

## Parametry kształtu ziaren gruntowych oraz analityczne sposoby ich wyznaczania

Sylwia Szerakowska<sup>1</sup>



Parameters describing the soil particle shape and analytical methods of determining. *Prz. Geol.*, 62: 704–714.

*A b s t r a c t.* Particle shape is a major factor conditioning behavior of soil, which in natural conditions is very diverse and complex. For the generally accepted characteristics describing the shape of granule was sphericity, angularity and surface microstructure. Due to the lack of specified by standards definition of shape and its properties and methods of their determination, over the years developed various definitions and methods of determination elaborated by many authors. The most popular parameters were sphericity and angularity, which results in a number of possible definitions of these parameters. Due to the complicated character of the microstructure of the granule surface, this parameter wasn't defined so many and is often overlooked when determining the shape of the aggregate. On the basis of literature data attempted to compilation definition and analytical methods of determining the characteristics of the shape of the granules. In further part of work drew attention to the subject of

the shape of the granules and methods of its description in the standards EN ISO 14688-1:2006 force in most countries of the European Union and ASTM D 2488-00 used in the United States.

**Keywords:** form, elements of particle shape: sphericity, angularity, roundness, texture

Do podstawowych parametrów, które wpływają na zachowanie gruntu, należy zaliczyć jego skład granulometryczny, mineralny oraz kształt ziaren (Parylak, 2000). Ze względu na złożoność zagadnienia, od początku XX w. były podejmowane próby opracowania definicji i metod skutecznego oraz jednoznacznego wyznaczania cechy kształtu ziaren gruntowych. W wyniku wieloletnich prac, uzyskano skutek praktycznie odwrotny – opracowano bardzo wiele definicji i sposobów określania kształtu ziaren, które są nieustannie modyfikowane.

Cecha kształtu nie została do tej pory dokładnie znormalizowana, co wiąże się z ogromną ilością różnych jej interpretacji. Do dziś często operuje się ogólnymi pojęciami, typu: kształt kulisty, kształt elipsoidalny, kształt wrzecionowaty, opierającymi się na stosunku trzech głównych osi ziarna lub indywidualnej ocenie na podstawie wizualnych obserwacji. Innym sposobem stosowanym w celu orientacyjnego określenia kształtu ziaren i jego mikrotekstury jest badanie specyfiki powierzchni za pomocą dotyku, poprzez wyznaczenie ziaren gładkich, szorstkich lub kombinacji wcześniej wymienionych. Ogólny wygląd zewnętrzny ziaren, jako wynik obróbki uzyskanej w trakcie transportu i sedimentacji, stanowi często podstawę ich klasyfikacji. Zestawienie opisowych podziałów kształtu zawarł w swej pracy Merkus (2009).

Dokładniej cechą kształtu zajął się Wadell w latach 30. XX w. (Less, 1964). Jako pierwszy przyjął, że kształt ziaren jest pojęciem złożonym i składa się z dwóch niezależnych parametrów geometrycznych: stopnia kulistości i stopnia zaokrąglenia naroży. Barrett (1980), dokonując podsumowania zgromadzonej literatury dotyczącej kształtów ziaren, rozszerzył kształt o trzeci parametr. Żeby właściwie scharakteryzować kształt, należy określić następujące trzy parametry:

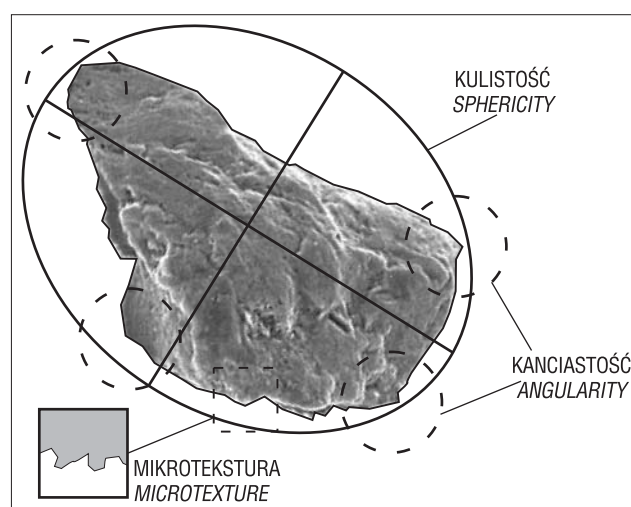
- kulistość, często nazywaną sferycznością lub formą (ang. *sphericity, form*),
- kanciastość ostrokrawędzistość, kątość ziaren lub obtoczenie (ang. *angularity, roundness*),
- mikroteksturę powierzchni, często określaną w literaturze jako stopień szorstkości, chropowatość, tekstura (ang. *roughness, texture*).

Kulistość, kanciastość i mikrotekstura powierzchni są geometrycznie niezależnymi parametrami kształtu, chociaż może zachodzić naturalna korelacja pomiędzy nimi (ryc. 1).

Wprowadzenie powyższych pojęć zapoczątkowało prace naukowców dotyczące udoskonalania i formułowania ich definicji za pomocą wzorów. Celem artykułu jest przegląd i analiza definicji kształtu ziaren w odniesieniu do kruszywa budowlanego i drogowego oraz normowych sposobów jego określenia.

### KSZTAŁT ZIAREN GRUNTOWYCH

Kształt ziaren jest jednym z podstawowych parametrów gruntów, jednak ocena niekształtności ziaren jest nadal bardzo ogólnikowa. Mimo że kształt ziarna jest parametrem trójwymiarowym, najczęściej dokonuje się analizy dwuwymiarowej, polegającej na badaniu obrazu, uzyskanego za pomocą aparatu fotograficznego lub mikroskopu (Mora & Kwan, 2000; Sukumaran & Ashmawy, 2001).



Ryc. 1. Parametry cechy kształtu ziarna wg Barretta (1980)  
Fig. 1. Elements of particle shape acc. to Barrett (1980)

<sup>1</sup> Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Białostockiej, ul. Wiejska 45E, 15-351 Białystok; sylwiaszerakowska@gmail.com.

Dzięki zaawansowanym technologiom coraz częściej definiuje się parametry kształtu ziaren w wymiarze przestrzennym, wykorzystując np. skaningowy mikroskop elektronowy SEM (Masad, 2001; Alshibli & Alsaleh, 2004) oraz komputerową analizę obrazu IA (Wang i in., 2004; Bujak & Bottinger, 2008).

Poniżej przedstawiono analizę definicji zastosowanych do opisu głównych cech kształtu ziaren.

### KULISTOŚĆ (FORMA, SFERYCZNOŚĆ)

Spośród wszystkich parametrów kształtu, kulistość określana jest najczęściej jako pierwsza cecha wykorzystywana do charakterystyki kształtu ziarna. We wczesnej fazie badań nad parametrem kształtu, tj. w I połowie XX w., cecha kulistości była często utożsamiana z kształtem ziaren, np. przez Heywooda, Zingga (w: Barrett, 1980) i Coreya (w: Walsh & Rao, 1988). Określając kulistość, badacze najczęściej porównują ogólny kształt ziarna do kuli.

Wadell w 1932 roku zdefiniował kulistość za pomocą parametru, który określił jako stopień kulistości ( $\Psi$ ). Ponieważ pomiar rzeczywistej powierzchni cząstki jest bardzo skomplikowany, a możliwości techniczne były bardzo ograniczone, Wadell w latach 1932–1935 opracował pięć definicji stopnia kulistości, przy czym trzy równania dotyczyły definicji w przestrzeni trójwymiarowej.

Pierwszy z wzorów podany przez Wadella w 1932 roku (w: Ozol, 1978) zdefiniował stopień kulistości ( $\Psi$ ) jako stosunek pola powierzchni kuli ( $s$ ), o tej samej objętości co określone ziarno ( $V_p$ ), do pola powierzchni tego ziarna ( $A$ ) (ryc. 2), zgodnie z wzorem:

$$\psi = \frac{s}{A} \quad [1]$$

W roku 1934 Wadell zaproponował inną definicję stopnia kulistości ziaren (ryc. 3), przez wprowadzenie następującego wzoru (w: Ozol, 1978):

$$\psi = \sqrt[3]{\frac{V_p}{V_{CIR}}} \quad [2]$$

gdzie:

$V_p$  – rzeczywista objętość ziarna kruszywa,  
 $V_{CIR}$  – objętość kuli opisanej na ziarnie kruszywa.

