

POMIAR POROWATOŚCI EFEKTYWNEJ OŚRODKA METODĄ ELEKTROLITYCZNĄ W WARUNKACH IN SITU

UKID 551.491.55:551.491,7:624.131.61

USTALENIE ZALEŻNOŚCI MIĘDZY POROWATOŚCIĄ EFEKTYWNA A PARAMETRAMI RUCHU WÓD GRUNTOWYCH

Porowatością efektywną ośrodka porowatego jest stosunek objętości porów, przez które odbywa się ruch cieczy lub gazu do objętości próbki (2). Porowatość ta oznaczana będzie przez n w odróżnieniu od porowatości całkowitej oznaczonej przez p . Matematycznym określeniem porowatości efektywnej jest wzór:

$$n = v/u \quad [1]$$

gdzie: v — prędkość filtracji,
 u — prędkość rzeczywista.

Wprawdzie wyrażenie [1] nie jest definicją porowatości efektywnej w ścisłym znaczeniu, ponieważ zależność tę wyprowadza się z definicji prędkości filtracji, to jednak wzór [1] będziemy uważali za taką definicję.

Jeśli gradient hydrauliczny jest stały, to w ośrodku jednorodnym prędkość rzeczywista ma też wartość stałą. Można ją bezpośrednio określić na podstawie pomiaru czasu przepływu elektrolitu (np. NaCl) na znanym odcinku drogi, co wyraża wzór:

$$u = L/t \quad [2]$$

gdzie: L — droga przepływu elektrolitu,
 t — czas przepływu elektrolitu na drodze L .

W tym celu niezbędne są dwa piezometry zlokalizowane dokładnie na kierunku spływu wód gruntowych. W dużym uproszczeniu pomiar odbywa się w sposób następujący (3): do jednego z piezometrów wprowadza się elektrolit, a w drugim obserwuje się czas jego przepływu. Do obserwacji stosowany jest układ pomiarowy składający się ze źródła prądu stałego, miernika natężenia prądu i dwuelektrodowej sondy zapuszczanej do piezometru.

Przy użyciu tego samego układu można w jednym z piezometrów oznaczyć prędkość filtracji metodą elektrolityczną (5, 4), wówczas korzystając ze wzoru [1] można wyznaczyć porowatość efektywną ośrodka.

Jednakże przy małych gradientach hydraulicznych, jakie spotyka się w większości przypadków na obszarach niżu, jest niezwykle trudno zlokalizować piezometry dokładnie na kierunku spływu wód w odległości kilku do kilkunastu metrów. Przy nie spełnieniu tego warunku można w ogóle nie zaobserwować przepływu elektrolitu w piezometrze obserwacyjnym. Trudności te nie istnieją, jeśli ma się do czynienia ze sztucznie wywołanym przepływem, co ma miejsce w czasie próbnych pompowań, odwodnień itp. Wtedy w zasięgu leżącego depresyjnego kierunku spływu jest jednoznacznie określony. Zmienny jest jednak gradient hydrauliczny, a w związku z tym i prędkość rzeczywista.

Można wtedy przyjąć, że woda przepływa nieukończony mały odcinek drogi dx w czasie dt z prędkością rzeczywistą u , czyli:

$$dt = \frac{dx}{u}$$

Korzystając ze wzoru Darcy:

$$v = J \cdot k \quad [3]$$

gdzie: J — gradient hydrauliczny,
 k — współczynnik filtracji,
oraz z wyrażenia [1] otrzymuje się:

$$dt = \frac{n}{kJ} dx$$

Wtedy czas przepływu na odcinku drogi od x_1 do x_2 wyniesie:

$$t = \frac{n}{k} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{J} \quad [4]$$

Znając J jako funkcję odległości x można wyznaczyć porowatość n , ponieważ czas t pomierzony może być w sposób wskazany wyżej, a współczynnik filtracji k wyznacza się na podstawie pomiaru prędkości filtracji w jednym z piezometrów lub na podstawie próbnego pompowania. Czyli:

$$n = \frac{t \cdot k}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{J}} \quad [5]$$

ROZWIĄZANIE ZAGADNIENIA DLA WÓD O ZWIERCIADLE SWOBODNYM

Poniżej rozważane będą warstwy wodonośne, których podstawa (strop warstwy nieprzepuszczalnej) zalega poziomo.

a) Dopływ do rzeki, rowu odwadniającego itp. Krzywa depresji w takim przypadku ma postać (6):

$$y = \sqrt{ax+b} \quad [6]$$

gdzie:

$$a = \frac{h_2^2 - h_1^2}{x_2 - x_1} \quad b = -ax_1 + h_1^2$$

h_1, h_2 — rzędne zwierciadła wody w piezometrach.
Oznaczenia te graficznie przedstawia ryc. 1.
Gradient hydrauliczny wyrazi się:

$$J = \frac{dy}{dx} = \frac{a}{2\sqrt{ax+b}} \quad [7]$$

Wstawiając wyrażenie [7] do [5] i całkując otrzymuje się:

$$n = \frac{3tk a^2}{4[(ax_2 + b)^{3/2} - (ax_1 + b)^{3/2}]} \quad [8]$$

b) Dopytyw do studni.

