPTU na diagramie klasyfikacyjnym Robertsona (2009)  
 Fig. 3. Tested soils on the CPTU classification chart by Robertson (2009)



Ryc. 4. Wartości indeksu CH oraz ACV w zależności od liczby skupień na obszarze bazowym  
 Fig. 4. The values of CH index and ACV versus different number of clusters of the base area

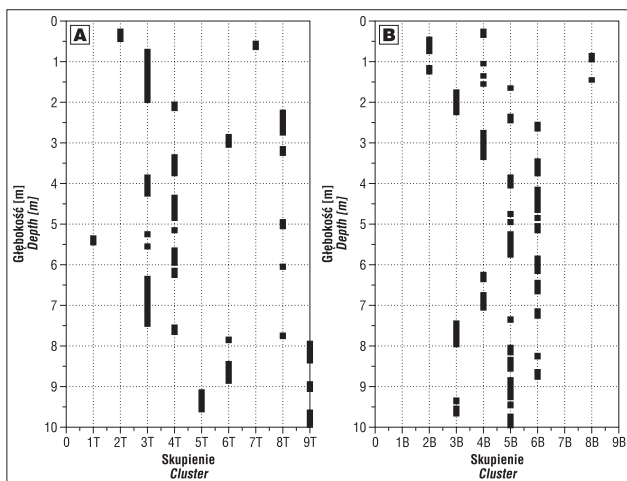
Jak można zauważyć, wartość indeksu CH nie osiąga w założonym przedziale liczby skupień (2–20) wyraźnego maksimum. Pierwsze, lokalne maksimum indeksu uzyskuje przy liczbie 5 wydzieleni, lecz już od liczby 7 wydzieleni jego wartość nadal (niemal jednostajnie) rośnie, aż do 19 wydzieleni. W związku z brakiem jednoznacznego wskazania w oparciu o indeks CH, wyboru optymalnego rozwiązania dokonano, posługując się średnim ważonym współczynnikiem zmienności – ACV (Wierzbicki, 2007). Wyniki tej analizy wskazują, że największą zmienność spośród branych pod uwagę parametrów CPTU wykazuje parametr  $q_t$ , najmniejszą zaś parametr  $F_r$  – oba wykorzystywane przy wstępnej ocenie litologiczno-wytrzymałościowej profilu. Z kolei parametry  $q_t$  i  $q_n$ , związane z parametrami wytrzymałościowo-odkształceniowymi gruntu, cechują się taką samą zmiennością (co poniekąd wynika z ich definicji). Przyjmując za akceptowalną wartość ACV parametrów w profilu na poziomie 20% można zauważyć, że w przypadku parametrów  $q_t$  i  $q_n$  wartość taka pojawia się przy liczbie 8 wydzieleni. Kierując się tym spostrzeżeniem jako optymalne przyjęto rozwiązanie polegające na wydzieleniu 8 skupieni w całym obszarze bazowym.

Podobną analizę przeprowadzono na danych obszaru testowego (ryc. 5). W tym przypadku wartości indeksu CH wskazywały na osiągnięcie optymalnego rozwiązania przy 14 skupieniach. Porównując ten rezultat z wartościami średniego współczynnika zmienności należy jednak



Ryc. 5. Wartości indeksu CH oraz ACV w zależności od liczby skupień na obszarze testowym

Fig. 5. The values of CH index and ACV versus different number of clusters of the testing area



Ryc. 6. Wydzielenia warstw uzyskane metodą analizy skupień; A – profil 1 obszar testowy, B – profil 2 obszar bazowy

Fig. 6. The division of the layers obtained by cluster analysis; A – profile 1 the testing area, B – profile 2 the base area

stwierdzić, że optymalizacja rozwiązania dotyczy w tym wypadku jedynie parametru  $Q_t$ . Pozostałe parametry uzyskują założone wartości ACV, już przy ośmiu lub dziewięciu wydzieleniach. Ostatecznie, za optymalne rozwiązanie w przypadku obszaru testowego przyjęto wydzielenie 9 skupień.

