

# Metody statystyczne stosowane do wyznaczania parametrów geotechnicznych

Bartłomiej Olek<sup>1</sup>, Henryk Woźniak<sup>1</sup>, Jacek Stanisław<sup>1</sup>



B. Olek



H. Woźniak



J. Stanisław

**Statistical methods used for determining geotechnical parameters.**  
Prz. Geol., 62: 657–663.

*A b s t r a c t.* The paper presents the methods of determining values of characteristic parameter. Geotechnical design is based largely on decision making under uncertainty. Currently, the biggest problem is the correct choice a save value of the parameter. In many cases, the EC7 does not specify strict form of calculation, but indicates what criteria should be checked computationally. The selection of characteristic value of geotechnical parameter is the most accurate when the statistical methods are used. This approach has proved successful in the European practice, and has been implemented for a unified standard. The choice of the appropriate

method of calculation depends on many factors such as the amount of test data, statistical knowledge of the parameter or additional data from the previous research. After analyzing the available methods for estimating the value of the characteristic parameters it can be stated that the correct prediction will depend on the particular situation.

**Keywords:** geotechnical design, characteristic parameter, bayesian update

Wprowadzanie ujednoliconego standardu europejskiego w projektowaniu geotechnicznym wymusza u projektantów zmianę dotychczasowego podejścia przy wyznaczaniu parametrów geotechnicznych. Eurokod 7 (EC7) w praktyce budowlanej wprowadza cały szereg nowych pojęć oraz w niektórych przypadkach zmienia sens już istniejących. Parametr geotechniczny jest ściśle związany z właściwościami materiałowymi, które determinują zachowanie się tego materiału w określonych warunkach fizycznych. W zależności od tych warunków, wartości właściwości materiałowych dla danego rodzaju gruntu mogą być różne i są wprowadzone do projektowania jako wartości charakterystyczne ( $X_k$ ). Zgodnie z EC7 wartość charakterystyczna parametru powinna być wyznaczona z określonym prawdopodobieństwem nie przekraczającym wartości determinującej pojawienie się rozpatrywanego stanu granicznego, w hipotetycznej ograniczonej serii badań (Baudin, 2001). Twórcy EC7 stwierdzili że wartości te są wynikiem ostrożnego szacowania (Bond & Harris, 2008). Wyjaśnieniem „ostrożnego szacowania” wydaje się być stwierdzenie, że wartość charakterystyczna parametru geotechnicznego powinna być tak ustalona, żeby mniej korzystna wartość tego parametru decydująca o możliwości wystąpienia stanu granicznego, czyli warunków niekorzystnych, nie przekroczyła 5% prawdopodobieństwa wystąpienia. W zależności od rodzaju rozpatrywanego parametru charakterystycznego, wartości charakterystyczne mogą być niższe od wartości najbardziej prawdopodobnych lub wyższe od nich, w zależności od tego, które z nich są mniej korzystne.

Ponieważ wystąpienie stanu granicznego jest uzależnione od wartości parametru przyjętego do projektowania, zatem niezwykle istotnym staje się prawidłowy dobór metody, dzięki której otrzymane wartości liczbowe będą obciążone jak najmniejszym błędem i będą najbardziej wiernie odwzorowywać warunki rzeczywiste. Zalecane jest skorzystanie z metod statystycznych, żeby zminimalizować ryzyko niedokładności pomiarów oraz innych czynników wpływających na dewiacje otrzymanych wartości.

Według EC7, charakterystyczne wartości powinny być określone na podstawie oszacowania bezpiecznej wartości średniej. Bezpieczne wartości to takie, które mogą być poparte wiedzą *a priori*. Klasyczne wnioskowanie statystyczne nie umożliwia włączenia dodatkowych danych pomiarowych i wiedzy, jako wiarygodnych informacji o rzeczywistości. Prawidłowe podejście statystyczne przy wyprowadzaniu parametrów geotechnicznych, wykorzystuje informacje płynące zarówno z badania podmiotowego oraz przedmiotowego, jak i wyników badań dodatkowych. Takie ujęcie powyższego stwierdzenia zapewnia statystyka bayesowska (*bayesian analysis*), czyli prawdopodobieństwo subiektywne.

Analiza bayesowska opiera się na podejściu probabilistycznym. Prawdopodobieństwo w tym ujęciu stara się dokonać opisu niepewności niezależnie od jej pochodzenia. Na równych prawach traktowane są tzw. „błędy statystyczne”, tzn. niepewność wynikająca z błędów pomiarowych związanych ze skończoną dokładnością przyrządów, oraz „błędy systematyczne” związane z niepewnością pochodzącą z niewiedzy odnoszącej się do czysto deterministycznych procesów. Bayesowskie podejście zakłada, że nieistotne parametry (*nuisance parameters*) w modelach statystycznych nie mają znaczenia (Schneider, 1993). Najważniejsze znaczenie w projektowaniu geotechnicznym – statystyka w ujęciu bayesowskim – ma w założeniu to, że odnosi się tylko do danych, które faktycznie zostały otrzymane bądź w badaniach polowych, bądź laboratoryjnych. W podejściu bayesowskim parametr  $X$  opisujący zmienność, np.  $\gamma$ ,  $\tau$ ,  $c$ , ma pewną ustaloną, konkretną, lecz obciążoną niepewnością, wartość.