Kolejną definicję opisu stopnia kulistości ziarna w przestrzeni trójwymiarowej zaproponował Wadell również w roku 1934, jako stosunek średnicy kuli ( $D_{SV}$ ), o takiej samej objętości ( $V_p$ ), jak badane ziarno, do średnicy kuli opisanej na tym ziarnie ( $D_{CIR}$ ) (ryc. 4):

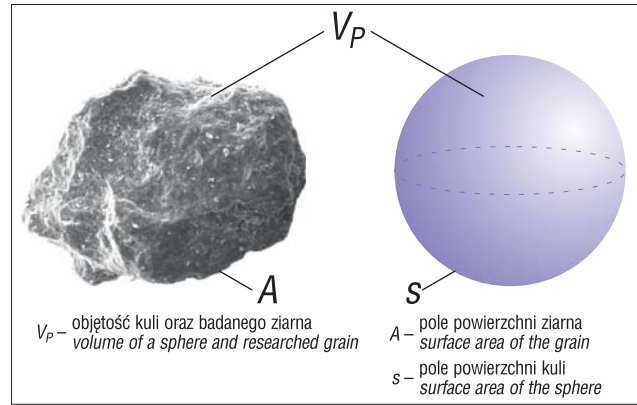
$$\Psi = \frac{D_{SV}}{D_{CIR}} \quad [3]$$

Z uwagi na brak technicznych możliwości wyznaczenia wielkości w równaniach [1]–[3], w roku 1935 Wadell opracował definicję stopnia kulistości ziarna w przestrzeni dwuwymiarowej, którą określił wzorem (w: Ozol, 1978) (ryc. 5):

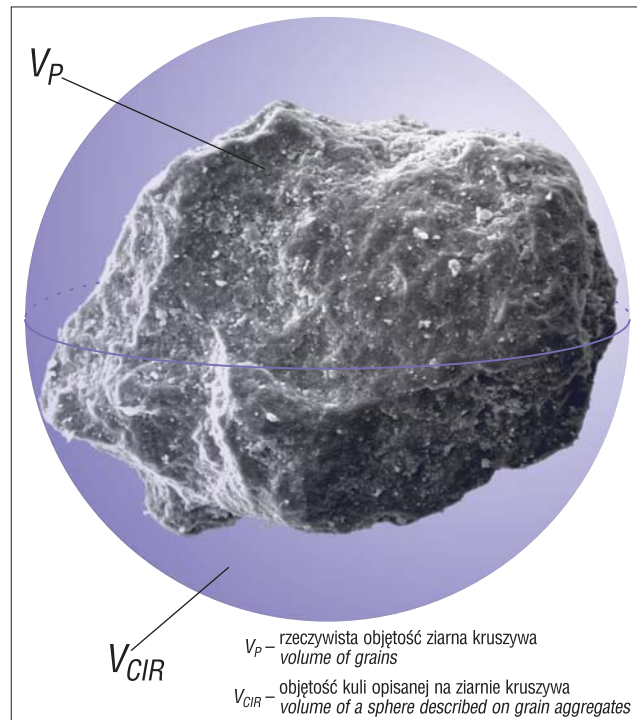
$$\psi = \frac{d_p}{D} \quad [4]$$

gdzie:

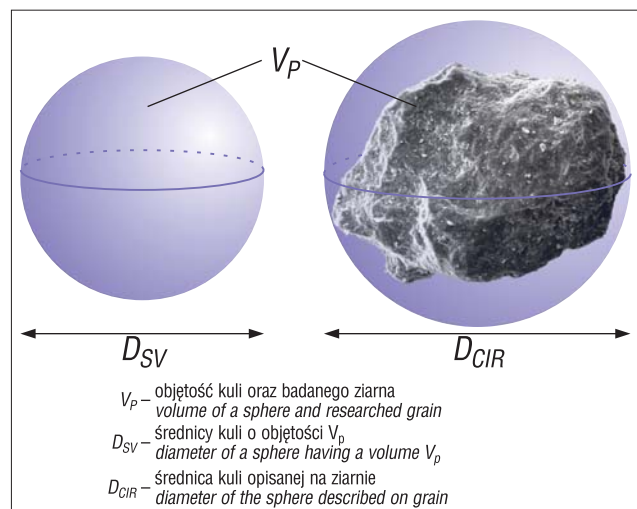
$d_p$  – średnica okręgu, którego pole powierzchni jest równe polu powierzchni rzutu ziarna,  
 $D$  – średnica najmniejszego okręgu opisanego na rzucie tego ziarna.



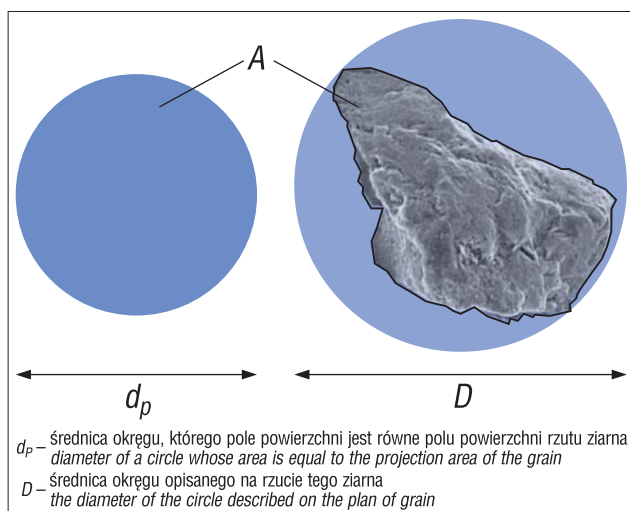
Ryc. 2. Graficzne przedstawienie definicji Wadella z 1932 r.  
 Fig. 2. Graphical representation of the definition of Wadell from 1932



Ryc. 3. Graficzne przedstawienie definicji Wadella z 1934 r.  
 Fig. 3. Graphical representation of the definition of Wadell from 1934



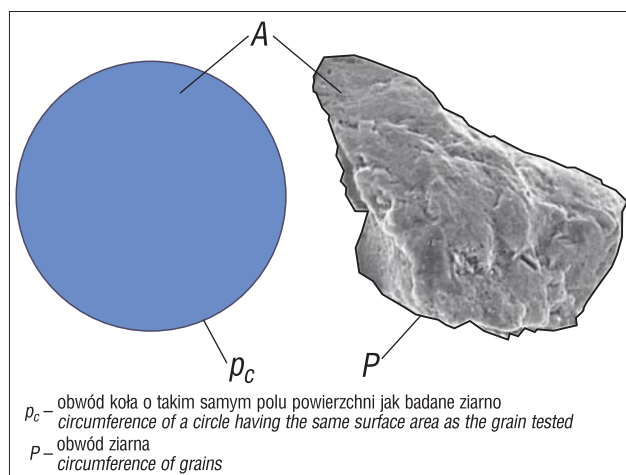
Ryc. 4. Graficzne przedstawienie definicji Wadella z 1934 r.  
 Fig. 4. Graphical representation of the definition of Wadell from 1934



**Ryc. 5.** Graficzne przedstawienie definicji Wadella z 1935 r.  
**Fig. 5.** Graphical representation of the definition of Wadell from 1935

W tym samym roku Wadell zaproponował kolejny wzór umożliwiający określenie stopnia kulistości ziaren w przestrzeni dwuwymiarowej (w: Cavarretta i in., 2009) (ryc. 6):

$$\psi = \frac{p_c}{P} \quad [5]$$



**Ryc. 6.** Graficzne przedstawienie drugiej definicji Wadellaz 1935 r.  
**Fig. 6.** Graphical representation of the definition of Wadell from 1935

gdzie:  
 $p_c$  – obwód koła o takim samym polu powierzchni jak badane ziarno,  
 $P$  – rzeczywisty obwód ziarna.

Na przestrzeni lat, za przykładem Wadella, opracowano wiele definicji kulistości, których chronologiczne zestawienia zamieszczono w tabelach 1 oraz 2.