## ANALIZA I DISKUSJA WYNIKÓW

Porównanie wyników analizy skupień przeprowadzonej na obydwu obszarach wskazuje na potencjalnie duże podobieństwo pomiędzy nimi. Wnioskować o tym można tak z ogólnej liczby wydzieleni, jak i niemal identycznych wartości ACV w obydwóch przypadkach. Również układ warstw w obrębie poszczególnych obszarów cechuje się pewną regularnością (ryc. 6).

Przyjęta wstępnie teza dotycząca podobieństwa obszarów bazowego i testowego została poddana weryfikacji za pomocą metod statystycznych. W tym celu pomiędzy obydwoma obszarami porównano analizowane wydzielenia, starając się połączyć je w pary. Do oceny podobieństwa wykorzystano analizę wariancji (Górecki, 2011). Uzyskane rezultaty wskazują, że jedynie w dwóch przypadkach można mówić o statystycznym podobieństwie wydzieleni. Stwierdzenie to dotyczy grup 3B i 5T oraz 2B i 7T, które łącznie stanowią jedynie około 10% gruntów występujących na badanych obszarach. W tym miejscu należy zaznaczyć, że statystyczna analiza różnic między grupami może mieć obniżoną wiarygodność ze względu na niespełnienie warunku normalności rozkładu w przypadku wszystkich wydzieleni i wszystkich parametrów. Generalnie rozkładem normalnym lub zbliżonym do niego charakteryzowały się wartości  $F_r$ , natomiast wartości  $Q_t$  z reguły układały się zgodnie z rozkładem lognormalnym (ryc. 7).

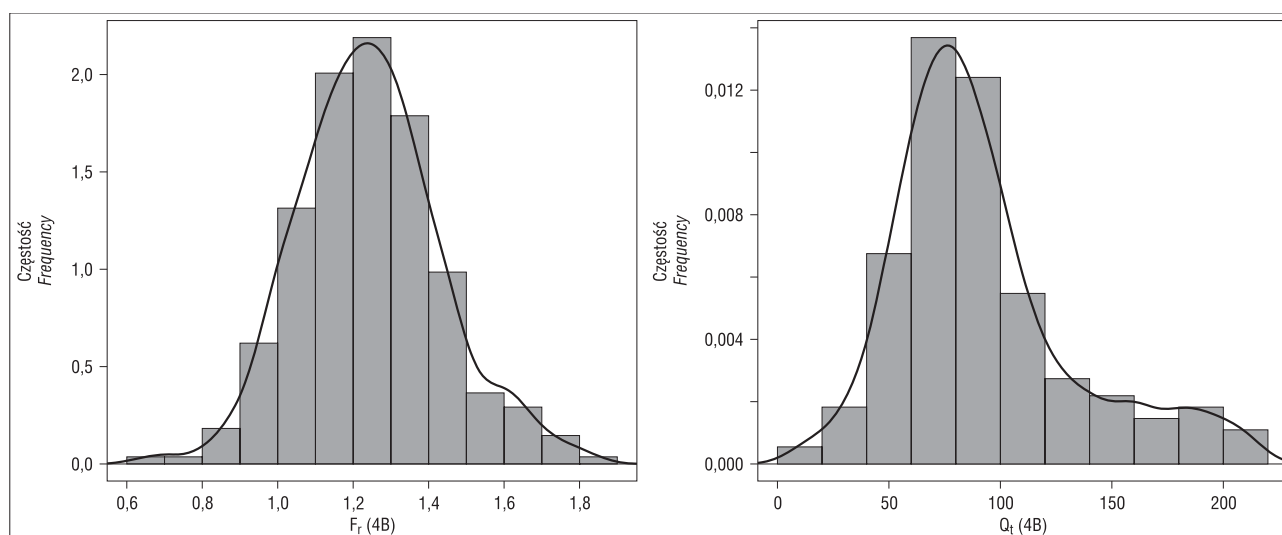
Jednocześnie zestawienie średnich wartości analizowanych parametrów wskazuje, że o pewnej zbieżności wyników można również twierdzić pomiędzy grupami: 1B i 2T, 4B i 4T, 5B i 9T, 6B i 8T oraz 7B i 1T (tab. 1).

