

**KRYTERIUM DOKŁADNOŚCI POSZUKIWAŃ ZŁÓŻ SUROWCÓW MINERALNYCH
PROWADZONYCH METODAMI POŚREDNIMI PRZY UŻYCIU
SPRAWDZAJĄCYCH OTWORÓW WIERTNICZYCH**

ROZWÓJ TECHNIKI POSZUKIWAWCZEJ złóż kopalin użytecznych, a w szczególności rozwój pośrednich metod stwierdzania złóż robotami geofizycznymi, umożliwiającą szersze niż dotychczas stosowanie hipotez geologicznych, wywołał przewrót w dziedzinie wyznaczania niezbędnej gęstości robót poszukiwawczych dla określenia złóż jako podstawy budowy nowych kopalń.

Gdy pierwotnie jako jedyny materiał dowodowy, na którym opierano szacowanie złóż, uznawane były tylko wyniki robót poszukiwawczych bezpośrednio prowadzonych w złożu (np. otwory wiertnicze), to obecnie poczyną się traktować otwory poszukiwawcze w coraz to większym stopniu jako roboty cechujące, sprawdzające koncepcję budowy złoża, wytworzoną na podstawie wyników robót geofizycznych lub innych prac geologicznych.

Pierwsza metoda poszukiwawcza prowadzi do gęstych sieci poszukiwawczych, często nie wykorzystujących w pełni informacji o złożu zawartych w hipotezach geologicznych. Druga metoda prowadzi do rzadko, bo sporadycznie rozmieszczonych sprawdzających słuszność hipotez geologicznych otworów poszukiwawczych.

Omawiana ewolucja podstawowych założeń prowadzenia robót poszukiwawczych oraz robót stwierdzających złoża daje znaczną obniżkę kosztów poszukiwań złóż surowców mineralnych. Wykazali to dobitnie Anglicy na Międzynarodowym Zjeździe Budowy Kopalń. Geofizyczne poszukiwanie złóż surowców mineralnych cechowane i sprawdzane sporadycznie rozmieszczonymi otworami poszukiwawczymi jest wielokrotnie tańsze od metod poszukiwań złóż surowców mineralnych opartych wyłącznie na samych stwierdzeniach złoża otworami poszukiwawczymi.

Drugą korzyścią wynikającą z zastosowania metod geofizycznych lub innych hipotez geologicznych jest możliwość osiągnięcia, praktycznie rzecz biorąc, całkowitego (ciągłego) obrazu złoża w wyniku ciągłego interpretowania spostrzeżeń geologicznych na obszarze złoża w odróżnieniu od punktowo interpretowanych informacji o złożu, uzyskanych z otworów poszukiwawczych (z punktów poszukiwawczych).

Podstawowymi wadami poszukiwań geofizycznych lub innych poszukiwań opartych na hipotezach geologicznych są trudności w jednoznacznej interpretacji wyników robót poszukiwawczych oraz ograniczenie zakresu stosowania metod geofizycznych tylko do niektórych złóż surowców mineralnych. Wprowadzenie postępowania technicznego osiąganego w metodach poszukiwań geofizycznych rozszerza zakres surowców mineralnych, które mogą być objęte poszukiwaniami tego typu, jednak wiele złóż surowców mineralnych nie może być przy obecnym stanie techniki poszukiwawczej badane metodami geofizycznymi.

Ponadto zastosowanie poszukiwań geofizycznych lub opartych na znajomości hipotez geologicznych do złóż o wysoce zmiennej jakości surowca stwarza dodatkowe trudności w interpretowaniu wyników poszukiwań. Wszędzie tam, gdzie zagadnienie jakości złóż surowców mineralnych występuje ze szczególną ostrością (np. dla projektowania eksploatacji górniczej w sposób selektywny — dla potrzeb przeróbki chemicznej), podstawową metodą poszukiwawczą jest

pierwsza z powyżej wyszczególnionych metod, tj. polegająca na bezpośrednim stwierdzeniu ilości i jakości złóż jedynie robotami wiertniczymi lub górnictwami.