**Tab. 1.** Definicje opisu kulistości ziaren kruszywa w przestrzeni dwuwymiarowej  
**Table 1.** Definitions describe the sphericity of the aggregate in the two-dimensional space

Autor Author	Wzór Formula	Nazwa wg autora Author designation	Literatura Literature
Cox (1927) później Janoo (1998)	$\frac{4\pi A}{P^2}$ [6]	<i>circularity</i> <i>roundness index</i>	Tysmans i in., 2006 Janoo, 1998
Pentland (1927)	$\frac{4A}{\pi a^2}$ [7]	<i>projection sphericity</i>	Ghaemi i in., 2009
Wadell (1935)	$\frac{d_p}{D}$ jak w [4]	<i>indices of sphericity</i>	Ozol, 1978
Riley (1941)	$\sqrt{\frac{d_{in}}{D}}$ [8]	<i>incirbed circle, sphericity</i>	Ozol, 1978
Pye i Pye (1943)	$\sqrt{\frac{b}{a}}$ [9]	<i>projection sphericity</i>	Clayton i in., 2009
Tonnard (1963)	$\frac{4000A}{Pa}$ [10]	<i>roundness</i>	Nowak, 1984
Yue i in. (1995)	$\frac{P^2}{A}$ [11]	<i>compactness</i>	Yue & Marin, 1996
Quirantes i in. (1996)	$\frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \ln \left[ \frac{1+\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon} \right]$ [12] gdzie: $\varepsilon = \frac{b}{a}$ [13]	<i>form factor</i>	Quirantes i in., 1996
Masad i in. (2001)	$\frac{\sum_{\theta=5}^{355}  R_{\theta+5} - R_{\theta} }{R_{\theta}}$ [14]	<i>form index</i>	Alshibli & Alsaleh, 2004
Sukurman i Ashmawy (2001)	$\frac{\sum_{i=1}^N  \alpha_i^{particle} }{N \times 45^\circ} \times 100\%$ [15]	<i>shape factor</i>	Sukurman & Ashmawy, 2001

**Tab. 1.** Definicje opisu kulistości ziaren kruszywa w przestrzeni dwuwymiarowej (cd.)  
**Table 1.** Definitions describe the sphericity of the aggregate in the two-dimensional space (cont.)

Autor <i>Author</i>	Wzór <i>Formula</i>	Nazwa wg autora <i>Author designation</i>	Literatura <i>Literature</i>
Alshibli i Alsaleh (2004)	$\frac{D_{equ}}{b} - \frac{D_{equ}}{a}$ [16]	<i>sphericity index</i>	Alshibli & Alsaleh, 2004
Cho i in. (2006)	$\frac{D}{d_{in}}$ [17]	<i>sphericity</i>	Cavarretta i in., 2009

$a$  – dłuższa oś rzutu ziarna,  $A$  – pole powierzchni rzutu ziarna,  $b$  – krótsza oś rzutu ziarna,  $D$  – średnica koła opisanego na rzucie ziarna,  $D_{equ}$  – równoważna średnica ziarna (obwód/ $\pi$ ),  $d_{in}$  – średnica koła wpisanego w rzut ziarna,  $d_p$  – średnica koła o powierzchni równej powierzchni rzutu ziarna,  $N$  – liczba wierzchołków powstałych po wpisaniu w ziarno wieloboku, o równym kącie środkowym dla wszystkich boków,  $P$  – obwód rzutu ziarna,  $R_0$  – odległość wyprowadzona z środka elipsy opisananej na ziarnie do granicy konturu ziarna pod kątem  $\theta$ ,  $\alpha_{i\ patricle}$  – miara wewnętrznego kąta mierzona w narożu ziarna powstałego po podziale ziarna na  $N$  części

$a$  – longer grain projection axis,  $A$  – grain projection surface area,  $b$  – shorter grain projection axis,  $D$  – wheel diameter circumscribed on the grain projection,  $D_{equ}$  – equivalent grain diameter (circumference/ $\pi$ ),  $d_{in}$  – diameter of the wheel inscribed in the grain projection,  $d_p$  – diameter of the wheel with the surface area equal to the grain projection surface area,  $N$  – number of tops created after inscribing, in the grain, a polygon, with the middle angle equal for all sides,  $P$  – grain projection circumference,  $R_0$  – distance led from the centre of ellipse circumscribed on the grain to the edge of the grain contour at angle  $\theta$ ,  $\alpha_{i\ patricle}$  – measure of the internal angle measured in the corner of the grain created after division of the grain into  $N$  parts

**Tab. 2.** Definicje opisu kulistości ziaren kruszywa w przestrzeni trójwymiarowej  
**Table 2.** Definitions describe the sphericity of the aggregate in the three-dimensional space

Autor <i>Author</i>	Wzór <i>Formula</i>	Nazwa wg autora <i>Author designation</i>	Literatura <i>Literature</i>
Wentworth (1922)	$\frac{d_L + d_l}{2d_s}$ [18]	<i>flatness index</i>	Blott & Pye, 2008
Wadell (1932)	$\frac{s}{A}$ jak w [1]	<i>degree of true sphericity</i>	Ozol, 1978
Wadell (1933)	$\sqrt[3]{\frac{V_P}{V_{CR}}}$ jak w [2]	<i>operational sphericity</i>	Ozol, 1978
Heywood (1933)	$\frac{V_P}{\left(\frac{4d_l d_L}{\pi}\right)^{0.5}}$ [19]	<i>shape constant</i>	Walsh & Rao, 1988
Krumbein (1941) później Masad i in. (2001)	$\sqrt[3]{\frac{d_l d_s}{d_L^2}}$ [20]	<i>sphericity</i>	Abedinzadeh & Abedinzadeh, 1991 Masad, 2001
Corey (1949) później Kuo i in. (1996)	$\frac{d_s}{\sqrt{d_l d_L}}$ [21]	<i>shape factor</i>	Walsh & Rao, 1988 Mora & Kwan, 2000
Williams (1949)	$1 - \frac{d_l d_s}{d_i^2}$ gdy $d_i^2 > d_l d_s$ [22]	<i>shape factor</i>	Barrett, 1980
	$\frac{d_i^2}{d_l d_s} - 1$ gdy $d_i^2 < d_l d_s$ [23]		
Aschenbrenner (1956)	$\frac{12,8 \left( \sqrt[3]{p^{2q}} \right)}{1 + p(1 + q) + 6\sqrt{1 + p^2(1 + q^2)}}$ [24]	<i>sphericity</i>	Less, 1964
	gdzie: $q = \frac{d_l}{d_s}$ [25]		
	$p = \frac{d_L}{d_l}$ [26]		
Sneed i Folk (1958)	$\sqrt[3]{\frac{d_s^2}{d_l d_L}}$ [27]	<i>maximum projection sphericity</i>	Ozol, 1978
Janke (1966)	$\frac{d_s}{\sqrt{\frac{d_s^2 + d_l^2 + d_L^2}{3}}}$ [28]	<i>form factor</i>	Blott & Pye, 2008

**Tab. 2.** Definicje opisu kulistości ziaren kruszywa w przestrzeni trójwymiarowej (cd.)  
**Table 2.** Definitions describe the sphericity of the aggregate in the three-dimensional space (cont.)

Autor Author	Wzór Formula	Nazwa wg autora Author designation	Literatura Literature
Dobkins i Folk (1970)	$\frac{10 \left( \frac{d_L - d_l - 0,5}{d_L - d_s} \right)}{\frac{d_s}{d_L}}$ [29]	oblate-prolate index	Dobkins & Folk, 1970
Hayakawa i Oguchi (2005)	$\frac{e_n}{A}$ [30]	sphericity index	Hayakawa & Oguchi, 2005

$A$  – pole powierzchni ziarna,  $d_l$  – średni wymiar ziarna,  $d_L$  – najdłuższy wymiar ziarna,  $d_s$  – najkrótszy wymiar ziarna,  $e_n$  – powierzchnia elipsoidy o osiach  $d_L$ ,  $d_l$  oraz  $d_s$ ,  $p$  – współczynnik spłaszczenia,  $q$  – współczynnik wydłużenia,  $s$  – powierzchnia kuli o tej samej objętości ( $V_p$ ) co określone ziarno,  $V_{CIR}$  – objętość kuli opisanej na ziarnie,  $V_p$  – objętość ziarna

$A$  – grain projection surface area,  $d_l$  – average grain dimension,  $d_L$  – the longest grain size,  $d_s$  – the shortest grain size,  $e_n$  – surface area of an ellipsoid with axes  $d_L$ ,  $d_l$  and  $d_s$ ,  $p$  – flattening factor,  $q$  – elongation factor,  $s$  – surface area of the ball with the same volume ( $V_p$ ) as the defined grain,  $V_{CIR}$  – volume of the ball circumscribed on the grain,  $V_p$  – grain volume

**KANCIASŒĆ  
(OBTOCZENIE, ZAOKRĄGLENIE NAROŻY)**

KanciasŒć jest parametrem opisującym kształt ziarna, który odzwierciedla zmiany w jego narożach. KanciasŒć ziaren, określana również jako ostrokrawędzistość, zaokrąglenie naroży lub obtoczenie, jest parametrem charakteryzującym nieregularności obrysu kształtów ziaren.