### Objaśnienia zastosowanych symboli:

$a$  – oszacowana wartość minimalna, gdy brak jest wyników badań,  
 $b$  – wartość najbardziej oczekiwana, gdy brak jest wyników badań,  
 $c$  – oszacowana wartość maksymalna, gdy brak jest wyników badań,

<sup>1</sup> AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, al. Adama Mickiewicza 30, 30-059 Kraków; olek@geol.agh.edu.pl; hwozniak@geol.agh.edu.pl; jstanisz@agh.edu.pl.

$E_p$  – wskaźnik pęcznienia  
 $E_{pk}$  – wartość charakterystyczna wskaźnika pęcznienia,  
 $f$  – współczynnik statystyczny,  
 $k_N$  – teoretyczny współczynnik statystyczny,  
 $k_n$  – współczynnik statystyczny ustalony na podstawie próby,  
 $Me$  – mediana zbioru,  
 $m_X$  – wartość średnia parametru  $X$ ,  
 $m_X$  – średnia wartość pomierzona dla aktualizacji rozkładu *a posteriori*,  
 $m_X'$  – zmodyfikowana wartość średnia parametru  $X$ , wg aktualizacji rozkładu *a posteriori*,  
 $n$  – liczba prób lub danych dostępnych z badań ustalona na podstawie próby,  
 $N$  – teoretyczna liczba prób lub danych dostępnych z badań,  
 $s_X$  – odchylenie standardowe ustalone na podstawie próby,  
 $s_x$  – odchylenie standardowe pomierzone wg aktualizacji rozkładu *a posteriori*,  
 $s_x'$  – zmodyfikowana wartość odchylenia standardowego, wg aktualizacji rozkładu *a posteriori*,  
 $S_{sample}$  – odchylenie standardowe zgodne z teorią estymacji,  
 $S_x$  – odchylenie standardowe zgodne z teorią estymacji,  
 $t$  – współczynnik statystyczny przy dużej liczbie wyników,  
 $t_{\infty}^{95\%}$  – zmienna losowa, o nieskończonej liczbie stopni swobody na poziomie ufności 95%,  
 $V_X$  – współczynnik zmienności ustalony na podstawie próby,  
 $X_i$  – wartość zmiennej losowej  $x$ ,  
 $X_k$  – wartość charakterystyczna parametru geotechnicznego,  
 $X_m$  – wartość oczekiwana, szacowana na podstawie średniej wartości z danych,  
 $X_{min}$  – wartość minimalna parametru z całego zbioru wyników dla metody ćwiartek,  
 $X_{max}$  – wartość maksymalna parametru z całego zbioru wyników dla metody ćwiartek,  
 $\delta_X$  – teoretyczny współczynnik zmienności,  
 $\mu_X$  – teoretyczna wartość oczekiwana parametru  $X$ ,  
 $\mu_x$  – średnia prognozowana na podstawie dodatkowych badań i doświadczenia, wg aktualizacji rozkładu *a posteriori*,  
 $\sigma_X$  – teoretyczne odchylenie standardowe,  
 $\sigma_x$  – odchylenie standardowe prognozowane na podstawie dodatkowych badań i doświadczenia.

### STATYSTYCZNE PODSTAWY STOSOWANE PRZY WYZNACZANIU PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH

Przy próbie oszacowania wartości charakterystycznej parametru geotechnicznego, przed przystąpieniem do jego wyznaczenia, należy sprawdzić stan dostępnej wiedzy na temat podstawowej miary zmienności populacji, w której ów parametr ma być określony. W przypadku posiadania przez projektanta informacji, z wcześniejszych badań, dotyczącej odchylenia standardowego lub wariancji danej populacji wyników, która nie musi być określona na podstawie próby, można otrzymać podstawowy wzór na wyznaczenie parametru charakterystycznego. Przyjmowaną wartością jest wartość mniejsza lub większa w zależności od tego, która z nich jest bardziej bezpieczna (Baudin, 2001):

$$\left. \begin{array}{l} X_{k,inf} \\ X_{k,sup} \end{array} \right\} = \mu_X \pm k_N \cdot \sigma_X = \mu_X (1 \pm k_N \cdot \delta_X)$$

Wartości graniczne pojawiające się we wzorze odpowiadają niższej i wyższej wartości charakterystycznej parametru  $X$ . Jest to odpowiednio  $X_{k,inf}$  oraz  $X_{k,sup}$ . Mniejsza (*inferior*) wartość charakterystyczna parametru jest stosowana w sytuacjach, w których przeszacowanie wielkości parametru może być niebezpieczne. Odpowiada to 95% prawdopodobieństwu, że wartość  $X$  będzie większa niż  $X_{k,inf}$ . Analogicznie, większa (*superior*) wartość  $X_{k,sup}$  definiowana jest jako ta, powyżej której powinno występować 5% wszystkich wyników. Istnieje 95% prawdopodobieństwo, że wartość  $X$  będzie niższa niż  $X_{k,sup}$  (Bond & Harris, 2008).