Przypuśćmy, że złoża surowca mineralnego poznano w pierw robotami geofizycznymi lub innymi pracami geologicznymi oraz później sprawdzającymi robotami wiertniczymi, zachodzą pytania:

- 1) jak ocenić, czy wyniki obu sposobów stwierdzenia złoża są ze sobą zgodne?
- 2) jaka jest konieczna minimalna ilość robót poszukiwawczych sprawdzających, by można było z dostateczną dla praktyki dokładnością ustalić ilość zasobów złoża surowca mineralnego dla potrzeb budowy kopalń?

Dokładność tę określa się tolerancją między szacowaną wartością złoża a wartością prawdziwą, obliczoną dla danego stopnia prawdopodobieństwa.

WYODRĘBNIENIE ALTERNATYW ROZWIĄZAŃ

Jako podstawę do naszych rozważań przyjmujemy pary wartości x_i, y_i dotyczące punktu poszukiwawczego $P_i(x_i, y_i)$, gdzie przez x_i oznaczaliśmy miąższość złoża w rozważanym punkcie P_i wydedukowaną w sposób ciągły na obszarze złoża metodami geofizycznymi lub stosując hipotezy geologiczne; przez y_i oznaczaliśmy miąższość stwierdzoną bezpośrednio otworami poszukiwawczymi lub innymi robotami górnictwami, dotyczące punktu poszukiwawczego P_i .

Zakres robót sprawdzających ogranicza się jedynie do punktów poszukiwawczych P_i i poza tymi punktami nie mamy żadnych wiadomości sprawdzających koncepcję złoża.

Na podstawie danych empirycznych obliczamy następujące sumy:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N x_i^2 \\ \sum_{i=1}^N y_i^2 \\ \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i \end{array} \right\} \begin{array}{l} N \\ N \\ N \end{array} \quad (1)$$

oraz sumę sprawdzającą

$$\sum_{i=1}^N (x_i + y_i + 1)^2$$

Kontrolę wykonujemy stosując rozwinięcie trójkątno do kwadratu:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N (x_i + y_i + 1)^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 + \sum_{i=1}^N y_i^2 + N + \\ + 2 \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i + 2 \sum_{i=1}^N x_i + 2 \sum_{i=1}^N y_i \end{array} \right\} (2)$$

Przedmiotem naszego badania będzie określenie, czy istnieje współzależność między oszacowaną miąższością złoża x_i w punkcie poszukiwawczym P_i a błędem tego oszacowania z_i . Błąd oszacowania miąższości złoża w punkcie poszukiwawczym (sprawdzającym)

P_1 określa różnica $z_i = x_i - y_i$. W rezultacie badamy korelację zmiennych x_i, z_i . W tym celu obliczamy wariancję:

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=1}^N x_i}{N-1}; \quad s_z^2 = \frac{\sum_{i=1}^N z_i^2 - \bar{z} \sum_{i=1}^N z_i}{N-1} \quad (3)$$

oraz kowariancję

$$s_{xz} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \cdot z_i - \bar{x} \sum_{i=1}^N z_i}{N-1} \quad (4)$$

gdzie:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}; \quad \bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^N z_i}{N} \quad (5)$$

Współczynnik korelacji ma postać:

$$\rho^2 = \frac{s_{xz}^2}{s_x^2 \cdot s_z^2} \quad (6)$$

Dla dostosowania powyższych wzorów do utworzonych sum empirycznych (1), (2) wykażemy następujące zależności: wyrażmy wariancję $s_{(x-y)}^2 = s_{(x-y)}^2$ wariancjami s_x^2, s_y^2 i kowariancją s_{xy} . Zgodnie z wzorami (53) i (54) pracy 1 możemy napisać

$$(N-1) \cdot s_{(x-y)}^2 = \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2 + - (\bar{x} - \bar{y}) \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - y_i) \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} (N-1) \cdot s_{(x-y)}^2 &= \sum_{i=1}^N x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=1}^N x_i + \\ &+ \sum_{i=1}^N y_i^2 - \bar{y} \sum_{i=1}^N y_i + \\ &- \left[2 \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i - \bar{x} \sum_{i=1}^N y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^N x_i \right] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Zatem ostatecznie możemy napisać:

$$s_{(x-y)}^2 = s_{(x+y)}^2 = s_x^2 + s_y^2 - 2s_{xy} \quad (9)$$

Wyznamy kowariancję $s_{xz} = s_{x(x-y)}$ wariancjami s_x^2, s_y^2 i kowariancją s_{xy} zgodnie z wzorem (4) możemy napisać

$$\begin{aligned} (N-1) \cdot s_{x(x-y)} &= \sum_{i=1}^N x_i (x_i - y_i) - \bar{x} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i) = \\ &= \sum_{i=1}^N x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=1}^N x_i + \\ &- \left(\sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i - \bar{x} \sum_{i=1}^N y_i \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Zatem ostatecznie możemy napisać:

$$s_{xz} = s_{x(x-y)} = s_x^2 - s_{xy} \quad (11)$$

Współczynnik korelacji ρ^2 (5) przy zastosowaniu wzorów (10) i (11) możemy napisać w postaci:

$$\rho^2 = \frac{s_{x(x-y)}^2}{s_x^2 \cdot s_{(x-y)}^2} = \frac{[s_x^2 - s_{xy}]^2}{s_x^2 \cdot [s_x^2 + s_y^2 - 2s_{xy}]} \quad (12)$$

Znając ρ^2 obliczamy wartość testu:

$$t_1 = \frac{\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \sqrt{N-2} \quad (13)$$

który porównujemy z testem t_2 rozkładu Gosseta (Studenta), odczytanego z tablic statystycznych dla danego

stopnia ufności (np $P = 0,05$) oraz dla stopnia swobody $n = N - 2$. Z porównania testów t_1, t_2 wyodrębniamy następujące alternatywy rozwiązania powyższego zagadnienia:

A) $t_2 > t_1$ korelacja między zmiennymi losowymi nie zachodzi

B) $t_2 < t_1$ korelacja między zmiennymi losowymi zachodzi.

Dalsze rozważania przeprowadzamy oddzielnie dla alternatywy A i dla alternatywy B.

Alternatywa A dla $t_2 > t_1$ charakteryzuje się tym, że błąd w ustalaniu konturu zasobów metodą geofizyczną w stosunku do ustalania konturu zasobów otworami wiertniczymi ma charakter przypadkowy. Z wielkości tego błędu określimy niezbędną ilość robót sprawdzających ustalanie zasobów przy danej tolerancji i stopniu pewności obliczenia zasobów.

Jako podstawę naszych rozważań przyjmujemy wzór 47 z pracy 1. Wzór ten ma postać:

$$\frac{t}{\sqrt{N}} = \frac{T}{s_{(x-y)}} \quad (14)$$

gdzie: $T = (\bar{\lambda} - \mu)$ tolerancja w określeniu średniej miąższości złoża λ w stosunku do miąższości prawdziwej μ

N — liczba wierceń sprawdzających

$s_{(x-y)}^2$ — wariancja zmiennej losowej $z = x - y$

t_2 — wartość rozkładu Gosseta (Studenta) dla pewności $P = 0,05$ i stopnia swobody $n = N - 1$.

Z (14) i (9) wynika

$$\frac{t_2}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{s_x^2 + s_y^2 - 2 \cdot s_{xy}}} \cdot T \quad (15)$$

Empiryczne wartości s_x^2, s_y^2, s_{xy} obliczamy z wzorów (3) i (4). Zgodnie z oznaczeniami przyjętymi w pracy 1 gdzie: $T = (\bar{\lambda} - \mu)$

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}(N) = \bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)}{N}$$

jest średnim błędem w obliczaniu średniej miąższości zaś μ jest wartością prawdziwą tego błędu, którą możemy określić jako

$\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{\lambda}(N) = \mu$

Jeżeli nie zachodzi współzależność między x_i, z_i , to jest przedmiotem pierwszej alternatywy, to błąd ten ma charakter przypadkowy na podstawie prawa dużych liczb $\mu = 0$, zatem $T = (\bar{\lambda})$

Wartość T przyjmujemy w zależności od dopuszczalnej tolerancji. Z tablic wartości $\frac{t}{\sqrt{N}}$ zamieszczonych

na str. 108 pracy 2, wyznaczamy szukaną wartość N . Jest to minimalna liczba otworów sprawdzających dla uzyskania żądanej dokładności ustalania zasobów.