Krzywa depresji w tym przypadku ma postać:

$$y = \sqrt{c \ln x + d} \quad [9]$$

gdzie:
$$c = \frac{h_2^2 - h_1^2}{\ln \frac{x_2}{x_1}}; \quad d = h_1^2 - \frac{h_2^2 - h_1^2}{\ln \frac{x_2}{x_1}} \ln x_1$$

Znaczenie h_1, h_2, x_1, x_2 jak w punkcie a.

$$J = \frac{dy}{dx} = \frac{c}{2x\sqrt{c \ln x + d}} \quad [10]$$

Podstawiając wyrażenie [10] do [4] dostaje się:

$$t = \frac{2n}{ck} \int_{x_1}^{x_2} x \sqrt{c \ln x + d} dx \quad [11]$$

Funkcja $f(x) = x \sqrt{c \cdot \ln x + d}$ jest niecałkowalna.

Dla rozwiązania zagadnienia zastosujemy całkowanie przybliżone, używając wzoru dla metody prostokątów (1):

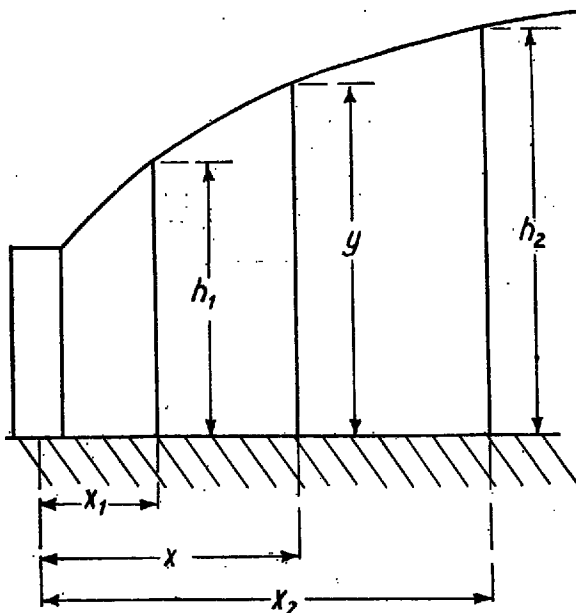
$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{n} [f(\xi_0) + f(\xi_1) + \dots + f(\xi_{n-1})] + R_n \dots \quad [12]$$

gdzie:

a, b — przedział zmienności x ,

n — ilość równych odcinków, na jakie podzielono przedział (a, b).

$$\xi_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2} \text{ dla } i = 0, 1, \dots, n-1$$



Ryc. 1. Oznaczenia pomocnicze przy spływie wód podziemnych. Przekrój pionowy.

Fig. 1. Auxiliary determinations during ground-water flow. Vertical cross section.

$$R_n = \frac{(b-a)^2}{24n^2} f''(\xi) \text{ dla } a \leq \xi \leq b \quad [13]$$

R_n — jest członem dopełniającym i pozwala ocenić błąd przybliżonego całkowania.

Oszacujemy obecnie błąd całkowania przy zastosowaniu wzoru [12] przy $n=10$ dla konkretnego przykładu próbnego pompowania, a mianowicie:

$$\begin{aligned} x_1 &= 4,80 \text{ m} \\ x_2 &= 12,14 \text{ m} \\ h_1 &= 16,59 \text{ m} \\ h_2 &= 16,86 \text{ m} \end{aligned}$$

Krzywa depresji ma postać:

$$y = \sqrt{9,74 \cdot \ln x + 260,35}$$

Natomiast funkcja podcałkowa $f(x)$ wyraża się:

$$f(x) = x \sqrt{9,74 \ln x + 260,35}$$

Po przeprowadzeniu obliczeń dostaje się:

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = 1037$$

Szacując drugą pochodną funkcji $f(x)$ można wyliczyć wartość członu dopełniającego zgodnie ze wzorem [13], a mianowicie:

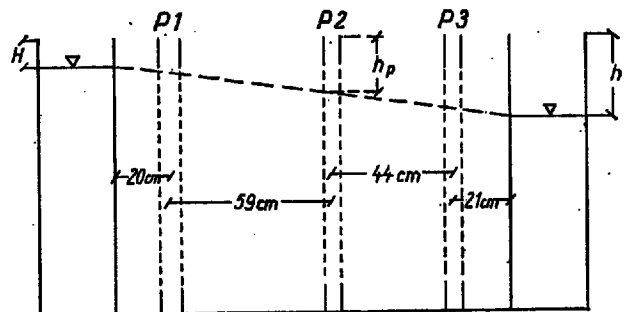
$$R_n \leq 0,01$$

Stąd widać, że wartość wyliczonej całki przy $n=10$ jest obciążona tak znikomym błędem, iż można przyjąć ją za prawdziwą. Jeśli natomiast $n=1$, to $R_1 \leq 1$.

Wynika stąd, że z wystarczającą dla celów praktycznych dokładnością (ok. 0,1%) można przyjąć:

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} x \sqrt{c \cdot \ln x + d} dx &= \\ &= \frac{1}{2} (x_2^2 - x_1^2) \sqrt{c \cdot \ln \frac{x_1 + x_2}{2} + d} \end{aligned}$$

Wstawiając powyższe wyrażenie do wzoru [11] otrzymamy ostatecznie:



Ryc. 2. Pionowy przekrój podłużny modelu. P 1, P 2, P 3 — piezometry.

Fig. 2. Vertical cross section of a model. P 1, P 2, P 3 — piezometres.

$$n = \frac{t \cdot k \cdot c}{(x_2^2 - x_1^2) \sqrt{c \cdot \ln \frac{x_2 + x_1}{2} + d}} \quad [14]$$

Jest to wyrażenie na porowatość efektywną w przypadku dopływu do studni wód o zwierciadle swobodnym.

ROZWIĄZANIE ZAGADNIENIA DLA WÓD
O ZWIERCIADLE NAPIĘTYM

a) Dopływ do rzeki, rowu itd.

Tu również zakładamy poziomy układ warstw oraz stałą miąższość warstwy wodonośnej. Wtedy krzywa depresji ma postać prostej:

$$y = ax + b \quad [15]$$

gdzie:

$$a = \frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} \quad b = h_1 - ax_1$$

zatem

$$J = \frac{dy}{dx} = a = \text{const.} \quad [16]$$

Po podstawieniu [16] do wzoru [5] i scałkowaniu otrzymamy:

$$n = \frac{akt}{x_2 - x_1} \quad [17]$$

b) Dopływ do studni:

Krzywa depresji ma wtedy postać:

$$y = c \cdot \ln x + d \quad [18]$$

gdzie

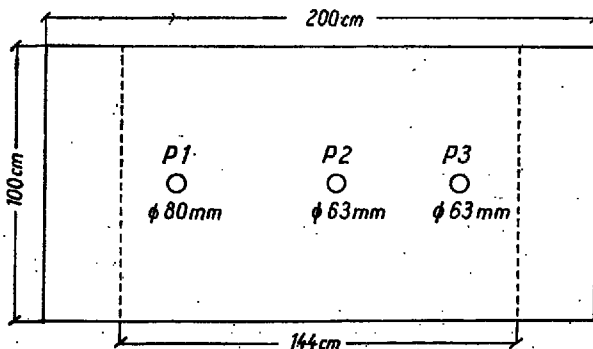
$$c = \frac{h_2 - h_1}{\ln \frac{x_2}{x_1}}; \quad d = h_1 - c \cdot \ln x_1$$

Gradient hydrauliczny jest zatem równy

$$J = \frac{dy}{dx} = \frac{c}{x} \quad [19]$$

Wstawiając [19] do wzoru [5] i całkując dostaniemy

$$n = \frac{2ckt}{x_2^2 - x_1^2} \quad [20]$$



Ryc. 3. Poziomy przekrój podłużny modelu.

Fig. 3. Horizontal cross section of a model.

Dla przypadku dopływu do studni podobne wzory podał N. A. Płotnikow (7). Zaleca on jednak pomiar czasu przepływu wskaźnika między piezometrem obserwacyjnym a studnią. Wyniki pomiarów przy zastosowaniu takiej metodyki, jak się przekonamy poniżej, mogą być obciążone znacznym błędem. Wynika to stąd, że zbyt duże gradienty hydrauliczne w bezpośrednim otoczeniu studni nie pozwalają na stosowanie liniowego prawa Darcy (wzór 3).

