

USTALENIE WIELKOŚCI OBSZARU CAŁKOWANIA (PROMIENIA R) PRZY MODELOWANIU ANOMALII GRAWIMETRYCZNYCH

UKD 550.831

Jedną z metod ilościowej interpretacji anomalii siły ciężkości, dość często stosowaną obecnie, jest metoda zwana rozwiązaniem zadania prostego. Polega to na wyznaczeniu efektu grawitacyjnego dla znanego lub założonego modelu geologicznego. Z tego rodzaju sposobem interpretacji wiąże się problem wyznaczenia wielkości obszaru całkowania (promienia R), jaki powinien być brany pod rozwagę, aby efekt grawitacyjny wyznaczony został z góry założoną dokładnością. Z zagadnieniem tym spotykamy się tak często, ilekroć pragniemy wyznaczyć efekt grawita-

cyjny dla modelu ciała zaburzającego, zbudowanego np. na podstawie mapy strukturalnej horyzontu sejsmicznego.

Dotychczas u nas nie wyznaczano wielkości obszaru całkowania (promienia R). Mogło to być niekiedy przyczyną znacznych niedokładności w wyliczeniu Δg . Aby uzyskać właściwą, z góry założoną dokładność wyliczeń Δg w każdym rozpatrywanym przypadku undulacji powierzchni kontrastu gęstościowego (horyzontu sejsmicznego) musi być brany pod uwagę (do obliczeń) odpowiednio duży obszar całkowania.

Im większa undulacja powierzchni kontrastu gęstościowego (większe amplitudy pionowych przesunięć) tym większy powinien być obszar całkowania (promień R). Poza tym w miarę zwiększania obszaru całkowania wzrasta niewspółmiernie nakład pracy obliczeniowej. Zadaniem niniejszego opracowania jest więc ustalenie minimalnej wielkości obszaru całkowania, zapewniającej jednocześnie właściwą dokładność wyliczeń Δg .

W warunkach naturalnych, powierzchnie kontrastu gęstościowego przebiegają w sposób bardzo różny, nie dający się ująć w żadne geometryczne formy (ryc. 1). Z tego względu ustalenie wielkości obszaru całkowania w sposób ścisły jest bardzo trudne.

W opracowaniu tym przedstawiono sposób wyznaczenia wielkości obszaru całkowania (promienia R) — dla najbardziej niekorzystnych przypadków, tj. dla pionowych przesunięć powierzchni kontrastu gęstościowego. Ustalony minimalny obszar całkowania dla pionowych przesunięć kontrastu gęstościowego będzie dla nie pionowych przesunięć obszarem nieco większym od pożądanego. W ten sposób zabezpieczy się dokładność wyznaczenia Δg dla dowolnych undulacji powierzchni kontrastu gęstościowego.

Przed przystąpieniem do rozpatrywania poruszonego wyżej zagadnienia poczynione zostaną pewne niezbędne wprowadzenia. Znane i dostępne u nas sposoby wyznaczania Δg dla ciał (modeli) trójwymiarowych o nieforemnych kształtach realizowane są zazwyczaj drogą podziału tego ciała na elementarne figury proste (np. prostopadłościanny), dla których efekt grawitacyjny δg daje się wyrazić matematycznie. Dokonane sumowanie δg — w ten czy inny sposób — daje w wyniku całkowity efekt Δg ciała zaburzającego. Przypuśćmy, że chodzi nam o określenie na powierzchni ziemi anomalii Δg wywołanej przebiegiem powierzchni kontrastu gęstościowego, jak to ilustruje ryc. 2. Ośrodek górny i dolny jest jednorodny, ale różny gęstościowo. Wyniesiona część ośrodka dolnego tworzy kopułę (ryc. 2). Oznaczmy ją przez A . Pozostałą część tego ośrodka oznaczmy przez B . Ośrodek dolny aproksymujemy zbiorem pionowych półnieskończonych prostopadłościannów o odpowiednio dobranym poprzecznym przekroju S . Dokonajmy następnie oznaczeń:

- $\delta g(Z_1)$ — efekt grawitacyjny, w dowolnym punkcie p na powierzchni obserwacji półnieskończonego pionowego prostopadłościannu, którego strop występuje na głębokości Z_1 ;
- $\delta g(Z_2)$ — efekt grawitacyjny, w dowolnym punkcie p na powierzchni obserwacji półnieskończonego pionowego prostopadłościannu, którego strop występuje na głębokości Z_2 ;
- δg_a — efekt grawitacyjny — w dowolnym punkcie p na powierzchni obserwacji — pionowego skończonego prostopadłościannu, którego strop występuje na głębokości Z_1 , a spąg na głębokości Z_2 ;
- $\delta g_{a_1}, \delta g_{a_2}, \dots, \delta g_{a_m}$ — efekt grawitacyjny w dowolnym punkcie powierzchni obserwacji poszczególnych skończonych prostopadłościannów z części A i B łącznie działających;
- $\delta g_{b_1}, \delta g_{b_2}, \dots, \delta g_{b_n}$ — efekt grawitacyjny w dowolnym punkcie powierzchni obserwacji poszczególnych półnieskończonych pionowych prostopadłościannów z części B .

Dla pojedynczego prostopadłościannu zachodzi związek:

$$\delta g_a = \delta g(Z_1) - \delta g(Z_2) \dots \quad [1]$$

Całkowity efekt grawitacyjny Δg rozpatrywanego ciała w punktach P_1 i P_2 w świetle wzoru [1] wynosi:

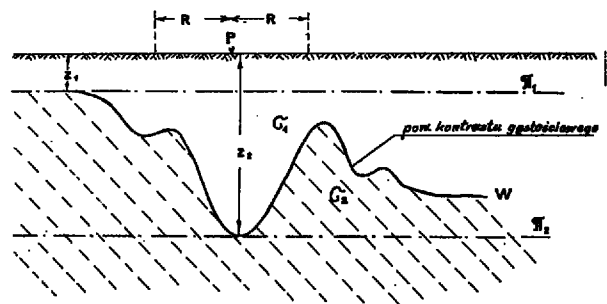
$$\Delta g_{P_1} = \sum_{i=1}^{i=\infty} \delta g_i = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{a_i} + \sum_{i=1}^{i=\infty} \delta g_{b_i}$$

$$\Delta g_{P_2} = \sum_{i=1}^{i=\infty} \delta g_i = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{a_i} + \sum_{i=1}^{i=\infty} \delta g_{b_i}$$

$$\Delta g_{P_2} - \Delta g_{P_1} = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{a_i} - \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{a_i} \quad (2)$$

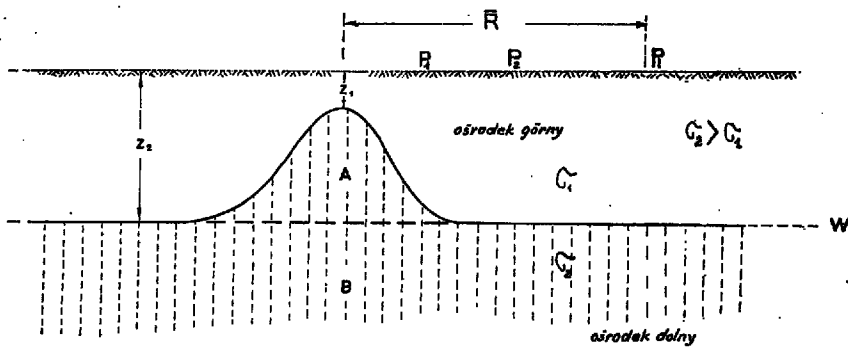
Wielkość i charakter anomalii Δg zależy więc tylko od masy zawartej w przestrzeni A . Masy z przestrzeni B powodują tylko podniesienie poziomu wielkości Δg . To ostatnie nie ma większego znaczenia przy interpretacji anomalii Δg . W miarę oddalania się punktu P od mas występujących w przestrzeni A , a więc w miarę zwiększania promienia diagramu całkującego R (ryc. 3), efekt grawitacyjny tych mas w punkcie P będzie malał. Dla pewnego R (ryc. 2 i 3) efekt ten będzie tak mały, że można go w zupełności pominąć. Zadaniem naszym jest więc ustalenie dla danego przypadku undulacji powierzchni kontrastu gęstościowego — wielkości promienia R , dla którego efekt grawitacyjny w punkcie P , mas występujących poza okręgiem diagramu całkującego będzie $\leq \mu$, gdzie μ jest założoną (żądaną) dokładnością wyliczeń Δg . Po tym wprowadzeniu weźmy pod uwagę następujący model zjawiska (ryc. 4):