Z analizy formuły wynika, że wartość charakterystyczna parametru geotechnicznego  $X$  zależy od wartości oczekiwanej danego parametru (z wszystkich uzyskanych wyników), odchylenia standardowego oraz współczynnika zmienności  $\delta_X$  (Baudin, 2001):

$$\mu_X = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\sigma_X = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu_X)^2}{N}$$

$$\delta_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X}$$

Kolejnym ważnym składnikiem niezbędnym do prawidłowego oszacowania parametru charakterystycznego jest współczynnik statystyczny  $k_N$ , który jest miarą względną, uwarunkowaną szeregiem czynników, takich jak: liczba otrzymanych wyników z prób (co wpływa na wielkość średniej arytmetycznej), objętość gruntu biorąca udział w oddziaływaniu i wpływająca na wystąpienie stanu granicznego, zależności statystyczne, typ badania populacji próbek. Wartość współczynnika obliczana jest ze wzoru (Baudin, 2001):

$$k_N = t_{\infty}^{95\%} \sqrt{\frac{1}{N} + 1} = 1,645 \cdot \sqrt{\frac{1}{N} + 1}$$

Drugi przypadek z jakim może spotkać się projektant występuje wówczas, gdy nieznane jest odchylenie standardowe lub wariancja populacji, które muszą być ustalone na podstawie próby. W tym drugim podejściu zmianie ulegają statystyczne definicje niższej i wyższej wartości charakterystycznej parametru  $X$  oraz symbolika zapisu poszczególnych części składowych wzoru (Baudin, 2001):

$$\left. \begin{array}{l} X_{k,inf} \\ X_{k,sup} \end{array} \right\} = m_X \pm k_n s_X = m_X (1 \pm k_n V_X)$$

Modyfikacji podlegają także definicje średniej wartości, wariancji oraz współczynnika zmienności:

$$m_X = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$s_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m_X)^2}{n - 1}$$

$$V_x = \frac{S_x}{m_x}$$

EC7 zakłada, że przy wyznaczaniu parametrów charakterystycznych należy stosować metody statystyczne w sposób ostrożny. Wyznaczenie wartości charakterystycznej parametru musi być więc obliczone w taki sposób, żeby prawdopodobieństwo wystąpienia niekorzystnej wartości, determinującej stan graniczny nie było wyższe niż 5%. W związku z tym „ostrożne szacowanie średniej wartości”, podążając za zapisem wg EC7, oznacza średnią wyznaczoną z ograniczonego zestawu parametrów geotechnicznych na poziomie ufności 95% (Wysokiński, 2009). Współczynnik statystyczny  $k_n$  definitywnie jest związany z takim właśnie poziomem ufności i może występować w czterech różnych wariantach zależnych od średniej lub skrajnej wartości i znajomości statystycznej parametru. Parametr uznawany jest jako „znany”, jeżeli współczynnik zmienności lub jego rzeczywista górna granica jest już wcześniej statystycznie zbadana, na podstawie dotychczasowych danych (Takács, 2010).

W przypadku gdy jest znana wartość średnia i statystycznie jest znany parametr, współczynnik statystyczny przyjmuje postać:

$$k_n = t_{\infty}^{95\%} \sqrt{\frac{1}{n}}$$

W przypadku gdy wartość średnia jest znana i statystycznie nie jest znany parametr, współczynnik statystyczny przyjmuje postać:

$$k_n = t_{n-1}^{95\%} \sqrt{\frac{1}{n}}$$

W przypadku gdy wartość rozpatrywanego parametru jest skrajna i statystycznie jest znany parametr, współczynnik statystyczny przyjmuje postać:

$$k_n = t_{\infty}^{95\%} \sqrt{\frac{1}{n} + 1}$$

W przypadku gdy wartość rozpatrywanego parametru jest skrajna i statystycznie parametr nie jest znany, współczynnik statystyczny przyjmuje postać:

$$k_n = t_{n-1}^{95\%} \sqrt{\frac{1}{n} + 1}$$

## POSTĘPOWANIE PRZY WYZNACZANIU PARAMETRÓW GEOTECHNICZNYCH

Znajomość statystycznych podstaw opisu zjawisk przyrodniczych pozwala na dokładne wyznaczenie wartości parametrów geotechnicznych. Wybór wartości charakterystycznej parametru geotechnicznego dokonuje się na podstawie wartości wyprowadzonych (*derived values*) według schematów (ryc.1 i 2). Dotychczas były one równoznaczne z wartościami średnimi, które były poddane redukcji

lub zwiększeniu, poprzez zastosowanie odpowiednich współczynników, w celu określenia wartości obliczeniowych. „Wartość wyprowadzona” jest nowym pojęciem wprowadzonym przez EC7. Jest to wartość parametru geotechnicznego określona z wyników badań na podstawie teorii, korelacji lub doświadczenia. Definicja ta wyjaśnia dlaczego EC7 tak często odwołuje się do „uznanego doświadczenia” w projektowaniu. Badania polowe oraz laboratoryjne dostarczają wartości pomierzonych, „czystych”, takich jak np.  $N_{10}$ ,  $N_{20}$  z sondowań dynamicznych,  $q_c$ ,  $f_s$  z badań CPT, czy z sondowania sondą SLVT. Wyniki te muszą być zmodyfikowane przez interpretującego, w celu eliminacji wartości znacznie zawyżonych lub zaniżonych oraz dewiacji wynikających z wpływu czynników zaburzających lub niepoprawności wykonywania badania będących rezultatem „błędu ludzkiego” (Fellin, 2005).