Wadell w 1932 roku (w: Less, 1964) stopień zaokrąglenia naroży  $P$  (stopień obtoczenia) zdefiniował następująco (ryc. 7):

$$P = \frac{\sum_{i=1}^N r_i}{NR} \quad [31]$$

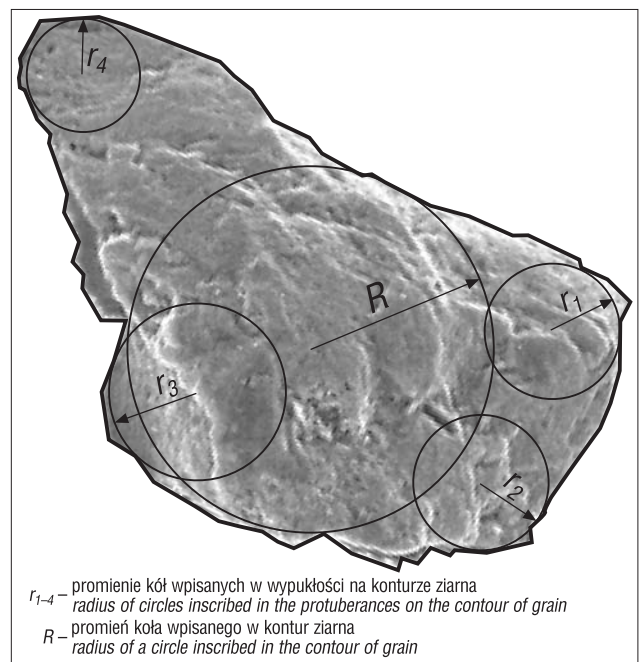
gdzie:

$r_i$  – promienie kół wpisanych w wypukłości na konturze ziarna,

$R$  – promień koła wpisanego w kontur ziarna,

$N$  – ogólna liczba pomiarów promieni  $r_i$

KanciasŒć ziaren jest miarą wygładzenia ostrych naroży i krawędzi, może być wykorzystywana również do określenia miary gładkości powierzchni, a nie kształtu w sensie formy. Różne miary kanciasŒć (stopnia zaokrąglenia naroży) zestawiono chronologicznie w tabeli 3.



**Ryc. 7.** Graficzne przedstawienie sposobu określania stopnia zaokrąglenia naroży zdefiniowanego przez Wadella z 1932 r.  
**Fig. 7.** Graphical representation the method of determining the roundness of corners particles defined by Wadell from 1932

**Tab. 3.** Definicje opisu kanciasŒć ziaren kruszywa  
**Tab. 3.** Definitions describe the angularity of the aggregate

Autor Author	Wzór Formula	Nazwa wg autora Author designation	Literatura Literature
Wentworth (1919)	$\frac{r_1}{a}$ [32]	shape index	Dobkins & Folk, 1970
Wentworth (1922)	$\frac{2r_1}{\sqrt[3]{d_L \cdot d_l \cdot d_s}}$ [33]	roundness	Nowak, 1984
Szadeczky-Kardoss (1933)	$P + C + V = 100\%$ [34]	roundness	Nowak, 1984
Wadell (1935)	$\frac{\sum \frac{r}{R}}{N}$ [35]	degree of roundness	Blott & Pye, 2008
Wadell (1935)	$\frac{N}{\sum \frac{R}{r}}$ [36]	total degree	Blott & Pye, 2008

**Tab. 3.** Definicje opisu kanciastości ziaren kruszywa (cd.)  
**Tab. 3.** Definitions describe the angularity of the aggregate (cont.)

Autor <i>Author</i>	Wzór <i>Formula</i>	Nazwa wg autora <i>Author designation</i>	Literatura <i>Literature</i>
Cailleux (1947)	$\frac{2000 r_1}{a}$ [37] $\frac{2000 r_2}{d_L}$ [38]	<i>roundness index</i>	Nowak, 1984
Powers (1953)	$\sum \frac{T_j P_j}{100}$ [39]	<i>roundness index</i>	Abedinzadeh & Abedinzadeh, 1991
Kuenen (1956)	$\frac{r_1}{b}$ [40]	<i>roundness index</i>	Dobkins & Folk, 1970
Krumbein i Sloss (1963)	$\frac{\sum r_i}{N \cdot r_{max}}$ [41]	<i>roundness</i>	Wijeyeskera i in., 2013
Dobkins i Folk (1970)	$\frac{r_1}{R}$ [42]	<i>roundness</i>	Dobkins & Folk, 1970
Swan (1974)	$\frac{(r_1 + r_2) / 2}{R}$ [43]	<i>roundness</i>	Barrett, 1980
Janoo (1998)	$\frac{4\pi A}{P_{act}^2}$ [44]	<i>roundness index</i>	Janoo, 1998
Stachowiak (2000)	$\frac{\sum [\frac{\sum (sv / h)}{m}]}{n}$ [45] gdzie: $sv = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)h$ [46]	<i>spike parameter – linear fit</i>	Stachowiak, 2000
Mora i Kwan (2000)	$\frac{A}{A_C}$ [47]	<i>convexity ratio</i>	Mora & Kwan, 2000
Mora i Kwan (2000)	$\sqrt{\frac{A}{A_C}}$ [48]	<i>fullness ratio</i>	Mora & Kwan, 2000
Masad i in. (2001)	$\sum_{\theta=5}^{355} \frac{ R_{\theta} - R_{EE\theta} }{R_{EE\theta}}$ [49]	<i>roundness index</i>	Masad, 2001
Sukurman i Ashmawy (2001)	$\frac{\sum_{i=1}^N (\beta_{i \text{ particle}} - 180)^2 - (360^2 / N_{\beta})}{3 \times (180)^2 - (360^2 / N_{\beta})} \times 100\%$ [50]	<i>angularity index</i>	Sukurman & Ashmawy, 2001
Alshibli i Alsaleh (2004)	$\frac{P_{act}}{\pi \left[ \frac{(d_s + d_L)}{2} \right]}$ [51]	<i>roundness</i>	Alshibli & Alsaleh, 2004
Chandan i in. (2004)	$\sum_{i=1}^{N-3}  \theta_i - \theta_{i+3} $ [52] gdzie: $\theta_{(x,y)} = \tan^{-1}\left(\frac{G_x}{G_y}\right)$ [53]	<i>angularity index</i>	Chandan i in., 2004
Hayakawa i Oguchi (2005)	$\frac{V_p}{A} \sqrt[3]{d_L \cdot d_t \cdot d_s}$ [54]	<i>roundness</i>	Hayakawa & Oguchi, 2005

$a$  – dłuższa oś rzutu ziarna,  $A$  – pole powierzchni ziarna,  $A_c$  – pole powierzchni wypukłej,  $b$  – krótsza oś rzutu ziarna,  $C$  – suma krzywizn wklęsłych na zarysie,  $d_t$  – średni wymiar ziarna,  $d_L$  – najdłuższy wymiar ziarna,  $d_s$  – najkrótszy wymiar ziarna,  $G_x$  – pozioma współrzędna krawędzi naroża,  $G_y$  – pionowa współrzędna krawędzi naroża,  $h$  – wysokość trójkąta opisanego na okręgu (o tej samej powierzchni co badane ziarno) oraz wpisanym w naroże,  $i$  –  $i$ -ty punkt wierzchołka naroża,  $m$  – liczba zaistniałych  $sv$  dla danej wielkości kroku,  $N$  – ogólna liczba pomiarów promieni  $r$ ,  $N_{\beta}$  – liczba wierzchołków powstałych po wpisaniu w ziarno wieloboku o równym kącie środkowym dla każdego boku,  $P$  – suma odcinków prostych na zarysie,  $P_{act}$  – rzeczywisty obwód ziarna,  $P_j$  – procent cząstek pozostałych na sicie dla danej frakcji,  $R$  – promień koła wpisanego w kontur,  $r$  – promienie kół wpisanych w wypukłości na konturze ziarna,  $r_1$  – promień koła wpisanego w najbardziej ostrej wypukłości konturu rzutu,  $r_2$  – promień koła wpisanego w drugą co do ostrości wypukłość konturu rzutu,  $R_{EE\theta}$  – odległość wyprowadzona ze środka elipsy opisaną na ziarnie do konturu opisaną na ziarnie elipsy pod kątem  $\theta$ ,  $r_{max}$  – promień koła wpisanego w największą wypukłość konturu rzutu,  $R_{\theta}$  – odległość wyprowadzona ze środka elipsy opisaną na ziarnie do granicy konturu ziarna pod kątem  $\theta$ ,  $sv$  – wartość spiczastości,  $T_j$  – średnia liczba stycznych do ziaren dla danej frakcji,  $V$  – suma krzywizn