- 1) pod powierzchnią pomiarową, na której znajdują się dwa punkty I i II, przebiega na pewnej głębokości powierzchnia kontrastu gęstościowego, ograniczająca dwa jednorodne ośrodki skalne — górny i dolny;
- 2) w ośrodku dolnym tkwi kilka bruzd na kształt regularnych współśrodkowych pierścieni wypełnionych masą ośrodka górnego, rozmieszczonych symetrycznie względem profilu I i II;
- 3) undulacja powierzchni kontrastowej przebiega w obszarze między poziomymi powierzchniami π_1 i π_2 , których wzajemna odległość wynosi h ;
- 4) prowadzimy obliczenia efektu grawitacyjnego Δg w pkt I i II mas występujących poniżej powierzchni kontrastowej;
- 5) obliczenia prowadzimy za pomocą podziału pionowych słupów prostopadłościennych, biorąc pod uwagę raz masy występujące tylko we wnętrzu kół całkujących (ryc. 3) — jak to czynimy w praktyce — drugim razem wszystkie masy, całkując do nieskończoności;
- 6) odróżnimy następujące bryły geometryczne na ryc. 4, których efekty będziemy określać:
 - a) poziomą warstwę o grubości h , zalegającą pomiędzy powierzchniami π_1 i π_2 pojętą, jak gdyby była w zupełności jednorodna, a więc nie posiadała wymienionych wyżej bruzd pierścieniowych; jej efekt grawitacyjny będziemy dzielić na dwa: jeden pochodzący od półnieskończonej płyty, rozciągającej się w lewo od okręgu koła całkującego (oznaczymy przez δg_L), drugi w prawo od tego koła oznaczymy przez δg_P (patrz ryc. 4 i 5).
 - b) pionowy półnieskończony walec o promieniu R zamknięty od góry powierzchnią kontrastową; obejmuje on część mas z obszaru wyróżnionych przed tym jako typ A i typ B łącznie.



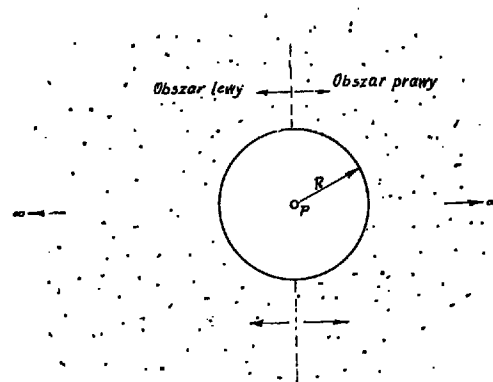
Ryc. 1.

Fig. 1



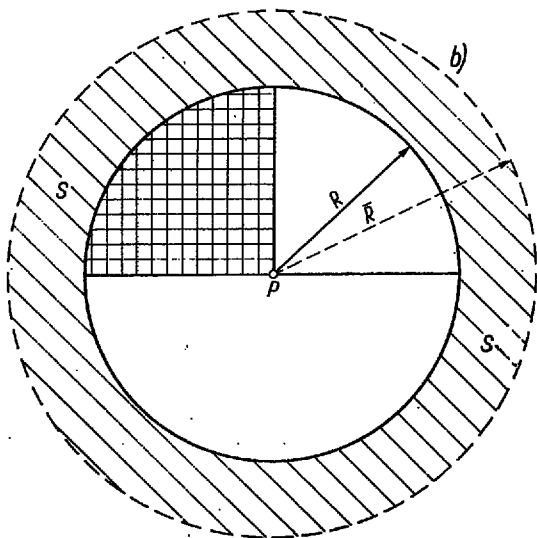
Ryc. 2.

