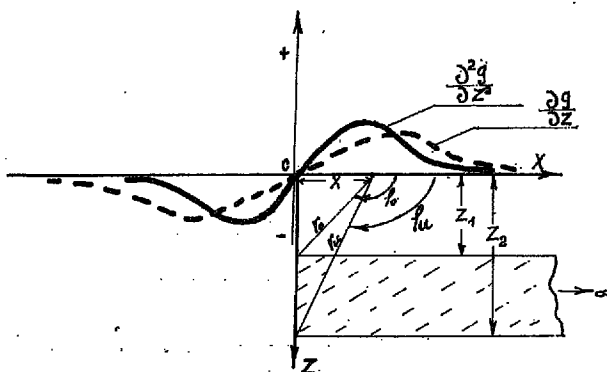


## ZAGADNIENIE STOPNIA W GRAWIMETRII

UKD 550.891:551.243.1

W przyrodzie dość często spotykamy się z takimi formami geologicznymi, które z grawimetrycznego punktu widzenia można aproksymować za pomocą stopnia (poziomej półnieskończonej warstwy). Do form tych zaliczyć by można: uskoki, rowy erozyjne, horsty, cokoły. Tego rodzaju formy geologiczne przebiegają najczęściej na dłuższych odcinkach i stąd mogą być traktowane jako dwuwymiarowe rozmieszczenia mas. Pozwala to na dobranie takiego pionowego przekroju, który byłby najbardziej zbliżony do stopnia klasycznego. Fakt ten ułatwia i upraszcza analizę powodowanych tymi formami anomalii  $\Delta g$  i niekiedy już wprost przez rozwiązanie odwrotnego zadania grawimetrycznego uzyskać można pełną informację o ciele zaburzającym.

W przypadku stopnia pionowego krzywe wielkości  $W_{zz}$  i  $W_{zzz}$  określone według teoretycznych wzorów 1 i 2 (1) mają przebieg jak na ryc. 1.



Ryc. 1.

$$W_{zz} = -W_{xx} = 2f\sigma(\varphi_0 - \varphi_n) \dots [1]$$

$$W_{zzz} = 2f\sigma \left[ \frac{X}{X^2 + Z_1^2} - \frac{X}{X^2 + Z_2^2} \right] \dots [2]$$

Zależność  $X_{ekstr. W_{zz}}$  ( $Z_1, Z_2$ ) według K. Junga (1) wyraża się wzorem:

$$X_{ekstr. W_{zz}} = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2} \dots [3]$$

Różniczkując równanie 2 względem  $X$  i przyrównując otrzymane ze zróżniczkowania wyrażenie do zera, a następnie rozwiązując je ze względu na  $X$ , znajdziemy następującą zależność (ważne dla  $Z_1, Z_2$ ):

$$X_{ekstr. W_{zzz}} = \sqrt{\frac{-(Z_1^2 + Z_2^2) + \sqrt{Z_1^4 + 14Z_1^2 \cdot Z_2^2 + Z_2^4}}{6}} \quad [4]$$

Analizując wzór 3 dochodzi się do wniosku, że wielkość  $X_{ekstr. W_{zz}}$  może być:

a) albo równa  $Z_1$ , co zachodzi gdy  $Z_1 = Z_2 = Z$  i wtedy  $Z$  jest głębokością półpłaszczyzny materialnej;

b) albo jest równe  $\sqrt{Z_1 \cdot Z_2}$ , gdzie  $Z_1 < Z_2$ , a stąd  $X_{ekstr. W_{zz}} > Z_1$ .