Przy wyznaczaniu wartości wyprowadzonych należy zwrócić uwagę na czynniki, które mogą znacząco wpłynąć na otrzymane wyniki, a zarazem na trafność i dokładność modelu geotechnicznego. Jako przykład mogą posłużyć problemy związane z interpretacją wyników sondowań dynamicznych. W praktyce geologiczno-inżynierskiej liczne błędy w prawidłowym stwierdzeniu faktycznego oporu jaki stawia grunt końcówce sondy mogą wynikać z obecności domieszek, przewarstwień, pojedynczych kamieni. Obecność frakcji kamienistej w piaskach średnich i drobnych może spowodować wzrost liczby uderzeń nawet o 50%. Nie bez znaczenia jest również stopień obtoczenia ziaren, który jest zależny od genezy gruntów. W większości przypadków piasek drobny eoliczny wykazuje większe opory sondowania od piasku drobnego fluwialnego. Błędy, będące konsekwencją nieprawidłowego podejścia osoby wykonującej badanie, są związane z odbiegającą od normy konstrukcją i geometrią aparatury, jej złym stanem technicznym oraz niepoprawną techniką prowadzenia badania. Używanie poprawnej wartości wyprowadzonej parametru geotechnicznego, niezależnie od sposobu jej uzyskania, wymaga uwzględniania wszystkich czynników o istotnym znaczeniu dla danego parametru.

Po uzyskaniu wartości wyprowadzonej, która staje się niejako bazą do dalszych rozważań, należy, w zależności od liczby prób  $n$  (zgodnie z EC7), wybrać metodę wyznaczenia wartości charakterystycznej. Właściwą wartością charakterystyczną wytrzymałości do stosowania w projektowaniu geotechnicznym jest ta, która wpływa na wystąpienie rozpatrywanego stanu granicznego, czyli od dokładności oszacowania wartości zależy wystąpienie stanu granicznego.

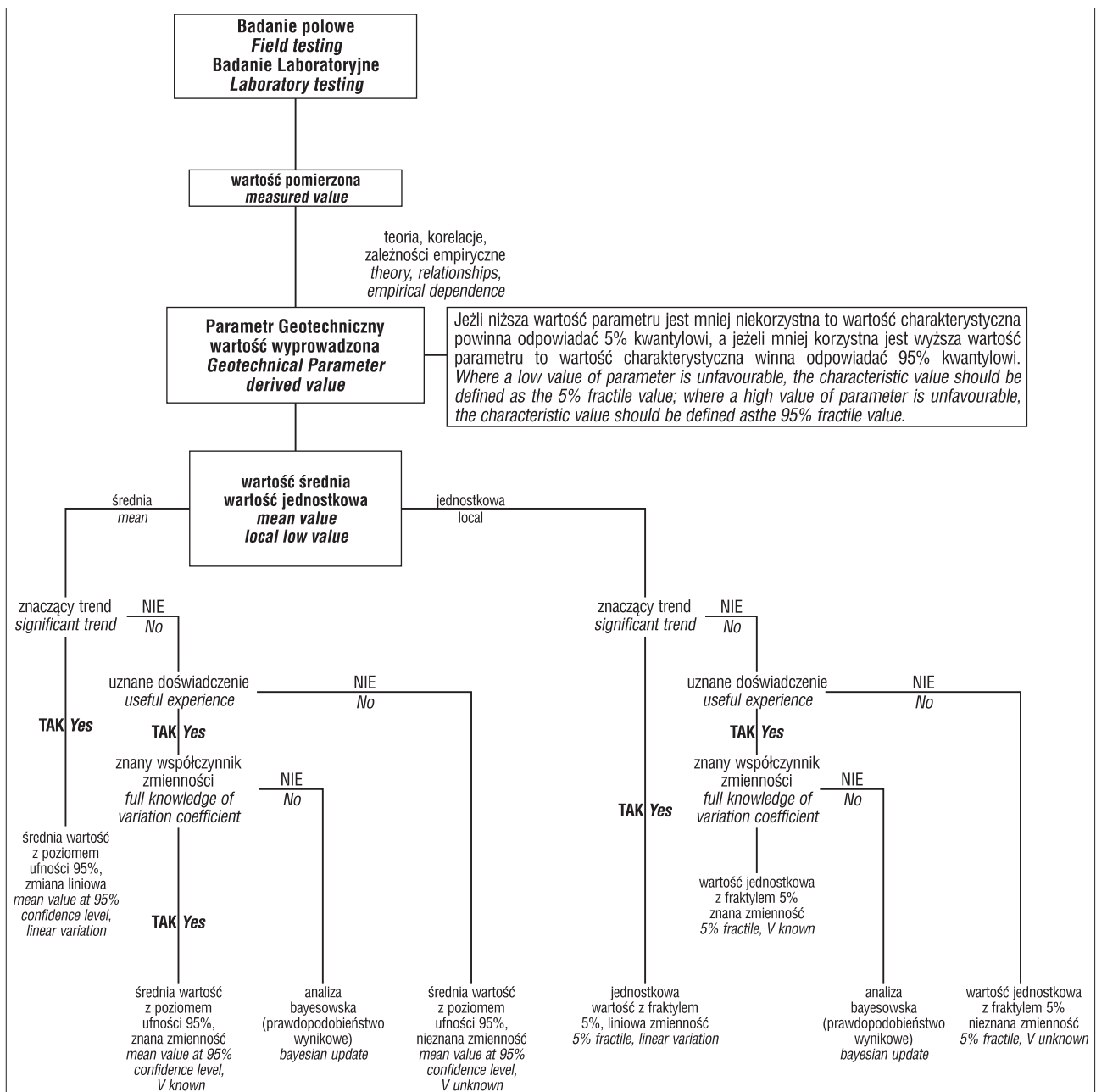
Wartość charakterystyczna parametru geotechnicznego, bazując na opisie statystycznym oraz teorii estymacji, może być wyrażona za pomocą formuły (Bond, 2011):

$$X_k = X_m - f \cdot \frac{S_{sample}}{\sqrt{n}}$$

$$S_{sample} = S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_1 - x_m)^2}{n-1}}$$