Fig. 2



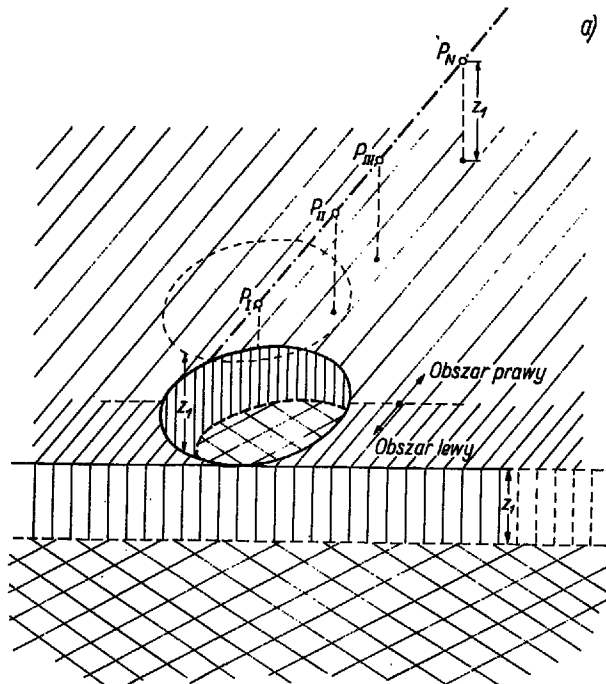
Ryc. 5.

Fig. 5



Ryc. 3.

Fig. 3



Ryc. 6.

Fig. 6

Efekt grawitacyjny tych mas zgodnie z poprzednimi oznaczeniami będzie:

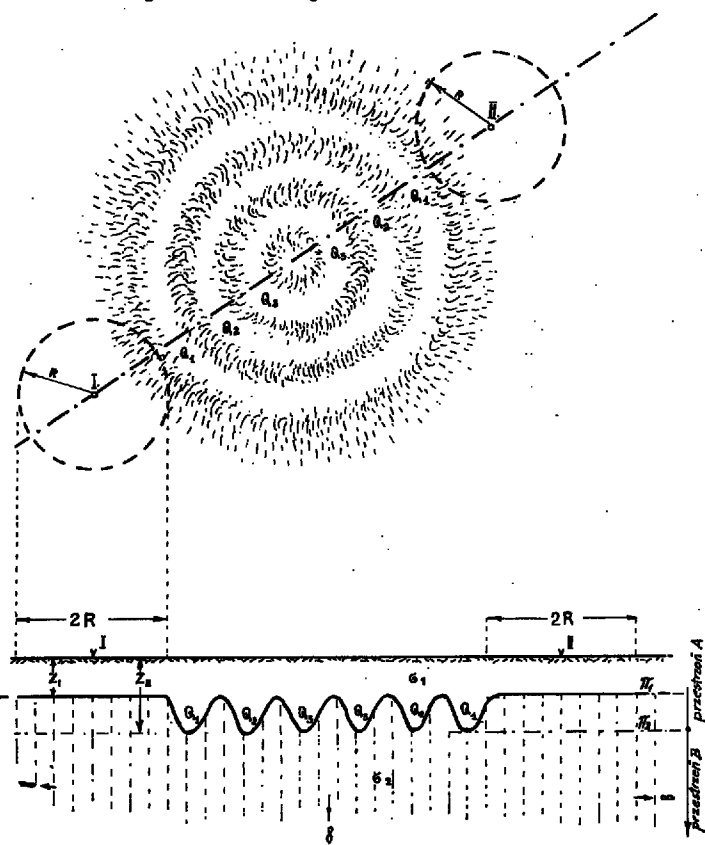
$$\delta g_{a_1} + \delta g_{a_2} + \dots + \delta g_{a_n} + \delta g_{b_1} + \delta g_{b_2} + \delta g_{b_n} = \sum_{i=1}^n \delta g_i$$

c) pionowy półnieskończony walec o promieniu R zamknięty od góry powierzchnią π_2