Powyższe fakty należy interpretować w ten sposób, że głębokość stropu  $Z_1$  poziomo leżącej warstwy jest mniejsza, a co najwyżej równa  $X_{ekstr. W_{zz}}$ . Podobnie analizując wzór 4 otrzymamy:

a) dla  $Z_2 \rightarrow Z_1$  (półpłaszczyzna materialna)

$$X_{ekstr. W_{zz}} \rightarrow \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot Z_1 = 0,577 \cdot Z_1$$

b)  $Z_2 \rightarrow \infty$ , to  $X_{ekstr. W_{zz}} \rightarrow Z_1$

Stąd wniosek, że wartość  $X_{ekstr. W_{zz}}$  waha się w granicach od  $0,577 \cdot Z_1$  do  $Z_1$ . Mając do czynienia jednocześnie z obydwiema wartościami  $X_{ekstr. W_{zz}}$  i  $X_{ekstr. W_{zzz}}$  możemy powiedzieć, że:

— pierwsza ( $X_{ekstr. W_{zz}}$ ) ogranicza głębokość występowania stropu warstwy w tym sensie, że nie może on leżeć głębiej niż wynosi wartość liczbową  $X_{ekstr. W_{zz}}$ , zaś

— druga ( $X_{ekstr. W_{zzz}}$ ) ogranicza jego głębokość od góry, ponieważ nie może on leżeć bliżej powierzchni niż wynosi wartość liczbową  $X_{ekstr. W_{zzz}}$ .

Wyrazem graficznym tych zależności są krzywe 1, 2 na ryc. 2, na którym podano:

$$\frac{X_{ekstr. W_{zz}}}{Z_1} = f\left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_1}\right)$$

oraz

$$\frac{X_{ekstr. W_{zzz}}}{Z_1} = \varphi\left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_1}\right)$$

Ryc. 2.

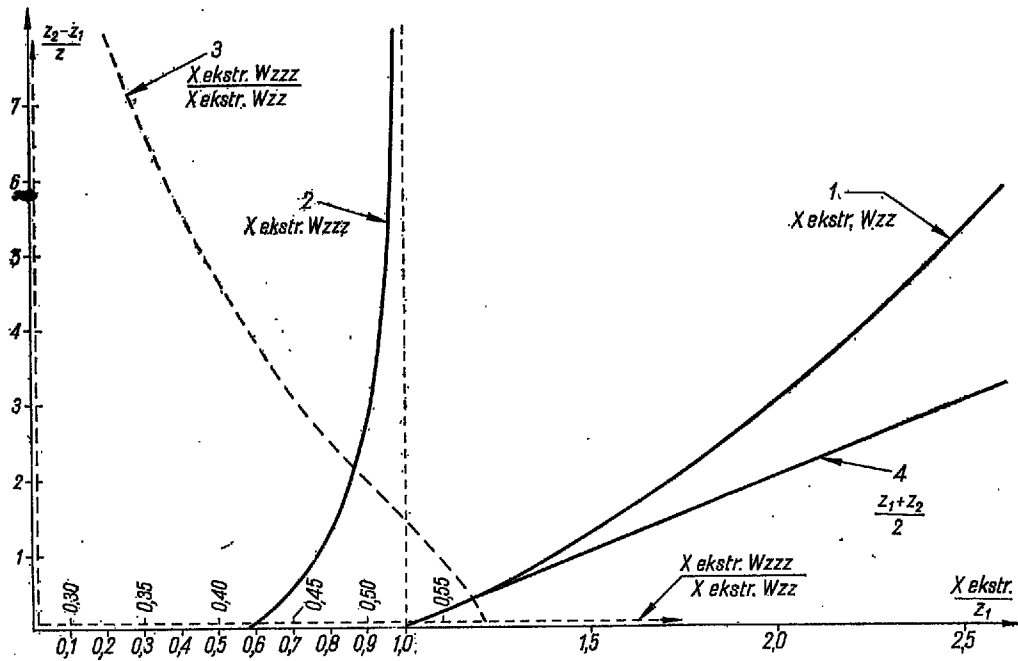


Fig. 2.