Na podstawie uzyskanych rezultatów bardzo wyraźnie widać trudności obecne podczas geologiczno-inżynierskiej analizy osadów dolin rzecznych. W skali zdjęcia geologicznego większego obszaru osady te niewątpliwie wyróżniają się jako kompleks utworów, często charakteryzowanych jako utwory niespoiste o w miarę jednorodnych parametrach geotechnicznych. W rzeczywistości, w skali badań przydatnej do celów inżynierskich, grunty aluwialne cechują istotne różnice, zarówno w profilu pionowym, jak i układzie przestrzennym. W pewnym stopniu mylące mogą wydawać się wnioski oparte na analizie wartości średnich parametrów geotechnicznych. Prowadzą one do stwierdzenia, że w ogólności pewien rytm wydzieleni w obrębie 10-metrowych profili jest powtarzalny w różnych fragmentach doliny. Rytm ten wynika niewątpliwie z pewnej cykliczności procesów akumulacji rzecznej. Przeprowadzenie jednak bardziej szczegółowej analizy wykazuje, że w ujęciu statystycznym jedynie 10% gruntów można określić jako powtarzalne na większym obszarze. Na taki stan rzeczy wpływ może mieć efekt nakładania się na skomplikowaną historię procesów depozycyjnych w dolinie rzecznej, oddziaływań procesów postdepozycyjnych, związanych ze zmianami filtracyjnymi.

## WNIOSKI

Osady rzeczne można traktować jako utwory jednorodne jedynie w bardzo ogólnej skali zdjęcia geologicznego. Obserwowane w skali geotechnicznej różnice, nawet w obrębie jednorodnych genetycznie i litologicznie wydzieleni, powodują, że poziom 20% wewnętrznej zmienności wartości parametrów w obrębie przyjmowanych wydzieleni należy uznać za konieczny do zaakceptowania.

Jednocześnie jedynie w stosunku do niewielkiej części profilu (około 10%) można twierdzić o statystycznie potwierdzonej powtarzalności właściwości gruntu na większym obszarze. Obserwowane podobieństwa pomiędzy średnimi wartościami parametrów w obrębie poszczególnych wydzieleni mają więc charakter ogólny i dyskusyjny szczególnie, jeżeli zgromadzone dane będą służyły analizie niezawodności.



**Ryc. 7.** Typowy rozkład parametru  $F_r$  i  $Q_t$  w obrębie przyjętych wydzieleni (przykład dla skupienia 4B)  
**Fig. 7.** Typical distribution of  $F_r$  i  $Q_t$  parameters in adopted divisions (example of 4B cluster)

**Tab. 1.** Średnie wartości parametrów sondowania statycznego dla poszczególnych skupień  
**Table 1.** Average values of CPTU parameters in clusters

Obszar testowy (T) Testing area (T)					Obszar bazowy (B) Base area (B)				
Numer skupienia Number of cluster	$q_t$ [MPa]	$F_r$ [%]	$Q_t$ [-]	$q_n$ [MPa]	Numer skupienia Number of cluster	$q_t$ [MPa]	$F_r$ [%]	$Q_t$ [-]	$q_n$ [MPa]
1T	0,83	6,60	10,44	0,74	1B	2,98	0,74	916,68	2,98
2T	3,19	0,67	768,32	3,19	2B	3,38	0,91	321,86	3,37
3T	2,53	1,37	60,54	2,47	3B	19,28	1,13	247,71	19,14
4T	4,90	1,14	83,03	4,82	4B	4,16	1,24	91,86	4,09
5T	18,93	1,23	185,59	18,77	5B	12,24	1,18	166,52	12,12
6T	9,96	1,15	123,21	9,83	6B	7,94	1,22	126,58	7,84
7T	3,56	1,02	338,99	3,55	7B	0,53	6,99	24,16	0,51
8T	7,30	1,14	119,78	7,21	8B	1,36	2,76	61,34	1,33
9T	13,72	1,18	139,13	13,57	-	-	-	-	-

Należy zauważyć, że w przedstawionych badaniach wykorzystano jedną z dostępnych technik statystycznej analizy danych. Obserwowane w trakcie analiz odstępstwa niektórych prób danych od rozkładu normalnego wskazują, że być może w ocenie przestrzennego układu właściwości geotechnicznych osadów dolin rzecznych bardziej odpowiednie mogą być techniki związane z analizą funkcyjną danych (Młynarek i in., 2014).