Włączając w rozważania współczynnik zmienności parametru  $X$ ,  $V_x = S_{sample}/X_m$ , otrzymać można finalny wzór:

$$X_k = X_m \cdot \left( 1 - \frac{f}{\sqrt{n}} \cdot V_x \right)$$



Ryc. 1. Schemat postępowania przy wyznaczaniu wartości wyprowadzonej i wyborze modelu statystycznego zgodnie z EN 1990 i EN 1997  
 Fig. 1. Scheme of determining the derived value and statistical model according to EN 1990 and EN 1997

Powyższa formuła oraz metody statystyczne mogą być stosowane z powodzeniem przy liczebności prób lub wyników badań  $n > 10$ . Przy liczebności  $n \in \{2, 3, \dots, 9\}$ , zastosowanie może mieć tylko charakter teoretyczny, a przy liczebności dla  $n \in \{0, 1\}$  powyższe rozwiązania nie mogą być stosowane ze względu na niemożliwość stwierdzenia odchylenia standardowego (próba jednoelementowa). Dla ustalenia wartości charakterystycznej parametru  $X_k$  wymagane są zatem tylko dwie wielkości  $X_m$  oraz  $V_X$ .

**ZASTOSOWANIE METOD  
 STATYSTYCZNYCH PRZY WYZNACZANIU  
 WARTOŚCI CHARAKTERYSTYCZNEJ  
 PARAMETRU GEOTECHNICZNEGO**

W zależności od dostępności wartości z badań oraz dostępności danych liczbowych, popartych dodatkowymi

informacjami *a priori*, można wyróżnić kilka podejść obliczeniowych.

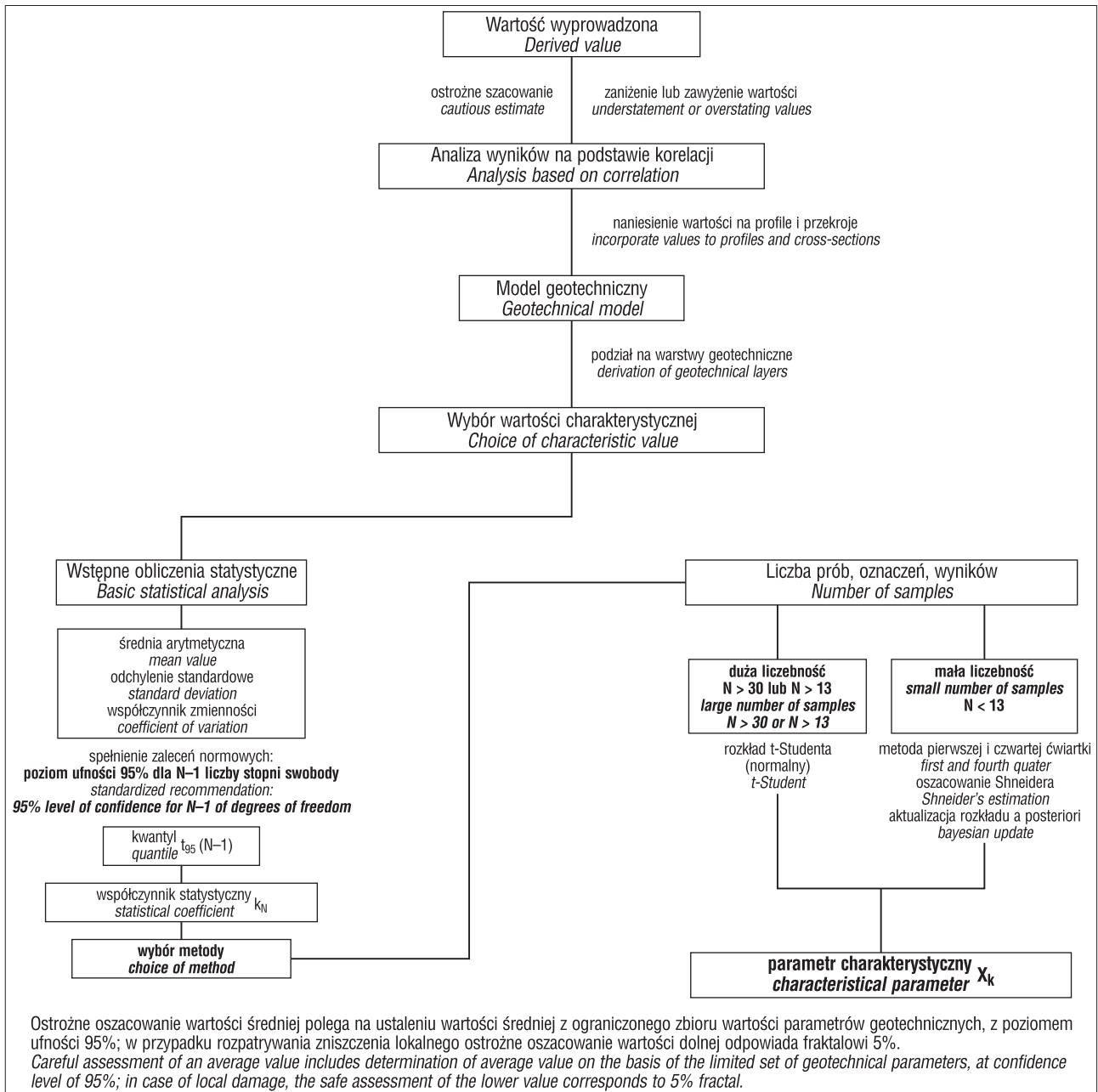
Gdy brak jest dostępnych wartości z badań ( $n = 0$ ), wówczas wzory na  $X_m$  oraz  $V_X$  przybierają postać:

$$X_m = \frac{a + 4 \cdot b + c}{6}$$

$$V_X = \frac{S_X}{X_m} = \frac{c - a}{a + 4 \cdot b + c}$$

Oszacowane wartości  $a$ ,  $b$  i  $c$  są wartościami eksperckimi (odniesienie normowe uwzględniające uznane doświadczenie projektanta) pochodzącymi z empirii lokalnej i regionalnej. Współczynnik zmienności  $V_X$  jest bezpośrednio zależny od różnicy między wartościami minimalną i maksymalną.





Ryc. 2. Schemat postępowania przy wyznaczaniu parametru charakterystycznego zgodnie z EN 1990 i EN 1997  
Fig. 2. Scheme of determining the characteristic parameter in accordance with EN 1990 and EN 1997

Wartości parametrów geotechnicznych w rzeczywistości nie są stałe, zależą od poziomu naprężenia i rodzaju odkształcenia, ważny jest także wpływ czasu oraz czynniki wpływające na ośrodek gruntowy, takie jak: filtracja, oddziaływania dynamiczne itp. Nie jest stała również ilość pobranych próbek oraz ilość wykonanych prób podczas badań. Dodatkowo EC7 nie podaje jakie analizy powinno się stosować, żeby uzyskać właściwe wartości parametrów charakterystycznych. Kryterium, jakim można się posłużyć, jest liczba oznaczeń, którą można uznać za zbiór  $n$  wyników badań wartości parametru geotechnicznego. Gdy istnieje duża liczebność próbek  $n > 30$ , należy skorzystać z poniższego wyprowadzenia:

$$X_k = X_m \left( 1 \mp \frac{tV}{\sqrt{n}} \right) = X_m \mp \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$X_k = m_x \mp k_N \cdot s_x$$

Dla zilustrowania metod wyznaczania parametru charakterystycznego, można się posłużyć przykładem liczbowym. Dane wykorzystane pochodzą z badań przeprowadzonych w Katedrze Hydrogeologii i Geologii Inżynierskiej AGH na paleogeńskich glinach pylastych Pogorza Przemyskiego. Parametrem, który posłużył za wzorcowy dla niniejszej pracy, jest wskaźnik pęcznienia  $E_p$ . W analizie statystycznej zbioru danych uznano niższą wartość współczynnika jako bardziej bezpieczną w odniesieniu do podejścia projektowego. Dane liczbowe zebrano w formie tabelarycznej (tab. 1). Pod tabelą umieszczono także wyniki wstępnej analizy statystycznej, służącej jako podstawowy opis statystyczny populacji będący podłożem wyjaśnienia bardziej złożonego procesu wyznaczania wartości charakterystycznej.

**Tab. 1.** Dane statystyczne  
**Table 1.** Statistical data

Nr próbki Sample no	$E_p$	Nr próbki Sample no	$E_p$	Nr próbki Sample no	$E_p$	Nr próbki Sample no	$E_p$
1	1,79	9	2,13	17	1,63	25	1,69
2	2,14	10	2,11	18	1,61	26	1,97
3	1,72	11	1,66	19	1,83	27	1,84
4	1,71	12	1,35	20	1,95	28	2,02
5	2,01	13	1,70	21	2,32	29	1,96
6	1,63	14	2,05	22	1,18	30	2,00
7	1,97	15	1,58	23	2,12	31	1,83
8	1,73	16	2,28	24	2,06	32	1,91

- $N = 32$
- wartość średnia  $m_{E_p} = 1,85$  [%]
- odchylenie standardowe  $s_{E_p} = 0,24$
- współczynnik zmienności  $V_{E_p} = 0,12$
- odchylenie standardowe skorygowane  $s_{E_p}' = 0,22$
- wartość kwantyla  $t_{95(N-1)} = 2,29$
- współczynnik statystyczny  $k_N = 0,404$

Najprostszą metodą uzyskania wartości charakterystycznej parametru geotechnicznego w tym przypadku  $E_p$  jest przyjęcie rozkładu prawdopodobieństwa opisanego rozkładem t-Studenta.