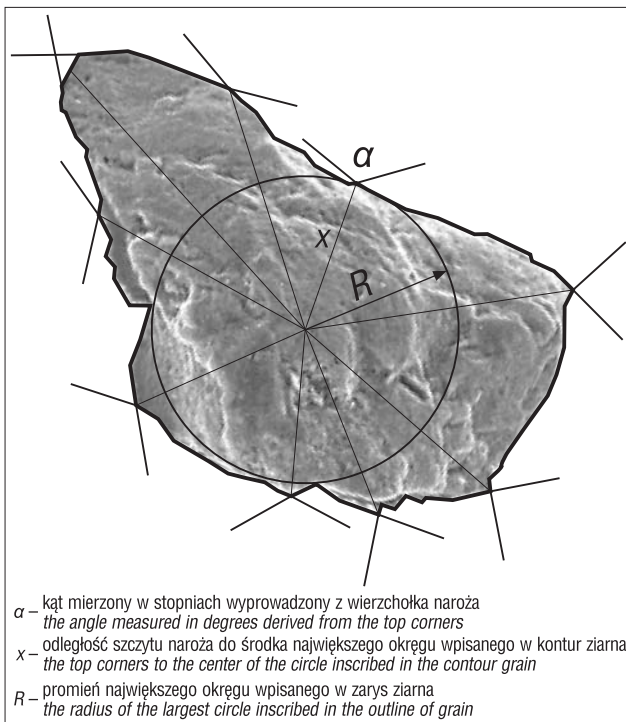
**Tab. 3.** Definicje opisu kanciastości ziaren kruszywa (cd.)  
**Tab. 3.** Definitions describe the angularity of the aggregate (cont.)

wypukłych na zarysie ziarna,  $V_p$  – objętość ziarna kruszywa,  $\alpha$  – wartość kąta w trójkącie opisanym na okręgu (o tej samej powierzchni co badane ziarno) oraz wpisanym w naroże,  $\beta_{i\text{particle}}$  – miara wewnętrznego kąta mierzona w narożu ziarna powstałego po podziale ziarna na  $N$  części,  $\theta_i$  – wartość kąta orientacji krawędzi

$a$  – longer grain projection axis,  $A$  – grain projection surface area,  $A_c$  – convex surface area,  $b$  – shorter grain projection axis,  $C$  – sum of concave curvatures on the outline,  $d_l$  – average grain dimension,  $d_L$  – the longest grain size,  $d_S$  – the shortest grain size,  $G_x$  – horizontal coordinate of the corner edge,  $G_y$  – vertical coordinate of the corner edge,  $h$  – height of the triangle circumscribed on the circle (with the same surface as the examined grain) and inscribed in the corner,  $i$  –  $i$ -th point of the corner top,  $m$  – number of arising  $sv$  for a particular step size,  $N$  – general number of measurements of radiuses  $r$ ,  $N_0$  – number of tops created after inscribing, in the grain, a polygon with the middle angle equal for each side,  $P$  – sum of straight sections on the outline,  $P_{act}$  – real grain circumference,  $P_f$  – percentage of particles remaining on the sieve for a given fraction,  $R$  – radius of the wheel inscribed in the contour,  $r$  – radiuses of wheels inscribed in convexities on the grain contour,  $r_1$  – radius of the wheel inscribed in the most acute convexity of the projection contour,  $r_2$  – radius of the wheel inscribed in the second most acute convexity of the projection contour,  $R_{EE0}$  – distance derived from the centre of ellipse circumscribed on the grain to the contour of the ellipse circumscribed on the grain at angle,  $\theta$ ,  $r_{max}$  – radius of the wheel inscribed in the greatest convexity of the projection contour,  $R_0$  – distance derived from the centre of ellipse circumscribed on the grain to the edge of the grain contour at angle,  $\theta$ ,  $sv$  – pointedness value,  $T_j$  – average number of lines tangential to grains for a given fraction,  $V$  – sum of convex curvatures on the grain outline,  $V_p$  – grain volume,  $\alpha$  – angle value in a triangle circumscribed on the circle (with the same surface area as the examined grain) and inscribed in the corner,  $\beta_{i\text{particle}}$  – particle measure of the internal angle measured in the corner of the grain created after division of the grain into  $N$  parts,  $\theta_i$  – value of the edge orientation angle

Po przeprowadzeniu analizy wartości stopnia zaokrąglenia naroży, zdefiniowanego przez Wadella wzorem [31], Less (1964) stwierdził, że stopień zaokrąglenia naroży nie daje możliwości wykazania różnic pomiędzy kanciastymi narożami, o różniących się od siebie kątach ostrych, ponieważ promień krzywizny koła dopasowanego do kanciastego naroża jest niezależny od ostrości kąta. Koła o identycznych promieniach mogą być wpasowane w naroża o znacznie różniących się kątach, dając identyczne wartości stopnia obtoczenia dla ziaren o wyraźnie innej kanciastości. Biorąc to pod uwagę, Less wprowadził parametr określony jako stopień ostrokrawędzistości ziaren ( $A$ ), zwany również stopniem kanciastości, w którym do opisu ziarna bierze się pod uwagę liczbę naroży, ich ostrość oraz odległość od tego samego punktu (ryc. 8):

$$A = \frac{\sum (180 - \alpha_i) x_i}{R} \quad [55]$$



**Ryc. 8.** Pomiar stopnia ostrokrawędzistości ziarna wg Lessa (1964)

**Fig. 8.** Measurement the degree of angularity the grain acc. to Less (1964)

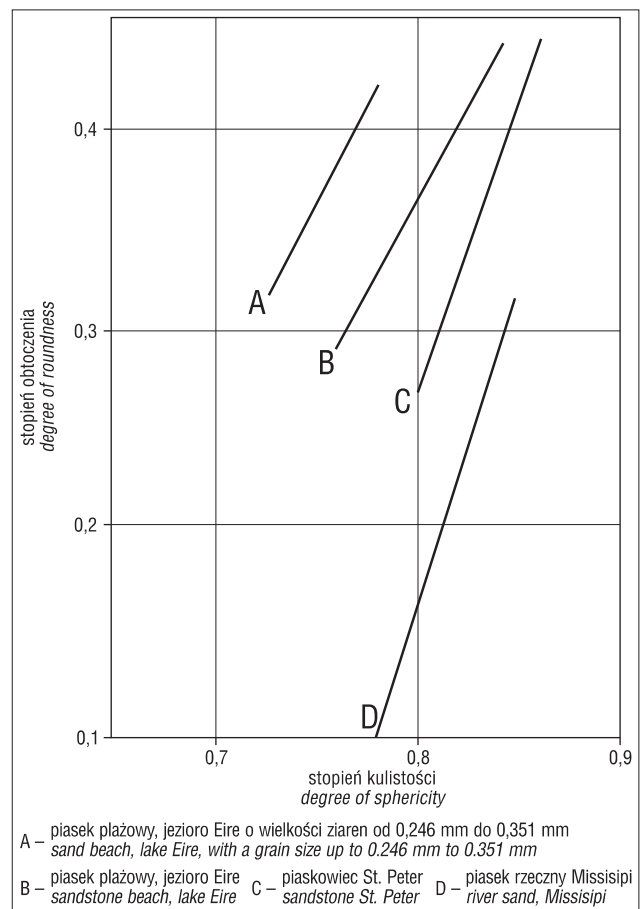
gdzie:

$\alpha$  – kąt mierzony w stopniach utworzony ze stycznych do wierzchołka naroża,

$x$  – odległość szczytu naroża do środka największego okręgu wpisanego w kontur cząstki,

$R$  – promień największego okręgu wpisanego w zarys cząstki.

Petijohn w 1957 roku zauważył liniową zależność między stopniem kulistości a zaokrągleniem naroży (stopniem obtoczenia) (Nowak, 1984), co ilustruje rycina 9.