Tam, gdzie nie jest wymagana zbyt duża dokładność obliczeń, możemy dla $n = N - 1$ i $P = 0,05$ przyjmując $t < 3$, zatem otrzymamy przybliżoną nierówność:

$$N \geq \frac{9(s_x^2 + s_y^2 - 2s_{xy})}{T^2} \quad (16)$$

Wzory (10) i (11) pozwalają określić minimalną ilość otworów sprawdzających geofizyczną koncepcję konturu złoża, gdy $t_2 > t_1$.

Alternatywa B dla $t_2 < t_1$ charakteryzuje się tym, że istnieje zależność, co do której dodatkowo założymy, że jest liniowa (między x_i, z_i). W tym przypadku błąd w obliczeniach zasobów składa się z dwóch części: błędu systematycznego, o który korygujemy obliczenie zasobów, oraz błędu przypadkowego, na którego podstawie wyznaczamy niezbędną ilość otworów sprawdzających geofizyczny kontur złoża.

Jeżeli Z_i nie ma charakteru przypadkowego, możemy obliczyć współczynnik korygujący obliczenie zasobów ze wzoru

$$\frac{\sum_{i=1}^N y_i}{\sum_{i=1}^N x_i} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = n \quad (17)$$

$$\bar{y} = \bar{x} \cdot n \quad (18)$$

Przez n należy więc pomnożyć zasoby obliczone na podstawie informacji o złożu uzyskanych z robót geofizycznych czy przy wykorzystaniu innej hipotezy geologicznej.

Gdy zastosujemy wzór (18) do skorygowania miąższości średniej, której używamy do obliczenia zasobów, zmniejszymy błąd obliczenia zasobów eliminując wpływ błędu systematycznego. Tak skorygowane obliczenie zasobów obciążone jest błędem przypadkowym, którego wartość pozwoli nam określić minimalną ilość robót sprawdzających P_1 , by osiągnąć dokładność obliczenia zasobów wyznaczonych w oparciu o hipotezę geologiczną. Dla określenia błędu przypadkowego posłużymy się wzorem:

$$s_r^2 = s_z^2 (1 - \rho^2) \quad (19)$$

gdzie: s_r^2 jest wariancją resztkową określającą rozproszenie wartości z_i wokół prostej regresji.

Podobnie jak w poprzedniej alternatywie, dla obliczenia ilości otworów sprawdzających geofizyczny kontur złoża, posłużymy się wzorem (14), w którym s_{x-y} zastąpimy przez s_r . Otrzymamy zatem:

$$\frac{t_2}{\sqrt{N}} = \frac{T}{s_r} \quad (20)$$

Ze wzorów (9), (12) i (20) po przekształceniach otrzymamy:

$$\frac{1}{s_r} = \frac{1}{\sqrt{s_y^2 - \frac{s_{xy}^2}{s_x^2}}} \quad (21)$$

Wstawiając do (20), (21) otrzymamy:

$$\frac{t}{\sqrt{N}} = \frac{T}{s_r} = \frac{1}{\sqrt{s_y^2 - \frac{s_{xy}^2}{s_x^2}}} \cdot T \quad (22)$$