$$\delta g_{b_1} + \delta g_{b_2} + \dots + \delta g_{b_n} = C_k(z_1)$$

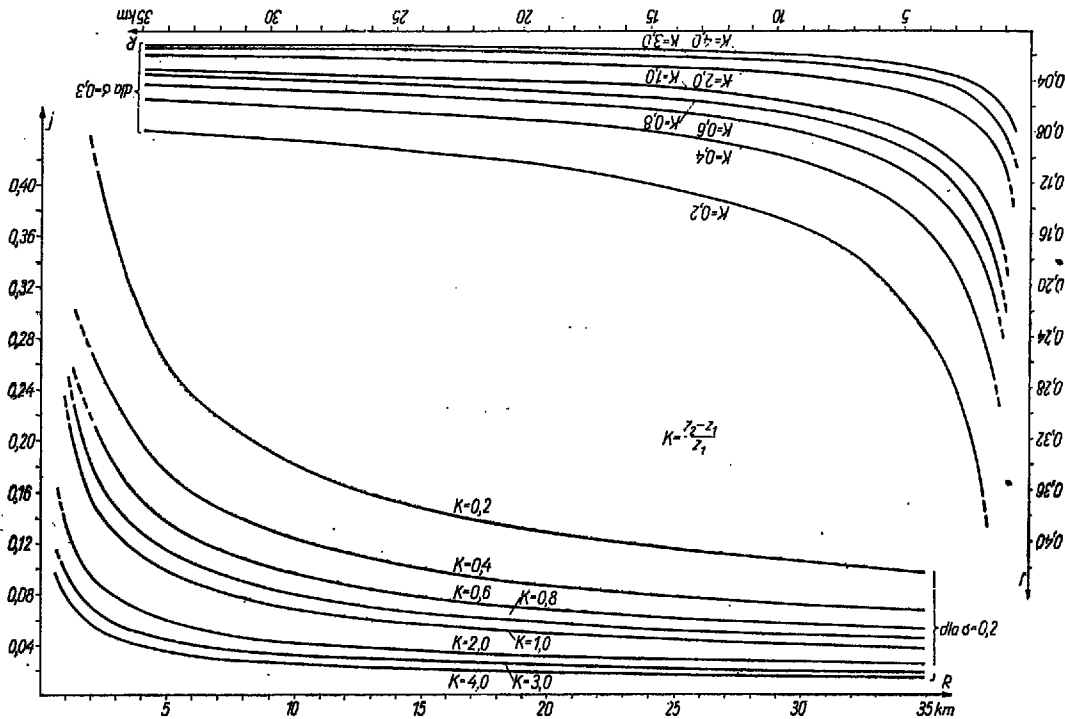
d) pierścienie Q_1, Q_2, Q_3 , których efekt oznaczmy:

$$\delta g_{(Q_1, Q_2, Q_3)} = \delta g_{Q_1} + \delta g_{Q_2} + \delta g_{Q_3}$$



Ryc. 4

Fig. 4



$$\bar{\Delta g} \text{ (rzeczywiste)} = \bar{\Delta g}_{II} - \bar{\Delta g}_I = \left\{ [\delta g_{L_{II}} - \delta g_{L_I}] + [\delta g_{P_{II}} - \delta g_{P_I}] + [\delta g_{B_{II}} - \delta g_{B_I}] + \left[\sum_{i=1}^{i=n} \bar{\delta g}_i - \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_i \right] \right\} - \left\{ [C_k(B_{II}) - C_k(B_I)] + [\delta g(Q_1, Q_2, Q_3) - \delta g(Q_1, Q_2, Q_3)] \right\} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

e) blok zalegający poniżej powierzchni π_2 , rozciągający się we wszystkie strony do nieskończoności; jego efekt grawitacyjny oznaczmy δg_b .

Rzeczywista sumaryczna anomalia w pkt I i II, będąca wynikiem oddziaływania wszystkich wyszczególnionych brył — z uwzględnieniem faktu, że niektóre z nich były już raz wliczane w inne bryły i dlatego ich oddziaływanie musimy odjąć — wynosi

$$\bar{\Delta g}_I = \delta g_{L_I} + \delta g_{P_I} + \delta g_{B_I} + \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_i - C_k(B_I) - \delta g(Q_1, Q_2, Q_3) \dots (3)$$

$$\bar{\Delta g}_{II} = \delta g_{L_{II}} + \delta g_{P_{II}} + \delta g_{B_{II}} + \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_i - C_k(B_{II}) - \delta g(Q_1, Q_2, Q_3) \dots (4)$$

Różnica anomalii w punkcie I i II wynosi (wzór 5).