Obie te krzywe (1 i 2), wznoszące się ze wzrostem  $\frac{X_{ekstr.}}{Z_1}$  leżą w innych przedziałach na osi poziomej, co jest graficznym przedstawieniem powyżej podanych wniosków. Omawiane prawidłowości można wykorzystać jeszcze bardziej, tworząc następującą zależność:

$$\frac{X_{ekstr. Wzz}}{X_{ekstr. Wzz}} = t_3 \dots \dots \dots [5]$$

Zależność 5 przedstawiona jest w postaci krzywej 3 (patrz ryc. 2). Wyznaczając dla danej anomalii wielkość  $X_{ekstr. Wzz}$  oraz  $X_{ekstr. Wzz}$ , a następnie tworząc z tych wielkości iloraz, otrzymuje się  $t_3 = \frac{X_{ekstr. Wzz}}{X_{ekstr. Wzz}}$

którą to wartość odszukuje się na krzywej 3. Krzywa ta z kolei pozwala określić wielkość  $K = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1}$  oraz

wielkość  $t_2 = \frac{X_{ekstr. Wzz}}{Z_1}$ , na krzywej 2. Z tego znajduje się:

$$Z_1 = \frac{X_{ekstr. Wzz}}{t_2} \dots \dots \dots [6]$$

$$Z_2 = Z_1 (1 + K) \dots \dots \dots [7]$$

$$\sigma = \frac{\sigma_{max}}{2f(Z_2 - Z_1)} \dots \dots \dots [8]$$

$\sigma$  — gęstość objętościowa.

W związku z powyższym wyłania się problem, w jaki praktyczny sposób wyznaczać wielkość  $X_{ekstr. Wzz}$  i  $X_{ekstr. Wzz}$  dla anomalii  $\Delta g$  pomierzonych w terenie. Znane sposoby wyznaczania pierwszej i drugiej pochodnej potencjału siły ciężkości, z anomaliami powierzchni na powierzchni ziemi (Baranov V., Elkins i inni), dają krzywe podobne kształtem do krzywych teoretycznych, lecz różne co do wartości. Dla tego samego obrazu anomalii  $\Delta g$  (tego samego stopnia) zarówno pierwsza, jak też druga pochodna oraz ich odpowiednie  $X_{ekstr.}$  przyjmują różne wartości zależnie od przyjętego promienia całkującego  $r_1 = s$ , gdzie  $s$  jest wielkością boku siatki interpolacyjnej (ryc. 3).

Dla różnych długości promienia jednostkowego  $r_1 = s$  krzywe zależności  $W_{zz}$  lub  $W_{zzz}$  od  $X$  przechodzą przez maksimum, ale istnieje tylko jedno maksimum maksimum, które zachodzi przy  $r$  optymalnym (ryc. 3). Znalazienie maksimum maksimum i odpowiadającego mu  $X_{ekstr.}$  jest właśnie naszym zadaniem. Można to osiągnąć stosując we wzorze na pierwszą pochodną potencjału siły ciężkości kolejno różne — od małego do coraz większego — wielkości jednostkowych promieni  $r_1 = s$  oraz wyznaczając pochodne nie tylko w punktach siatki interpolacyjnej, ale również między tymi punktami. Maksimum maksimum  $W_{zz}$  odpowiada wówczas położeniu rzeczywistemu. Wyniki dokonanych przeliczeń dla warstw o różnej miąższości i głębokości ich występowania ilustrują ryc. 3 i 4. W celu odszukania położenia maksimum maksimum  $W_{zzz}$  postępujemy podobnie z tą tylko różnicą, że stosujemy mniejsze jednostkowe promienie całkujące, idąc w kierunku odwrotnym — od większych do coraz mniejszych (ryc. 5).