POMIARY POROWATOŚCI EFEKTYWNEJ NA MODELU
I W TERENIE

Badania modelowe wykonano na modelu, którego przekroje (poziomy i pionowy) podane są na ryc. 2 i 3. Model wypełniany był żwirami, a następnie piaskiem średnim. Pomiar przeprowadzono w następujący sposób: w piezometr P₁ (ryc. 3) wlewano roztwór o stężeniu kilku gramów na liter, a w piezometrach P₂ i P₃ mierzono zmiany natężenia prądu elektrycznego przy użyciu sondy dwuelektrodowej. Czas pomiaru maksymalnej wartości natężenia prądu, czyli maksymalnego stężenia roztworu przyjmowano za czas przepływu roztworu solnego.

W modelu wypełnionym żwirami wykonano osiem pomiarów w tych samych warunkach, tzn. dla prędkości filtracji $v = Q/S = 1,25 \cdot 10^{-2}$ cm/sek. Ponieważ pomierzona różnica spadku hydraulicznego była mała (wartości H i h na ryc. 3) przyjęto, że przekrój poprzeczny dla całej długości modelu był stały, a więc również istniała stała wartość prędkości rzeczywistej i prędkości filtracji. Zatem do obliczeń porowatości efektywnej zastosowano wzór [1] z uwzględnieniem wzoru [2]. Średnia porowatość efektywna z ośmiu pomiarów wyniosła 33,5%. Porowatość całkowita zmierzona laboratoryjnie dla tego gruntu wynosiła 36%.

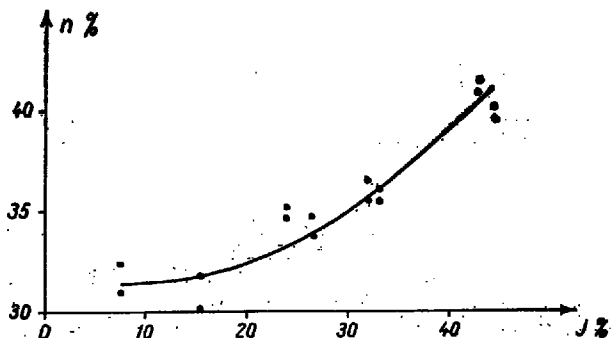
W analogiczny sposób przeprowadzono pomiary w modelu wypełnionym piaskiem średnim. W trakcie pomiarów okazało się, iż porowatość efektywna zależy od wielkości gradientu hydraulicznego. Zjawiska tego nie zaobserwowano dla żwiru, ponieważ istniały tam małe zmiany gradientu w zależności od wydatku wodnego, a wartość gradientu nie przekraczała kilku procent. Dlatego w przypadku piasku przeprowadzono badania dla różnych gradientów. Do obliczeń porowatości zastosowano przekształcony wzór [5], a mianowicie:

$$n = \frac{Q \cdot t}{\int_{x_1}^{x_2} S dx} \quad [21]$$

gdzie:

Q — wydatek wodny,

S — powierzchnia przekroju w odległości x od miejsca wypływu.



Ryc. 4. Zależność pomierzonej porowatości metodą dynamiczną (in situ) od gradienta hydraulicznego.

Fig. 4. Dependence of the porosity measured by means of dynamic method (in situ) upon hydraulic gradient.

Funkcję S wyznaczono przyjmując, iż gradient hydrauliczny był stały w każdym punkcie modelu. Wykonane bowiem pomiary zwierciadła wody w piezometrach wykazały, że różnice między rzeczywistym zwierciadłem wody a jego liniową aproksymacją są do pominięcia. Wyznaczając wartości S dla P_2 i P_3 oraz przeprowadzając całkowanie w ustalonych granicach otrzymano wzory na porowatość efektywną dla pomiarów w piezometrach P_2 i P_3 :

$$n = \frac{Q \cdot t}{5218,33 - 19,06h}$$

$$n = \frac{Q \cdot t}{9243,16 - 48,06h}$$

Q — wyrażone jest tu w cm^3/sek , t w sek. i h w cm.