Wzór (22) określa N podobnie jak wzór (15) przy zastosowaniu tablic ze str. 108 w pracy 2. Tam, gdzie nie jest wymagana zbyt duża dokładność obliczeń, możemy dla $n = N - 1$ i $P = 0,05$ przyjąć $t < 3$, otrzymamy więc przybliżoną nierówność:

$$N > \frac{9}{T^2} \left(s_x^2 - \frac{s_{xy}^2}{s_x^2} \right) \quad (23)$$

Wzory (22) i (23) pozwalają określić minimalną ilość otworów sprawdzających geofizyczną koncepcję złoża, gdy $t_2 < t_1$

WNIOSKI

Najmniejszą ilość otworów N , sprawdzających kontur złoża określony metodami geofizycznymi przy żądanej dokładności obliczenia zasobów, wyznaczamy

z tablic $\frac{t}{\sqrt{N}}$ podanych w pracy 2, str. 108 na podstawie wzoru:

$$\frac{t}{\sqrt{N}} = k \cdot T \quad (24)$$

gdzie: T jest dopuszczalną tolerancją obliczenia średniej miąższości złoża

Współczynnik k wyznaczamy:

gdzie $t_2 > t_1$ ze wzoru

$$k = \frac{1}{\sqrt{s_x^2 + s_y^2 - 2 \cdot s_{xy}}} \quad (25)$$

gdzie $t_2 < t_1$ ze wzoru

$$k = \frac{1}{\sqrt{s_y^2 - \frac{s_{xy}^2}{s_x^2}}} \quad (26)$$

Przez t_1 oznaczono test dla stwierdzenia korelacji między zmiennymi losowymi x_i, z_i , patrz wzór (13). Przez t_2 oznaczono wartości rozkładu Gosseta (Studenta) przy $n = N - 1$ stopniu swobody oraz żądanym prawdopodobieństwie P . Przez s_x^2, s_y^2 oznaczono wariancje, a przez s_{xy} kowariancje w ustalaniu średniej miąższości złoża w punktach $P_1(x_i, y_i)$ poszukiwawczych, a to przy użyciu metod geofizycznych x_i i sprawdzających otworów wiertniczych y_i .

Wyznaczenie niezbędnej liczby wierceń sprawdzających wykonuje się na bieżąco w trakcie wierceń. Po wykonaniu kilku wierceń ze wzoru (24) oblicza się wartość N . Po wykonaniu tak obliczonej liczby wierceń N sprawdza się wartość N również na podstawie wzoru (24).

LITERATURA

(W wykazie literatury niepodano całej literatury, którą czytelnik znajdzie w pracy autora pt. *Metodyka projektowania eksploatacji sefektywnej w świetle analizy klasycznej i statystycznej struktury parametru złożowego* — w druku — lecz podano jedynie te prace autora, których tematyka ściśle się wiąże z omawianym zagadnieniem).

1. Trembecki A. — *Metodyka ustalania zasobów w świetle analizy klasycznej i statystycznej*. „Zeszyty Naukowe AGH”, Górnictwo I, Kraków 1954.
2. Trembecki A. — *Ustalanie gęstości robót poszukiwawczych*. „Zeszyty Naukowe AGH” Górnictwo II, Kraków 1954.
3. Trembecki A. — *Ustalanie kształtu sieci poszukiwawczych*. „Zeszyty Naukowe AGH” Górnictwo 3, Kraków 1956.

4. Trembecki A. — *Analityczne ustalanie konturu złoża dla potrzeb obliczenia zasobów nieograniczonych*. „Zeszyty Naukowe AGH” Górnictwo 4, Kraków 1957.
5. Trembecki A. — *Zasady przyporządkowania obszarów złoża poszczególnym punktom sieci poszukiwawczej*. „Zeszyty Naukowe AGH”, Górnictwo 5, (w druku).
6. Trembecki A. — *Drogi postępu w dziedzinie obliczania zasobów złóż surowców mineralnych*. „Kosmos B” z. I/5, Warszawa 1957.
7. Trembecki A. — *Wstęp do statystycznych metod obliczania zasobów*. „Przegląd Geologiczny” 1958, nr 1.
8. Trembecki A. — *Klasyfikacja zasobów i sposoby ich ustalania*. Poradnik Górnika Tom I, Wyd. Górnicze, Katowice 1958.