Autorzy artykułu dziękują dr. Łukaszowi Smadze z Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu za konsultacje przy zastosowaniu technik statystycznych. Sondowania statyczne wykonano dzięki pomocy i życzliwości firmy Geoprojekt – Poznań.

### SPIS LITERATURY

- CALIŃSKI T. & HARABASZ J. 1974 – A dendrite method for cluster analysis. *Communication in Statistics*, 3: 1–27.
- EVERITT B. 1974 – *Cluster Analysis*. Halsted-Wiley, N.Y.
- GÓRECKI T. 2011 – *Podstawy statystyki z przykładami w R*. Wydawnictwo BTC, Legionowo.
- GRADZIŃSKI R., KOSTECKA A., RADOMSKI A. & UNRUG R. 1986 – *Zarys sedimentologii*. Wydawnictwo Geologiczne, Warszawa.
- MŁYNAREK Z. & WIERZBICKI J. 2007 – Nowe możliwości i problemy interpretacyjne polowych badań gruntów. *Geologos*, 11: 97–118.
- MŁYNAREK Z., WIERZBICKI J. & WOŁYŃSKI W. 2005 – Use of cluster method for in situ tests. *Stud. Geotech. Mech.*, 27 (3/4): 16–27.
- MŁYNAREK Z., WIERZBICKI J. & WOŁYŃSKI W. 2014 – Use of functional cluster analysis method for grouping of homogenous CPTU characteristics. 3rd International Symposium on Cone Penetration Testing. Las Vegas.
- PN-EN ISO 14688-1:2006 – *Badania geotechniczne. Oznaczenie i klasyfikowanie gruntów. Część 1 – Oznaczenie i opis*. PKN, Warszawa.
- PN-EN ISO 14688-2:2006 – *Badania geotechniczne. Oznaczenie i klasyfikowanie gruntów. Część 2 – Zasady klasyfikowania*. PKN, Warszawa.
- PRZEDWOJSKI B. & WIERZBICKI M. 2007 – Skutki działania progów stabilizujących w korycie Warty poniżej zbiornika Jezioro. *Nauka Przyroda Technologie*, 1: 219–228.
- ROBERTSON P.K. 2009 – Interpretation of cone penetration tests – a unified approach. *Canadian Geotech. J.*, 46: 1337–1355.
- SMAGA A. 2013 – Analiza przestrzennego zróżnicowania parametrów geotechnicznych w aspekcie erozji koryta rzeki Warty poniżej zbiornika Jezioro. [W:] Bzówka J. (red.) *Aktualne badania i analizy z inżynierii lądowej*, nr 448. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice: 161–170.
- SOKOŁOWSKA M. 2013 – Ustalenia modelu geotechnicznego podłoża w piaskach rzecznych. *Budownictwo i inżynieria środowiska*, 4: 69–78.
- STANISZ A. 2007 – *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny. Tom 3. Analizy wielowymiarowe*. StatSoft Polska, Kraków.
- WIERZBICKI J. 1997 – Budowa geologiczna i parametry geotechniczne podłoża w obrębie pradolin i rynien polodowcowych. II Ogólnopolska Konferencja Naukowa Poznań: 187–195.
- WIERZBICKI J. 2007 – Determination of homogenous geotechnical layers in strongly laminated soil by means of CPTU and cluster analysis. [W:] *Proc. of 14th European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*. Madrid, vol. 5. Millpress, Rotterdam: 575–580.
- WIERZBICKI J. 2010 – Ocena prekonsolidacji podłoża metodami in situ w aspekcie jego genezy. *Rozprawy naukowe. Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu, Poznań*.