$$E_{pk} = m_{E_p} + k_N \cdot s_{E_p} = 1,93 \text{ [%]}$$

W praktyce inżynierskiej nie zawsze liczebność zbioru odpowiada  $n > 30$ . Przy małej liczbie oznaczeń można posłużyć się innymi metodami statystycznymi, niż zwykle szeroko preferowany rozkład normalny (Pohl, 2011). Ważniejszą z nich, dającą wiarygodne i obarczone niewielkimi błędami wyniki, jest metoda I i IV ćwiartki. Rozwiązanie zakłada dwa możliwe podejścia:

- bardziej korzystną charakterystyczną wartością jest wartość mniejsza, od średniej (I ćwiartka),
- bardziej korzystną charakterystyczną wartością jest wartość większa, od średniej (IV ćwiartka).

$$X_k = \frac{m_X + X_{\min}}{2}$$

$$X_k = \frac{m_X + X_{\max}}{2}$$

Jeżeli wcześniej uznano, że niższa wartość  $E_p$  jest bardziej bezpieczna, estymacja wartości parametru charakterystycznego będzie się opierać na metodzie I ćwiartki:

$$E_{pk} = \frac{m_{E_p} + E_{p \min}}{2} = 1,51 \text{ [%]}$$

Bardziej złożony z punktu widzenia opisu statystycznego sposób uzyskania wartości charakterystycznej podał Schneider (1993). Zakładając, że poszczególne próbki gruntowe mogą być traktowane jako niezależne w zbiorach o niewielkiej liczbie i o różnych wartościach, a ponadto o niesymetrycznym rozkładzie, jako wartość modalną

parametru można przyjąć oszacowanie  $X_{\text{mod}} = 3Me - 2s_X$  ( $Me$  – mediana zbioru,  $s_X$  – odchylenie standardowe zbioru). Rozważanie zakłada, że wartości minimalna i maksymalna parametru  $X$  znajdują się w odległości trzech odchylen standardowych  $s_X$ , poniżej i powyżej wartości średniej  $m_X$  (Garbulewski i in., 2010).

$$X_k = m_X \mp \frac{s_X}{2} \approx \left( \frac{X_{\min} + 4 \cdot X_{\text{mod}} + X_{\max}}{6} \right) \mp \frac{1}{2} (X_{\min} - X_{\max})$$

$$X_{\text{mod}} = 3Me - 2s_X$$

Metodę tę można stosować przy następujących założeniach:

- próbki gruntu traktowane są jako niezależne,
- odległość poboru próbek w pionie większa niż 0,2–2,0 m (odległość autokorelacji),
- odległość poboru próbek w poziomie większa niż 20–100 m (odległość autokorelacji).

Do obliczenia wartości charakterystycznej zgodnej z oszacowaniem Schneidera (1993) jest wymagana znajomość wartości mediany zbioru, która w rozpatrywanym przykładzie jest równa  $Me = 1,87$ .

$$E_{pk} = m_{E_p} \mp \frac{s_{E_p}}{2} \approx \left( \frac{E_{p \min} + E_{p \text{mod}} + E_{p \max}}{6} \right) \mp \frac{1}{2} (E_{p \max} - E_{p \min})$$

$$E_{pk} = 2,01 \text{ [%]}$$

Sposobem zwiększenia dokładności analizy statystycznej niewielkiego zbioru danych jest zastosowanie procedury aktualizacji rozkładu *a posteriori* (ang. *bayesian updating*). Uznając za niezbędne wielkości średniej oraz odchylenia standardowego w analizie statystycznej danych geologiczno-inżynierskich i łącząc je z dodatkową wiedzą dotyczącą analizowanego parametru, jest możliwe uzyskanie końcowych rezultatów rozszerzonych o regionalne lub lokalne doświadczenie. Procedura aktualizacji rozkładu *a posteriori* zakłada proces prognozowania (Garbulewski i in., 2010). Proces ten polega na wykorzystaniu dostępnych danych z literatury, wcześniejszych doświadczeń, archiwalnych dokumentacji itp. Zmodyfikowana średnia oraz odchylenie standardowe przybierają odpowiednio następujące symbole:  $m_x'$  i  $s_x'$  i obliczane są ze wzorów:

$$m_x' = \frac{m_x + \frac{1}{N} \left( \frac{s_x}{\sigma_x} \right) \mu_x}{1 + \frac{1}{N} \left( \frac{s_x}{\sigma_x} \right)}$$

$$s_x' = \sqrt{\frac{\frac{1}{N} (s_x^2)}{1 + \frac{1}{N} \left( \frac{s_x}{\sigma_x} \right)^2}}$$