Punkt P_{II} jest jedyny dla punktu P_I , który posiada wyżej opisaną własność, a więc jest z nim sprzężony. Jeślibyśmy operator liczenia anomalii Δg ograniczyli tylko do mas objętych poboczną walca o promieniu R , czyli w obrębie diagramu całkującego — jak to czynimy w praktyce — wówczas dla naszego symetrycznego układu mas otrzymamy:

$$\bar{\Delta g}_I = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_i - C_k(B_I)$$

$$\bar{\Delta g}_{II} = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_i - C_k(B_{II})$$

$$\bar{\Delta g} \text{ (obliczone)} = \bar{\Delta g}_{II} - \bar{\Delta g}_I = 0 \dots (6)$$

Ze względu na symetrię układu mas otrzymaliśmy zgodność obydwu rachunków, tj. dla Δg rzeczywistego i Δg obliczonego według diagramu całkującego (patrz równanie 5 i 6 oraz ryc. 3 i 4). Gdyby punkty I i II nie były usytuowane symetrycznie względem układu mas zaburzających, wówczas $\Delta g_{rzecz.} \neq \Delta g_{oblicz.}$, a różnica byłaby tym większa, im większa asymetria rozłożenia mas w stosunku do punktów, w których anomalia jest określana. Nie trudno zauważyć, że największa asymetria wystąpi w przypadku warstwy poziomej (stopnia) o pionowej krawędzi (ryc. 6). Wówczas $\Delta g_{rzecz.}$ będzie różne od $\Delta g_{oblicz.}$ i różnica ta (błąd) będzie maksymalna, jaka może wystąpić dla wszelkich możliwych sposobów undulacji powierzchni kontrastu gęstościowego, między płaszczyznami π_1 i π_2 (ryc. 4 i 6). Stąd najsluszniej będzie ustalić wielkość promienia diagramu całkującego R dla przypadku najbardziej niekorzystnego, tj. pionowego stopnia (poziomej półnieskończonej warstwy).

Weźmy pod uwagę ryc. 6 i przeprowadźmy dalsze rozumowanie. Dla Δg rzeczywistego otrzymamy:

$$\bar{\Delta g}_I = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{i_I} + \delta g_{P_I} + [\delta g_{B_I} - C_k(B_I)]$$

$$\bar{\Delta g}_{II} = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{i_{II}} + \delta g_{P_{II}} + \delta g_{L_{II}} + [\delta g_{B_{II}} - C_k(B_{II})]$$

$$\bar{\Delta g}_{III} = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{i_{III}} + \delta g_{P_{III}} + \delta g_{L_{III}} + [\delta g_{B_{III}} - C_k(B_{III})]$$

$$\bar{\Delta g}_N = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{i_N} + \delta g_{P_N} + \delta g_{L_N} + [\delta g_{B_N} - C_k(B_N)]$$

nie trudno zauważyć, że:

$$\begin{aligned} \delta g_{P_I} &= \delta g_{P_{II}} = \delta g_{P_{III}} = \dots = \delta g_{P_N}; \\ \delta g_{B_I} &= \delta g_{B_{II}} = \delta g_{B_{III}} = \dots = \delta g_{B_N}; \\ \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{I_i} &= \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{I_{II}} = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{I_{III}} = \dots = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{I_N}; \\ C_{k(B_I)} &= C_{k(B_{II})} = \dots = C_{k(B_N)} \\ \overline{\Delta g_{II}} - \overline{\Delta g_I} &= \delta g_{L_{II}}; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \overline{\Delta g_{III}} - \overline{\Delta g_I} &= \delta g_{L_{III}}; \dots \overline{\Delta g_N} - \overline{\Delta g_I} = \delta g_{L_N} \\ \delta g_{L_{II}} &< \delta g_{L_{III}} < \delta g_{L_{IV}} < \dots < \delta g_{L_N} \end{aligned} \quad (9)$$

Dla Δg obliczonego za pomocą diagramu otrzymamy:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta g_I} &= \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{I_i} - C_{k(B_I)} & \text{z tego } \overline{\delta g_{II}} - \overline{\delta g_I} &= 0 \\ \overline{\Delta g_{II}} &= \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{I_{II}} - C_{k(B_{II})} & \overline{\delta g_{III}} - \overline{\delta g_I} &= 0 \\ &\vdots & & \\ \overline{\Delta g_N} &= \sum_{i=1}^{i=n} \delta g_{I_N} - C_{k(B_N)} & \overline{\delta g_N} - \overline{\delta g_I} &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Widzimy, że Δg obliczone za pomocą diagramu całkującego różni się od $\Delta g_{rzecz.}$ w poszczególnych przypadkach o $\delta g_{L_{II}}, \delta g_{L_{III}}, \delta g_{L_{IV}} \dots \delta g_{L_N}$. Stawiamy więc warunek, ażeby $\delta g_{L_N} \ll \mu$, gdzie μ jest miarą dokładności, z jaką chcemy wyznaczyć