**Ryc. 9.** Liniowa zależność między stopniem obtoczenia a stopniem kulistości wyznaczona przez Petijohna (Nowak, 1984)

**Fig. 9.** Linear relationship between the degree of roundness and sphericity by Petijohn (Nowak, 1984)

**Tab. 4.** Definicje opisu mikrotekstury powierzchni ziaren kruszywa  
**Table 4.** Definitions describe the microtexture of the surface of the aggregate

Autor Author	Wzór Formula	Nazwa wg autora Author designation	Literatura Literature
Wenzel (1936)	$\frac{A}{a}$ [56]	roughness factor	Ozol, 1978
Parylak (1990)	$\frac{P - P_{upr}}{P_{upr}}$ [57]	wskaźnik szorstkości powierzchni	Parylak, 2000
Podczeczek i Newton (1995)	$\frac{2\pi r_m}{P f}$ [58] gdzie: $f = 1,008 - 0,231 \left( 1 - \frac{\omega}{l} \right)$ [59]	surface roughness	Podczeczek & Newton, 1995
Janoo (1998)	$\frac{P}{P_c}$ [60]	roughness	Janoo, 1998
Kuo i Freeman (2000)	$\left( \frac{P}{P_c} \right)^2$ [61]	roughness	Rodriguez i in., 2012
Almeida-Prieto i in. (2003)	$\frac{ 2\pi r_m - P }{2\pi r_m} \times 100$ [62] gdzie: $r_m = \frac{\sum_{i=1}^n r_i}{n}$ [63] $r_i = (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2$ [64]	surface roughness	Almeida-Prieto i in., 2003
Rao i in. (2003)	$\frac{A_{front} ST_{front} + A_{top} ST_{top} + A_{side} ST_{side}}{A_{front} + A_{top} + A_{side}}$ [65] gdzie: $ST = \frac{A_1 - A_2}{A_1} \cdot 100\%$ [66]	surface texture of a particle	Das, 2007

$A_1$  – pole powierzchni rzutu ziarna,  $A_2$  – pole powierzchni rzutu ziarna po wykonaniu dwóch sekwencji  $n$  cykli erozji, w których następuje  $n$  cykli rozszerzenia,  $A_{front}$ ,  $A_{top}$ ,  $A_{side}$  – pole powierzchni rzutu ziarna z przodu, z góry, z boku,  $l$  – długość dłuższego boku najmniejszego prostokąta opisanego na ziarnie,  $P$  – obwód rzutu ziarna,  $P_c$  – obwód minimalnego wypukłego obrysu rzutu ziarna,  $P_{upr}$  – uproszczony obwód rzutu ziarna tworzący wielobok, którego powierzchnia wyznaczona przez ten obwód była równa rzeczywistej powierzchni ziarna,  $r_m$  – średni promień ziarna poprowadzony z punktu centralnego do obwodu,  $ST_{front}$ ,  $ST_{top}$ ,  $ST_{side}$  – tekstura powierzchni z przodu, góry, boku liczona wg wzoru [66],  $x_0$ ,  $y_0$  – współrzędne środka ciężkości ziarna,  $x_i$ ,  $y_i$  – współrzędne  $i$ -tego punktu na konturze ziarna,  $\omega$  – długość krótszego boku najmniejszego prostokąta opisanego na ziarnie

$A_1$  – grain projection surface area,  $A_2$  – grain projection surface area after completion of two sequences of  $n$  erosion cycles where  $n$  extension cycles occur,  $A_{front}$ ,  $A_{top}$ ,  $A_{side}$  – grain projection surface area at the front, at the top, on a side,  $l$  – length of longer side of the smallest rectangle circumscribed on the grain,  $P$  – grain projection circumference,  $P_c$  – circumference of the minimum convex outline of the grain projection,  $P_{upr}$  – simplified grain projection circumference creating a polygon, whose surface area of appointed by this was equal to the actual grain surface area,  $r_m$  – average grain radius led from the central point to the circumference,  $ST_{front}$ ,  $ST_{top}$ ,  $ST_{side}$  – surface texture at the front, the top, the side calculated according to the formula [66],  $x_0$ ,  $y_0$  – coordinates of the grain centre of gravity,  $x_i$ ,  $y_i$  – coordinates  $i$ -th point on the grain contour,  $\omega$  – length of the shorter side of the smallest rectangle circumscribed on the grain

## MIKROTEKSTURA (SZORSTKOŚĆ, TEKSTURA, MIKROMORFOLOGIA)

Mikrostruktura powierzchni określa złożoność powierzchni ziaren i odnosi się do takich nierówności jak rysy, zagłębienia oraz wybrzuszenia powierzchni. Z powodu skomplikowanego charakteru zagadnienia, parametr mikrotekstury powierzchni jest najczęściej pomijany podczas wyznaczania cech kształtu ziaren. Do opisu tego parametru w literaturze często operuje się pojęciami typu: tekstura, chropowatość lub szorstkość.

W celu określenia mikrotekstury powierzchni niezbędne jest użycie specjalistycznego sprzętu, umożliwiającego obserwację występujących na powierzchni mikrozagłębień oraz mikrowystępów. W tabeli 4 zamieszczono zestawienie metod wyznaczania mikrotekstury powierzchni ziaren.

## OKREŚLENIE KSZTAŁTU ZIAREN JEDNYM PARAMETREM

Niewielu badaczy podjęło próbę wyrażenia kształtu ziarna przy użyciu jednego parametru, uwzględniającego jednocześnie wszystkie jego składowe cechy kształtu. Jedną z pierwszych charakterystyk kształtu ziarna opracował Ruchin w 1962 roku (w: Nowak, 1984), wprowadzając uogólniony współczynnik kształtu ( $k$ ) uwzględniający dwie cechy kształtu: współczynnik  $\alpha$ , który jest funkcją ostrości kątów ziarna i współczynnik  $\beta$ , który daje obraz przybliżenia ziarna do kuli:

$$k = \alpha \cdot \beta \quad [67]$$

gdzie:



$\alpha$  – współczynnik zaokrąglenia naroży obliczany według wzoru Wadella [31],

$\beta$  – współczynnik sferyczności.

$$\beta = \frac{f}{F}$$

gdzie:

$f$  – powierzchnia rzutu ziarna,

$F$  – powierzchnia maksymalnego koła opisanego na rzucie ziarna.

Gdyby ziarno było idealną kulą, wówczas  $\alpha$  i  $\beta$  byłyby równe jedności. Im bardziej ziarno swym kształtem odbiega od kuli, tym bardziej wartość współczynnika  $\beta$  odbiega od jedności. Wartość współczynnika  $\alpha$  przy kanciastej powierzchni może znacznie odbiegać od jedności, nawet jeśli ziarno jest kształtem zbliżone do kuli. Metoda Ruchina wymaga dużego nakładu pracy oraz wykonania przez tę samą osobę; nie uwzględnia również parametru mikrotekstury ziarna.

Próbę uwzględnienia wszystkich cech kształtu ziarna podjął Parylak (2000). Określił sumaryczne wskaźniki cechy kształtu ( $\zeta_{ocl}$ ,  $\zeta_{ocII}$ ), w których uwzględnił stopień kulistości (określony według równania [4]), stopień zaokrąglenia naroży (określony według równania [35]) stopień ostrokrawędzistości (określony według równania [55]) oraz wskaźnik gładkości powierzchni, do opisu szorstkości powierzchni ziarna (określony według równania [57]). Biorąc pod uwagę, że dwa parametry – stopień zaokrąglenia naroży i stopień nieostrokrawędzistości – opisują w różnym ujęciu tę samą cechę kształtu, wprowadzono dwa wskaźniki ( $\zeta_{ocl}$ ,  $\zeta_{ocII}$ ).

$$\zeta_{ocl} = \frac{\zeta_{\phi} + \zeta_p + \zeta_{(l-a)}}{3} \quad [69]$$

$$\zeta_{ocII} = \frac{\zeta_{\phi} + \zeta_{(l-A)} + \zeta_{(l-la)}}{3} \quad [70]$$

gdzie:

$\zeta_{\phi}$  – ogólny wskaźnik kulistości ziarna,

$\zeta_p$  – ogólny wskaźnik zaokrąglenia naroży,

$\zeta_{(l-A)}$  – ogólny wskaźnik nieostrokrawędzistości,

$\zeta_{(l-la)}$  – ogólny wskaźnik gładkości powierzchni.

Do wyznaczenia sumarycznego wskaźnika cechy kształtu  $\zeta_o$  Parylak (2000) wprowadził ogólny wskaźnik danej cechy kształtu ziaren  $\zeta_o$ , który uwzględnia statystyczną zmienność badanych materiałów. Dla danego gruntu przeprowadza się czterokrotne badanie danej cechy, określa się wartość maksymalną ( $\zeta_{max}$ ), minimalną ( $\zeta_{min}$ ) i średnią ( $\zeta_{sr}$ ) danej cechy, po czym ogólny wskaźnik danej cechy wyznacza się za pomocą wzoru:

$$\zeta_o = \frac{\zeta_{sr} - \zeta_{min}}{\zeta_{max} - \zeta_{min}} \quad [71]$$

Za pomocą tak uzyskanych ogólnych wskaźników cech kształtu, można było ująć wszystkie cechy w jednym parametrze, tzw. sumarycznym wskaźniku cech kształtu  $\zeta_o$ , który przedstawiono w dwóch wariantach  $\zeta_{ocl}$  [69];  $\zeta_{ocII}$  [70].