Zależność porowatości efektywnej od gradientu hydraulicznego przedstawia ryc. 4. Wynika z niej, że wzrost porowatości efektywnej zaczyna się przy gradientie hydraulicznym około 20% dla tego rodzaju piasku średniego. Z równania [1] wynika, iż gdyby było spełnione prawo Darcy (czyli $k = \text{const}$), to zmienność n pociągałaby za sobą nieliniowość zmian prędkości rzeczywistej n od gradientu hydraulicznego J , a to jest niemożliwe. Zatem zmiana n świadczy o tym, że k nie jest stałe, czyli prawo Darcy przestaje być ważne. Również fizycznie jest to zrozumiałe; zwiększenie bowiem różnicy ciśnień powoduje zwiększenie objętości przestrzeni pustych, przez które przepływa woda. Zjawisko zachodzi tak, jak gdyby zwiększyła się prędkość filtracji (czyli wydatek jednostkowy) przy niezmięnionej prędkości rzeczywistej.

Zatem metoda oznaczania porowatości efektywnej może być wykorzystana dla badania granic stosowalności prawa Darcy. Zakładając dalej, że granica liniowej zależności prędkości filtracji od gradientu hydraulicznego (dla dużych gradientów) jest granicą ruchu laminarnego, można metodę tę wykorzystać dla oznaczania prędkości krytycznej filtracji wód w ośrodku porowatym.

Wykonano również pomiary w terenie w czasie próbnego pompowania. Zwierciadło wody było pod

SUMMARY

The present paper deals with the determination of effective porosity of soils under natural conditions using electrolytic method of measurement of flow time of an indicator along a known interval. The author discusses the relation between the effective porosity and parameters of ground waters moving. Detailed formulae are derived as to a parallel flow (e.g. inflow into a channel) and to a radial flow (e.g. inflow into a well) for water-bearing beds characterized by free and perched water tables. Moreover, the author gives the results of porosity measurements on a model and in the field. It has been ascertained that a dependence exists between effective porosity and magnitude of hydraulic gradient at the time of flow.

napięciem. Tu jednak (ze względu na brak dwóch piezometrów na kierunku spływu wody) pomiary przeprowadzono w ten sposób, że roztwór solny wprowadzano do piezometru, natomiast obserwacje wykonano w studni pompowanej. Zatem nie na całym odcinku przepływu roztworu był spełniony warunek ograniczonej gradientu hydraulicznego. Stąd otrzymane wartości dla trzech przeprowadzonych pomiarów: 38,0%, 42,5% i 38,5% są zawyżone. Do obliczeń zastosowano wzór [20]. Krzywa depresji dla pierwszego pomiaru miała postać $y = 0,19 \ln x - 0,55$, dla pozostałych $y = 0,16 \ln x - 0,72$. Odległość piezometru od studni wyniosła 1 m.

Praktyczny aspekt oznaczania porowatości efektywnej polega przede wszystkim na tym, iż wielkość ta charakteryzuje nam ilość wody będącej w ruchu. Można przyjąć chyba z dużą dokładnością, że porowatość efektywna pokrywa się z odsączalnością. Ten ostatni parametr pełni bardzo ważną rolę w szacowaniu zasobów wód podziemnych. Występuje on we wzorach na obliczanie zarówno zasobów statycznych, jak i dynamicznych.

LITERATURA

1. Fichtengolc G. M. — Diferencjalnoje i intiegralnoje isczislenije. Moskwa 1948.
2. Kobranowa W. N. — Fiziczeskije swojstwa gornych porod. Gostoptiechizdat, Moskwa 1962.
3. Królikowski C. — Metody elektryczne w badaniu przepuszczalności gruntów. Biul. IG 182, 1963.
4. Królikowski C. — The influence of measuring probes on the examination of the filtration rate of underground waters in bore-holes and piezometers. Atomkernenergie H. 1/2 pp. 57 — 62. München 1965.
5. Matwiejew B. K. — Gleofiziczeskije metody izuczenija dwizenija podziemnych wod. Gosgeol'tiechizdat. Moskwa 1963.
6. Pazdro Z. — Hydrogeologia ogólna. Warszawa 1964.
7. Płotnikow N. A. — Nowyj metod opriedielenija koeficjenta wodoaddaczi wodonosnych porod sposobom otkaczki. Hidrotechnika i melioracja, 1955, nr. 2.

РЕЗЮМЕ

В работе описывается метод определения эффективной пористости грунтов в естественных условиях при помощи электролитического измерения времени движения показателя на известном расстоянии. Рассматриваются зависимости между эффективной пористостью и параметрами движения грунтовых вод. Даются детальные формулы для параллельного стока (напр. сток в канаву) и радиального стока (напр. сток в колодезь) грунтовых вод с зеркалом свободным и под напором. Далее приводятся результаты определений пористости на модели и в естественных условиях. Наблюдалась зависимость эффективной пористости от величины гидравлического градиента.