SUMMARY

At present, a necessity frequently arises to determine gravitation effect for a model defined by the seismic horizon that sometimes undulates over a large area. In this connection a problem exists how the structures, remote from the point in which the effect is determined, should be taken into account to obtain the required precision in calculations of Δg . This problem can be put down to the determination of the length of radius R of the integration area.

The length of radius R depends upon the kind and magnitude of undulation of seismic horizon, and upon the depth of its occurrence. This dependence is illustrated by the curves shown on Fig. 7. By means of the curves mentioned above and using successive approximations we can determine the length of radius R for each undulation of the seismic horizon.

efekt grawitacyjny Δg dla przyjętego modelu ciała zaburzonego. W tym celu należałoby zmniejszyć wycinek warstwy z L_N do \bar{L} na koszt obszaru diagramu, powiększając promień R do \bar{R} tak, żeby efekt grawitacyjny δg_L wycinka warstwy L w punkcie P_N był mniejszy lub równy μ (ryc. 6). Punkt P_N może się znaleźć tak daleko od krawędzi płyty, że efekt grawitacyjny tej płyty osiąga w nim wartość maksymalną, tj. $2\pi f \sigma h$ ($h = Z_2 - Z_1$; $\delta = \sigma_2 - \sigma_1$; f — stała grawitacji). Wówczas możemy przyjąć, że w punkcie P_N działa jednakowo prawa i lewa część płyty, czyli efekt δg_{LN} — lewej strony (warstwy L_N) osiąga wartość równą $\pi f \sigma h$, z błędem mniejszym niż dowolnie obrana mała wartość μ . Stąd wniosek, że należy znaleźć takie $X = \bar{R}$, dla którego spełniony będzie warunek: $\pi f \sigma h - \frac{1}{2} \delta g(R) \leq \mu$ albo $2\pi f \sigma h - \delta g(R) \leq 2\mu$ [11] $\delta g(R)$ — efekt grawitacyjny w punkcie P_N tej części warstwy, która znajduje się w obrębie koła całkującego, przy promieniu R (ryc. 6), otrzymujemy:

$$2\mu \geq 2\pi f \sigma h - \left\{ 2\pi f \sigma [(Z_2 - Z_1) - \sqrt{Z_1^2 + R^2} + \sqrt{Z_1^2 + R^2}] \right\} \quad (12)$$

znacząc przez $K = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1}$; oraz $Z_1 = R \cdot j$

gdzie $0 < j \leq 1$ otrzymujemy:

$$\bar{R} \leq \left\{ \frac{2\mu}{2\pi f \sigma [\sqrt{j^2(K+1)^2 + 1} - \sqrt{j^2 + 1}]} \right\} \quad (13)$$

Równanie 29 można rozwiązywać pod kątem szukania promienia R , jako funkcji wielkości j przy ustalonym μ oraz danych (z terenu) wielkości K i σ . Krzywe uwidocznione na ryc. 7 przedstawiają zależność promienia R od j , dla $\mu = 3$ m gal i różnych K .

РЕЗЮМЕ

В настоящее время очень часто возникает необходимость определения гравитационного эффекта в модели, связанной с сейсмическим горизонтом, который ундуллирует иногда на большой площади. В связи с этим возникает вопрос: насколько отдаленные от точки, в которой определяется эффект, структуры следует учитывать, чтобы получить требуемую точность расчетов Δg . Этот вопрос состоит в определении радиуса R площади интегрирования.

Величина радиуса R зависит от способа и величины ундулляции поверхности контраста плотности (сейсмического горизонта) и от глубины распространения этой поверхности. Эта зависимость выражена при помощи кривых на рис. 7. Используя эти кривые, путем последовательных приближений, можно определить величину радиуса R для каждого случая ундулляции сейсмического горизонта.