Zdefiniowanie kształtu przez autora było nowatorskim podejściem, które w najdokładniejszy do tej pory sposób umożliwiło odzwierciedlenie kształtu ziaren za pomocą wartości liczbowej, przy jednoczesnym uwzględnieniu jego trzech składowych parametrów. Na podstawie definicji opracowanych przez autora, w późniejszym czasie badano wpływ kształtu cząstek na wartość kąta tarcia wewnętrznego (Manok, 2004), wpływ kształtu cząstek na parametry ścisłości (Chmielewski, 2006) oraz wpływ cech kształtu na wodoprzepuszczalność (Zięba, 2013).

### OZNACZANIE KSZTAŁTU ZIAREN WEDŁUG NORM UŻYWANYCH W POLSCE, EUROPIE I NA ŚWIECIE

Norma PN-EN ISO 14688-1:2006 „Badania geotechniczne. Oznaczenie i klasyfikowanie gruntów. Część 1: Oznaczenie i opis” (z uwzględnieniem poprawki PN-EN ISO 14688-1:2006/Ap1:2012P), będąca tłumaczeniem angielskiej wersji normy europejskiej ISO 14688-1:2002, wprowadziła zalecenie wyznaczania kształtu ziaren dla gruntów gruboziarnistych, to jest: o średnicach  $d \geq 0,063$  mm. Norma zawiera 11 terminów odnoszących się do poszczególnych parametrów kształtu, jednak nie prezentuje preferowanych wzorców, nie podaje ani nie zaleca żadnych procedur badania poszczególnych parametrów kształtu, ani nie kieruje do konkretnych pozycji literatury.

Nowa norma przytacza terminy określające kształt ziaren oraz klasyfikację ziaren gruntowych ze względu na trzy cechy kształtu ziaren: ostrość krawędzi – stopień obtoczenia, formę i charakter powierzchni (tab. 5).

Analiza geometrycznych cech kruszyw drogowych, ściśle związana z charakterystyką kształtu ziaren, jest uregulowana przez kilka polskich norm. Norma PN-EN 933-3:2012E określa kształtu ziaren za pomocą wskaźnika płaskości (ang. *flatness index FI*), który jest definiowany jako sto-

**Tab. 5.** Terminy określające kształt ziaren według PN-EN ISO 14688-1:2006

**Table 5.** Terms determining the particle shape according the standard PN-EN ISO 14688-1:2006

Parametr <i>Parameter</i>	Kształt ziarna <i>Grain shape</i>
Ostrość krawędzi – stopień obtoczenia <i>Edge sharpness – lathing degree</i>	bardzo ostrokrawędziste <i>very sharp-edge</i> ostrokrawędziste <i>sharp-edge</i> słabo ostrokrawędziste <i>poorly sharp-edge</i> słabo obtoczone <i>poorly lathed</i> obtroczone <i>lathed</i> dobrze obtoczone <i>well lathed</i>
Forma <i>Form</i>	sześcienne <i>cubic form</i> płaska <i>flat</i> wydłużona <i>elongated</i>
Charakter powierzchni <i>Surface nature</i>	szorstka <i>rough</i> gładka <i>smooth</i>

sunek całkowitej masy ziaren przechodzących przez szczeliny normowych sit prętowych do całkowitej masy ziaren. Dzięki określeniu wskaźnika płaskości możliwe jest wyznaczenie procentowej zawartości ziaren wydłużonych, dla kruszyw o wymiarach ziarna od 4 do 80 mm.

Oznaczenie kształtu ziaren za pomocą wskaźnika kształtu, według PN-EN 933-4:2008E, zalecane jest dla kruszyw grubych (o średnicach  $d_i \geq 4$  mm,  $D_i \geq 63$  mm). Wskaźnik kształtu (ang. *shape index SI*) określa stosunek masy ziaren, spełniających warunek:  $L/E > 3$  (gdzie:  $L$  – długość – jest maksymalnym wymiarem ziarna,  $E$  – grubość – jest minimalnym wymiarem ziarna), do całkowitej suchej masy badanych ziaren. Do pomiaru wymiarów ziarna zalecane jest wykorzystanie przyrządu do pomiaru liniowego, np. suwmiarki Schultze.

PN-EN 933-6:2002P i poprawka PN-EN 933-6:2002/AC:2004P określają sposób wyznaczenia wskaźnika przepływu kruszywa (ang. *flow coefficient  $E_{cs}$* ), wyrażający czas w sekundach, w którym, w określonych w normie warunkach, kruszywo o danej objętości przepływa przez otwór w normowanym aparacie do badania. Badania przepływu przeprowadza się oddzielnie w przypadku kruszyw drobnych (ziarna o średnicy od 0,063 do 4 mm) i grubych ( $d_i \geq 4$  mm,  $D_i \geq 20$  mm). Metoda opiera się na założeniu, że ziarna okrągłe i gładkie wysypują się szybciej niż szorstkie i kanciaste, służy do ogólnej oceny nierówności oraz charakteru powierzchni ziaren w ujęciu trójwymiarowym.

Chociaż normy w różnych aspektach analizują cechę kształtu ziaren, nie można uważać, że zaprezentowane w nich charakterystyki stanowią całkowity, jednoznaczny i wyczerpujący opis cech kształtu ziaren. Ujęcia normowe, choć pozwalają uzyskać wartości liczbowe, nie analizują dokładnie kształtu w aspekcie jednoczesnego uwzględnienia wszystkich jego składowych parametrów.

Norma ASTM D2488-09a (2012) *Standard practice for description and identification of soils*, również odnosi się do cechy kształtu. W normie odniesiono się do dwóch parametrów: kanciastości (tab. 6.) oraz kulistości (tab. 7). Kanciastość i kulistość w ujęciu normy ASTM stanowią oddzielne parametry wykorzystywane do opisu gruntów.

**Tab. 6.** Kryteria opisujące kanciastość grubych ziaren według ASTM D2488-09a (2012)

**Table 6.** Criteria describing the angularity of coarse particle according the standard ASTM D2488-09a (2012)

Kształt <i>Shape</i>	Opis <i>Description</i>
Zaokrąglony <i>Rounded</i>	ziarna mają gładkie zaokrąglone boki, pozbawione krawędzi <i>particles have smoothly curved sides and no edges</i>
Kanciasty <i>angular</i>	ziarna mają ostre krawędzie, stosunkowo płaskie boki, niewygładzoną powierzchnię <i>particles have sharp edges and relatively plane sides with unpolished surfaces</i>
Wyoblony <i>subrounded</i>	ziarna mają prawie płaskie boki, ale mają dobrze zaokrąglone naroża i krawędzie <i>particles have nearly plane sides but have well-rounded corners and edges</i>
Prawie kanciasty <i>subangular</i>	ziarna przypominają kanciaste, ale mają lekko zaokrąglone krawędzie <i>particles are similar to angular description but have rounded edges</i>

**Tab. 7.** Kryteria opisujące formę grubych ziaren według ASTM D2488-09a (2012)

**Table 7.** Criteria describing the form of coarse particle according the standard ASTM D2488-09a (2012)

Kształt <i>Shape</i>	Opis <i>Description</i>
Płaski <i>Flat</i>	cząstki o stosunku szerokość/grubość $> 3$ <i>particles with width/thickness <math>&gt; 3</math></i>
Wydłużony <i>Elongated</i>	cząstki o stosunku długość/szerokość $> 3$ <i>particles with length/width <math>&gt; 3</math></i>
Płaski i wydłużony <i>Flat and elongated</i>	cząstki spełniające jednocześnie warunki kryterium cząstek płaskich i wydłużonych <i>particles meet criteria for both flat and elongated</i>

Norma ASTM zaprezentowała preferowane wizualne wzorce dla przyporządkowania terminów odnoszących się do kanciastości.

## PODSUMOWANIE

Przegląd literatury sugeruje, że cechy kształtu ziaren mają duży wpływ na fizyczne i mechaniczne właściwości gruntów. Dla określenia kształtu ziaren opracowano szereg definicji różnych cech kształtu, które mają na celu uproszczenia złożoności jego opisu. Najczęściej wykorzystuje się trzy niezależne wielkości, odnoszące się do różnych cech kształtu, czyli kulistość, kanciastość i mikrotekstura powierzchni. Najwięcej uwagi badacze poświęcili cechom kanciastości i kulistości. Mikrotekstura jest parametrem najtrudniejszym do scharakteryzowania. Mnogość opracowanych definicji pozwala na wybór metody badawczej, lecz wyniki badań parametrów, otrzymane przy użyciu różnych metod, nie są ze sobą porównywalne. W związku z tym istnieje potrzeba określenia metody referencyjnej oraz jej normalizacji. Bardzo interesujące jest innowacyjne podejście umożliwiające określenie kształtu ziarna za pomocą jednej wartości liczbowej, które powinno być dalej rozwijane i badane.