Ze względu na to, że w celu odszukania wielkości  $X_{ekstr. Wzzz}$  zmuszeni jesteśmy stosować niekiedy bardzo małe promienie całkujące ( $r_1 = s$ ), co czyni stosowany wzór bardzo czuły na lokalne zaburzenia  $\Delta g$  i różnego rodzaju błędy obserwacyjne, tkwiące w krzywej  $\Delta g$ , powstaje trudność uchwycenia ekstremum  $W_{zzz}$ . Z tych względów wskazane jest, aby zaobserwowaną krzywą  $\Delta g$  zastąpić krzywą matematyczną. Pozwoli to na wyeliminowanie błędów obserwacyjnych i ewentualnych rzeczywistych zaburzeń  $\Delta g$  oraz na wyznaczenie dalszych miejsc przecięcia. Z dobrym rezultatem do tego celu może być wykorzystana tzw. krzywa logistyczna w podanej postaci:

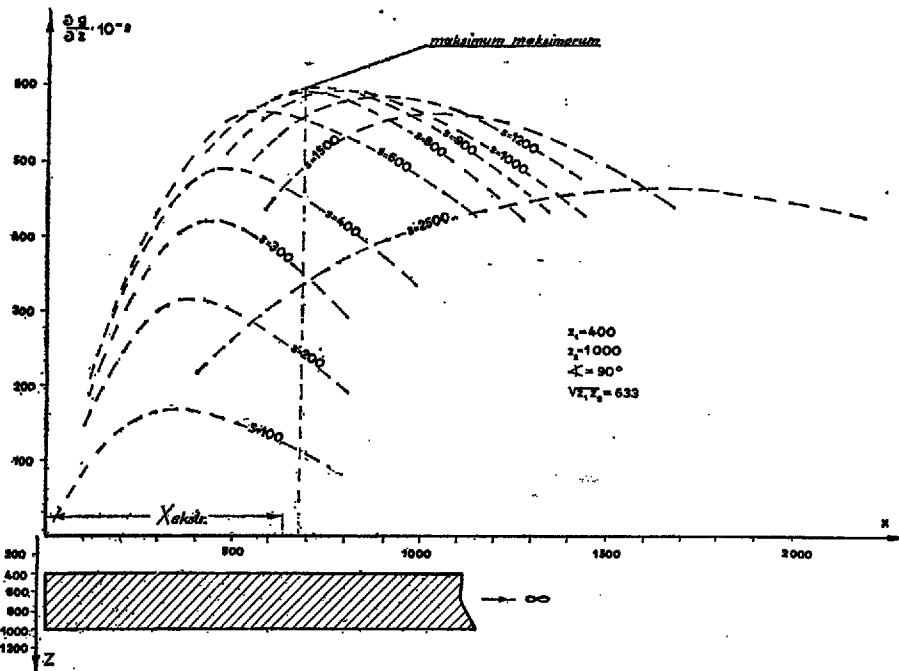
$$Y = \frac{1}{a + bC^x} \dots \dots \dots [9]$$

Parametry  $a$ ,  $b$ ,  $C$  mogą być wyznaczone według wzorów podanych przez F. C. Millsa (4).

$$a = \frac{1}{n} \left( S_1 - \frac{d_1}{C^n - 1} \right) \dots \dots \dots [10]$$

$$b = \frac{d_1(C - 1)}{(C^n - 1)^2}; C = \sqrt[n]{\frac{d_2}{d_1}}; \dots \dots \dots [11]$$

$n = 1/3 \cdot k$ ; wielkość  $S_1$ ,  $d_1$  i  $d_2$  znajdujemy według reguły podanej poniżej:



Ryc. 3.

Fig. 3.



Ryc. 4.