Tak zmodyfikowane parametry mogą następnie posłużyć do zdefiniowania wartości charakterystycznej zgodnie z zależnością:

$$X_k = m_x' \mp \frac{s_x'}{2}$$

Badania nad glinami pylastymi Pogórza Przemyskiego były poprzedzone analizą podobnych serii tych utworów znajdujących się w nieznacznej odległości od poligону doświadczalnego, gdzie wcześniej prowadzone były badania geologiczno-inżynierskie na potrzeby regionalnych inwestycji. Z danych archiwalnych było możliwe uzyskanie prognozowanych wartości średniej oraz odchylenia standardowego. Zbiór danych obejmował 74 wyniki wskaźnika pęcznienia. Wartości eksperckie przyjęto odpowiednio dla średniej prognozowanej jako  $\mu_{E_p} = 1,76 [\%]$  oraz dla odchylenia standardowego prognozowanego –  $\sigma_{E_p} = 0,20$ . Wykorzystanie tych danych odnosi się zarówno do zapisu EC7, w którym mowa o uznanym doświadczeniu projektanta, jak i do wnioskowania probabilistycznego, które jest fundamentem analizy bayesowskiej. Biorąc pod uwagę te dwa główne założenia, należy obliczyć zmodyfikowane wartości średniej i odchylenia standardowego. W rozpatrywanym przykładzie przybiorą one następującą postać:

$$m_{E_p}' = \frac{m_{E_p} + \frac{1}{N} \left( \frac{s_{E_p}}{\sigma_{E_p}} \right)^2 \mu_{E_p}}{1 + \frac{1}{N} \left( \frac{s_{E_p}}{\sigma_{E_p}} \right)^2} = 1,85 [\%]$$

$$s_{E_p}' = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} (s_{E_p}^2)}}{\sqrt{1 + \frac{1}{N} \left( \frac{s_{E_p}}{\sigma_{E_p}} \right)^2}} = 0,24$$

$$X_{E_p} = m_{E_p}' + \frac{s_{E_p}'}{2} = 1,97 [\%]$$

## PODSUMOWANIE

Projektowanie geotechniczne oparte jest w dużej mierze na podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności. Niepewność ta pojawia się już na początku prac geologicznych przy interpretacji wyników badań i ustalaniu parametrów opisujących cechy ośrodka gruntowego. Dzisiejsze projektowanie geotechniczne opiera się na stanach granicznych determinowanych parametrami charakterystycznymi  $X_k$ .

Obecnie największy problem stanowi samo sformułowanie EC7 dotyczące tych parametrów, które należy wybrać poprzez ostrożne szacowanie wartości wpływających na wystąpienie rozpatrywanego stanu granicznego. W wielu przypadkach EC7 nie określa ściśle formy obliczeń, lecz wskazuje, jakie kryteria należy sprawdzić obliczeniowo.

Przy typowaniu wartości charakterystycznych parametrów geotechnicznych pomocne okazują się metody statystyczne. W obecnej praktyce inżynierskiej wartość charakterystyczna parametru wyznaczana jest przede wszystkim na podstawie doświadczenia i osobistej oceny. Podejście to sprawdziło się w europejskiej praktyce i zostało wdrożone do ujednoliconego standardu. Metody statystyczne stosowane w geologii inżynierskiej i geotechnice są różne, jak wyznaczane według ich prawideł parametry charakterystyczne stosowane w projektowaniu i opisujące dany ośrodek gruntowy. Dobór odpowiedniej metody obliczeniowej i oszacowanie prawidłowej wartości charakterystycznej zależy od wielu czynników, takich jak: liczba danych z badań, statystyczna znajomość parametru, czy też jak dany parametr wpływa na wystąpienie bądź nie stanu granicznego. W konkretnym rozpatrywanym przykładzie, w niniejszym artykule, wydaje się najbardziej trafnym wyborem zastosowanie procedury aktualizacji rozkładu, pozwalającej się na szeroko rozumiane doświadczenie i wykorzystanie dodatkowej wiedzy *a posteriori*.

## LITERATURA

- BAUDUIN C. 2001 – Determination of characteristic values. Geotechnical Handbook – Volume 1: Fundamentals. Ernst & Sohn, Berlin.
- BOND A.J. 2011 – A procedure for determining the characteristic value of a geotechnical parameters, Proc. 3rd Int. Symp. on Geotechnical Safety and Risk, Munich, Germany.
- BOND A.J. & HARRIS A.J. 2008 – Decoding Eurocode 7. Taylor & Francis, London: 45–50.
- EN 1990:2002 Eurocode: Basis of structural design.
- FELLIN W. 2005 – Assessment of characteristic shear strength parameters of soil and its implication in geotechnical design. [W:] W. Fellin, H. Lessmann., M. Oberguggenberger (red.) Analyzing Uncertainty in Civil Engineering: 33–49.
- GARBULEWSKI K., JABŁONOWSKI S. & RABARIJOELY S. 2010 – Zastosowanie analizy bayesowskiej w projektowaniu geotechnicznym. Inżynieria Morska i Geotechnika, 3/2007: 163–169.
- POHL C. 2011 – Determination of characteristic soil values by statistical methods. [W:] Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGRS 2011), N. Vogt, B. Schuppener, D. Straub & G. Bräu (red.). Bundesanstalt fuer Wasserbau..
- PN-EN 1997-1 Eurokod 7. Projektowanie geotechniczne. Część 1: Zasady ogólne.
- SCHNEIDER H.R. 1993 – Definition and determination of characteristic soil properties. Proceedings of the 14<sup>th</sup> ICSMFE. Hamburg, Balke-ma: 2271–2274.
- TAKÁCS A. 2010 – Some statistical aspects of the semi-probabilistic approach (partial factoring) of the EUROCODE 7: 46–47.
- WYSOKINSKI L. 2009 – Wartości parametrów geotechnicznych w zastosowaniu do projektowania budowlanego wg PN-EN 1997-1 i PN-EN 1997-2. XXIV Ogólnopolskie Warsztaty Pracy Projektanta Konstrukcji, Wisła.