## LITERATURA

- ABEDINZADEH Y. & ABEDINZADEH R. 1991 – Quantification of particle shape and angularity using the image analyzer. *Geotech. Test. J.*, 14: 269–308.
- ALMEIDA-PRIETO S., BLANCO-MANDEZ J. & OTERO-ESPINAR F.J. 2003 – Image analysis of the shape of granulated powder grains. *J. Pharmaceut. Sc.*, 93: 621–634.
- ALSHIBLI K.A. & ALSALEH M.I. 2004 – Characterizing surface roughness and shape of sands using digital microscopy. *J. Comput. in Civil Engineer.*, 18: 36–45.
- ASTM D2488-09a. 2012 – Standard particle for description and identification of soils (Visual-manual procedure).
- BARRETT P.J. 1980 – The shape rock particles, a critical review. *Sedimentology*, 27: 291–303.
- BLOTT S.J. & PYE K. 2008 – Particle shape: a review and new methods of characterization and classification. *Sedimentology*, 55: 31–63.
- BUJAK B. & BOTTLINGER M. 2008 – Three-dimensional measurement of particle shape. *Particle & Particle Systems Characterization*, 26: 293–297.
- CAVARRETTA I, O'SULLIVAN C. & COOP R. 2009 – Applying 2D shape analysis techniques to granular materials with 3D particle geometries. *Powders and Grains 2009, Proceedings of the 6th International Conference on Micromechanics of Granular Media*: 833–836.
- CHANDAN C., SIVAKUMAR K., MASAD E. & FLETCHER T. 2004 – Application of imaging techniques to geometry analysis of aggregate particles. *J. Comput. in Civil Engineer.*, 18: 75–82.

- CHMIELEWSKI M. 2006 – Badania nad wpływem cech kształtu cząstek gruntów niespoistych na wybrane parametry ściśliwości. Rozprawa doktorska, Wrocław.
- CLAYTON C.R.I., ABBIREDY C.O.R. & SCHIEBEL R. 2009 – A method of estimating the form of coarse particulates. *Geotechnique*, 59: 493–501.
- DAS N. 2007 – Modeling three-dimensional shape of sand grains using discrete element method. Doctoral dissertation, University of South Florida.
- DOBKINS J.F. & FOLK R.L. 1970 – Shape development on TAHITI-NUI. *J. Sediment. Petrol.*, 40: 1167–1203.
- EN ISO14688-1:2002 – Geotechnical investigation and testing – Identification and classification of soil – Part 1: Identification and description.
- GHAEMI S., RAHIMI P. & NOBES D. 2009 – Evaluation of digital image discretization error in droplet shape measurement using simulation. *Particle & Particle Systems Characterization*, 26: 243–255.
- HAYAKAWA Y. & OGUCHI T. 2005 – Evaluation of gravel sphericity and roundness based on surface-area measurement with a laser scanner. *J. Comput. Geosc.*, 31: 735–741.
- JANOO V.C. 1998 – Quantification of shape, angularity, and surface texture of base course materials. Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Spec. Report 98 1.
- LESS G. 1964 – New method for determining the angularity of particles. *Sedimentology*, 3: 2–21.
- MANOK B. 2004 – Wpływ zagęszczenia i nieregularności kształtu cząstek drobnopięknych gruntów niespoistych na wartość kąta tarcia wewnętrznego. Rozprawa doktorska, Wrocław.
- MASAD E. 2001 – Review of imaging techniques for characterizing the shape of aggregates used in asphalt mixes. International Center for Aggregates Research 9th Annual Symposium (ICAR). Austin, Texas.
- MERKUS H.G. 2009 – Particle size measurements: fundamentals, practice, quality. Springer Science Business Media B. V., Particle Technol. Ser., 17.
- MORA C.F. & KWAN A.K.H. 2000 – Sphericity, shape factor, and convexity measurement of coarse aggregate for concrete using digital image processing. *Cement and Concrete Res.*, 30: 351–385.
- NOWAK B. 1984 – O badaniach nad kształtem i charakterem powierzchni ziarn piasków oraz ich wpływie na właściwości fizyczne i mechaniczne gruntów sypkich. *Zeszyty Nauk. Politech. Śl., Budownictwo*, 19: 5–52.
- OZOL M.A. 1978 – Chapter 35 – shape, surface texture, surface area, and coating. Significance of Test and Properties of Concrete and Concrete-Making Material, ASTM STP 169B, ASTM International, West Conshohocken: 584–628.
- PARYLAK K. 2000 – Charakterystyka kształtu cząstek drobnopięknych gruntów niespoistych i jej znaczenie w ocenie wytrzymałości. *Zeszyty Nauk. Politech. Śl., Budownictwo*, Gliwice, 90.
- PN-EN 933-3:2012E Badania geometrycznych właściwości kruszyw Część 3: Oznaczanie kształtu ziarn za pomocą wskaźnika płaskości.
- PN-EN 933-4:2008E Badania geometrycznych właściwości kruszyw Część 4: Oznaczanie kształtu ziarn Wskaźnik kształtu.
- PN-EN 933-6:2002P Badania geometrycznych właściwości kruszyw Część 6: Ocena właściwości powierzchni Wskaźnik przepływu kruszyw.
- PN-EN 933-6:2002/AC:2004P poprawka do PN dotyczy PN-EN 933-6:2002 Badania geometrycznych właściwości kruszyw Część 6: Ocena właściwości powierzchni Wskaźnik przepływu kruszyw.
- PN-EN ISO 14688-1:2006 Badania geotechniczne. Oznaczenie i klasyfikowanie gruntów Część 1: Oznaczenie i opis.
- PN-EN ISO 14688-1:2006/Ap1:2012P poprawka do PN dotyczy PN-EN ISO 14688-1:2006 Badania geotechniczne Oznaczenie i klasyfikowanie gruntów Część 1: Oznaczenie i opis.
- PODCZECK F. & NEWTON J.M. 1995 – The evaluation of a three-dimensional shape factor for the quantitative assessment of the sphericity and surface roughness of pellets. *Inter. J. Pharmaceut.*, 124: 253–259.
- QUIRANTES A., BEN-TALEB A. & DELGADO A.V. 1996 – Determination of size/shape parameters of colloidal ellipsoids by photon correlation spectroscopy. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 119: 73–80.
- RODRIGUEZ J. M., JOHANSSON J. M. A. & EDESKAR T. 2012 Particle shape determination by two-dimensional image analysis in geotechnical engineering. *Proceedings of Nordic Conference on Soil Mechanics and Geotechnical NGM*, 207 218.
- STACHOWIAK G.W. 2000 – Particle angularity and its relationship to abrasive and erosive wear. *Wear*, 241: 214–219.
- SUKURMAN B. & ASHMAWY K.A. 2001 – Quantitative characterization of the geometry of discrete particles. *Geotechnique*, 51: 619–627.
- TYSMANS D., CLAEYS P., DERIEMAEEKER L., MAES D., FINSY R. & VAN MOLLE M. 2006 – Size and shape analysis of sedimentary grains by automated dynamic image analysis. *Particle & Particle Systems Characterization*, 23: 381–387.
- WALSH D.E. & RAO P.D. 1988 – A study of factors suspected of influencing the settling velocity of fine gold particles. Mineral Industry Research Laboratory 210 O'Neill Research Laboratory University of Alaska Fairbanks, Alaska.
- WANG L.B., FROST J.D. & LAI J.S. 2004 – Three-dimensional digital representation of granular material microstructure from X-ray tomography imaging. *J. Comput. in Civil Engineer.*, 18: 28–35.
- WIJESEKERA D.C., SIANG A. J.L.M. & YAHAYA A.S.B. 2013 – Advanced statistical analysis for relationship between particle morphology (size and shape) and shear (static and dynamic) characteristics of sands. *Inter. J. Geosc.*, 4: 27–36.
- YUE Z. Q. & MORIN I. 1996 Digital image processing for aggregate orientation in asphalt concrete mixtures. *Canadian J. Civil Engineer.*, 23: 480–489.
- ZIĘBA Z. 2013 – Wpływ cech kształtu cząstek drobnopięknych gruntów niespoistych na ich wodoprzepuszczalność. Rozprawa doktorska, Wrocław.