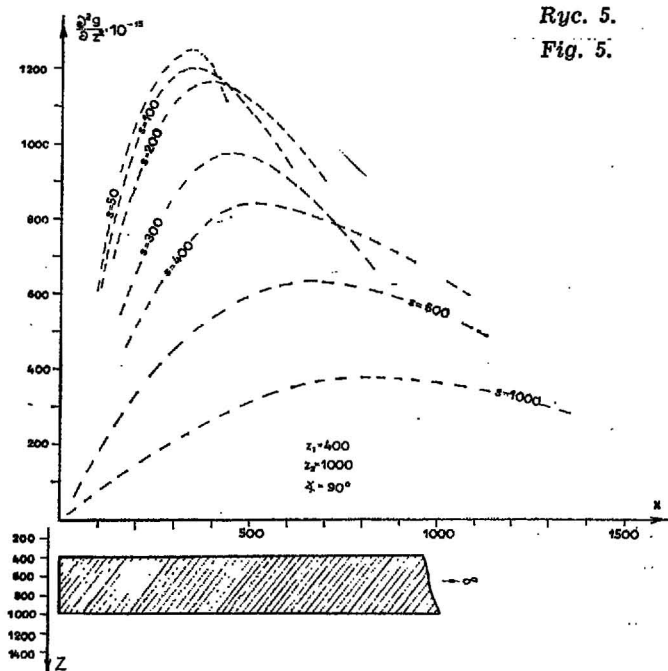
Fig. 4.

Lp.	x	Δg	$\frac{1}{\Delta g}$	S	d
.	.	.	.	S <sub>1</sub>	d <sub>1</sub> = S <sub>2</sub> - S <sub>1</sub>
.	.	.	.		
.	.	.	.	S <sub>2</sub>	d <sub>2</sub> = S <sub>3</sub> - S <sub>2</sub>
.	.	.	.		
.	.	.	.	S <sub>3</sub>	
.	.	.	.		

Jeżeli zaobserwowaną krzywą  $\Delta g$  udało się nam zastąpić krzywą matematyczną (wzór 9), to z uwagi na to, że dla ciał dwuwymiarowych  $W_{zzz} = -W_{xxx}$  wielkość  $X_{ekstr. Wzzz}$  można znaleźć o wiele szybciej, tworząc drugie różnice ( $\Delta^2$ ) funkcji.

$$\Delta g = \frac{1}{a + b + Cx}$$

Wykazane zależności dla stopnia pionowego nie mogą być wykorzystane dla stopni pochyłych, a szczególnie przy dużym ich nachyleniu. Odpowiedź na pytanie, czy zaobserwowana w terenie krzywa  $\Delta g$  może być analizowana jak krzywa dla pionowego stopnia, uzyskać można na drodze analizy charakterystyki tej krzywej (3) lub też według sposobu podanego przez A. A. Junkowa (2).



Ryc. 5.

Fig. 5.

## LITERATURA

1. Jung K. — *Schwerkraftverfahren in der angewandten Geophysik*. Leipzig 1961.
2. Junkow A. A., Afanasjew N. L., Fiedorowa N. A. — *Intierpretacja anomalji  $\Delta g$  nad kontaktami i sbrosami*, — Gosgeotiechizdat, Moskwa 1961.
3. Kozera A. — *Zagadnienie niektórych prawidłowości występujących w ilościowej interpretacji anomalii siły ciężkości*. Praca doktorska 1965, Biblioteka AGH. Kraków.
4. Mills F. C. — *Statistical methods*. London 1955.

## РЕЗЮМЕ

В природе встречаются иногда такие геологические формы, которые с гравиметрической точки зрения можно аппроксимировать с помощью ступени. К ним относятся сбросы, горсты, грабены, уступы. Когда характер аномалии и форма кривой  $\Delta g$  оправдывают такое аппроксимирование, то в таком случае на основании аномалии  $\Delta g$  можно получить полную характеристику аномального тела.

## SUMMARY

In the nature we often meet geological forms that, from the gravimetrical point of view, can be estimated approximately as steps.

Here, such forms belong as faults, erosional troughs, horsts and blocks.

If both the character of anomaly and the shape of curve  $\Delta g$  substantiate such an approximation then we can obtain, by means of anomaly  $\Delta g$ , a complete information as to the disturbing body.

For this purpose the author uses interrelations existing between the magnitudes  $X_{extr.wzz}$  and  $X_{extr.wzzz}$  (Fig. 2).