

## METODY OBLICZANIA WIELOWARSTWOWYCH KRZYWYCH TEORETYCZNYCH PIONOWYCH SONDOWAŃ ELEKTRYCZNYCH ZA POMOCĄ MASZYNY CYFROWEJ GIER

UKD 550.837:551.491:624.131

Obserwowana w Polsce tendencja do szerszego niż dotychczas wykorzystania metod geofizycznych w badaniach geologicznych nakłada konieczność stałego doskonalenia tych metod. W przypadku metody pionowych sondowań elektrycznych PSE, znajdującej zastosowanie przy rozpoznaniu geologicznym o niewielkim zasięgu głębokościowym, rozwój prospekcji geofizycznej uwarunkowany jest zwiększeniem jednoznaczności otrzymywanych wyników interpretacji ilościowej oraz wprowadzeniem nowych układów pomiarowych o zwiększonych możliwościach rozdzielczych.

Przy obecnym stanie wiedzy dotyczącej sposobów interpretacji ilościowej PSE warunkiem zwiększenia jednoznaczności otrzymywanych wyników jest stosowanie możliwie pełnych zbiorów krzywych teoretycznych oraz opracowanie metod szybkiego sprawdzania wyników wykonanej interpretacji. Ze względu na to, że aktualnie używane są niekompletne zbiory krzywych teoretycznych PSE, opracowanie metody szybkiego i ekonomicznego ich obliczania stanowi pilną potrzebę praktyczną i warunkuje dalszy rozwój metody przede wszystkim w zastosowaniu do badań hydrogeologicznych i geologiczno-inżynierskich, gdzie podstawowym zagadnieniem prospekcyjnym jest dokładne, ilościowe rozpoznanie profilu geologicznego.

Prezentowany poniżej artykuł jest sprawozdaniem z prac badawczych, których zadaniem było opraco-

wanie metody obliczania teoretycznych krzywych PSE za pomocą maszyny cyfrowej. Prace te zostały przeprowadzone w Katedrze Hydrogeologii UW, przy współpracy z Zakładem Obliczeń Numerycznych UW, oraz w Zakładzie Geofizyki Powierzchniowej Przedsiębiorstwa Poszukiwań Geofizycznych w Warszawie, a ich wynikiem jest opracowanie dwu programów na maszynę cyfrową GIER, służących do obliczania teoretycznych krzywych PSE.

### PROGRAM I

Program został opracowany w Katedrze Hydrogeologii UW przy współpracy z Zakładem Obliczeń Numerycznych UW. Punktem wyjścia do opracowania programu była całka Stefanescu (1930), stanowiąca ogólne rozwiązanie równania Laplace'a, opisującego rozkład pola elektrycznego w ośrodku geoelektrycznym warstwowanym, pseudoanizotropowym.

$$e_k(r) = -\frac{2\pi r^2}{I} \frac{dV}{dr} = e_1 \left[ 1 + 2r^2 \int_0^\infty Q(\lambda, h_1, k_1) J_1(\lambda r) \lambda dr \right] \quad [1]$$

gdzie:

$q_k$  — oporność właściwa, pozorna, mierzona w układzie AMN ( $B \rightarrow \infty$ ) Schlumbergera w omm,  
 $r$  — odległość AO w układzie AMN ( $B \rightarrow \infty$ ) Schlumbergera w m,  
 $q_1$  — oporność właściwa pierwszej warstwy w omm,  
 $h_1$  — głębokość do stropu i-tej warstwy profilu w m,  
 $k_i$  — współczynnik odbicia, określony zależnością

$$\frac{q_{i+1} - q_i}{q_{i+1} + q_i}$$

$J_1$  — gdzie  $q_i$  jest opornością i-tej warstwy w omm, funkcja Bessela I rodzaju,  
 $Q(\lambda, h_i, k_i)$  — funkcja wymierna podana w postaci

$$\frac{N(\lambda)}{D(\lambda) - N(\lambda)} \quad [2]$$

gdzie  $N(\lambda)$  i  $D(\lambda)$  są wielomianami zmiennej  $u = e^{-2\lambda}$ .

Wzór (1) można przekształcić, wprowadzając wyrażenie  $\sum_{i=1}^m f(i_1, i_2, \dots, i_m)$ , oznaczające sumę po wszystkich  $\binom{m}{K}$

kich  $K$  elementowych kombinacjach z  $m$  elementów, a wówczas wielomiany  $N(\lambda)$  i  $D(\lambda)$  przybierają postać:

$$N(\lambda) = \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1} \sum_{\binom{m}{2i+1}} k_{i_1} \dots k_{i_{2i+1}} u^{h_{i_{2i+1}} - h_{i_{2i}} + h_{i_{2i-1}} - \dots + h_{i_1}}$$

$$D(\lambda) = \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1} \sum_{\binom{m}{2i+1}} k_{i_1} \dots k_{i_{2i+1}} u^{h_{i_{2i}} - h_{i_{2i-1}} + \dots - h_{i_1}}$$

gdzie  $m$  — ilość warstw w przekroju.  
 Po obliczeniu współczynników wielomianów

$$N(\lambda) = \sum_{p=0}^{hm-1} a_p u^p, \quad D(\lambda) - N(\lambda) = \sum_{p=0}^{hm-1} b_p u^p,$$

po przekształceniu [2] w szereg potęgowy wokół punktu 0 otrzymuje się:

$$\sum_{p=0}^{hm-1} a_p u^p = \sum_{p=0}^{hm-1} b_p u^p \sum_{n=0}^{\infty} q_n u^n \quad [3]$$

i w oparciu o wzór Cauchyego

dla  $n \leq hm-1$  otrzymuje się  $q_n =$

$$= \left( - \sum_{j=0}^{n-1} (b_{n-j} a_j) + q_n \right) : b_n \quad [4]$$

dla  $n > hm-1$  otrzymuje się  $q_n =$

$$= \left( - \sum_{i=0}^{hm-1} (b_i q_{hm-1-i}) - n \right) : b_n \quad [5]$$

Po wstawieniu powyższego rozwinięcia do [1] i po wykonaniu przekształceń otrzymuje się wzór na  $q_k = F(r)$ :

$$q_k = q_1 \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_n r^n}{(r^2 + 4n^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad [6]$$

Za pomocą wzoru [6] dokonuje się obliczenia krzywej teoretycznej PSE. Ażeby obliczyć taką krzywą konieczne jest w pierwszej kolejności obliczenie współczynników  $q_n$ , które zależą od wielkości  $q$  i  $h$  kolejnych warstw profilu, a następnie wykonanie operacji sumowania szeregu w granicach od 1 do  $\infty$ . Przy wykonywaniu obliczeń konieczne jest ograniczenie liczby wyrazów szeregu i zastąpienie szeregu nieskończonego szeregiem skończonym. Błąd obliczenia popełniony w wyniku takiego założenia jest oszacowany w następujący sposób:

$$\sigma_{N+1} = \left| \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{q_n r^n}{(r^2 + 4n^2)^{\frac{3}{2}}} \right| < \frac{\max_N \left| \sum_{n=1}^N q_n \right|}{[r^2 + 4(N+1)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{ponieważ } \sum_{n=1}^N q_n \rightarrow \frac{q_n}{q_1} - 1,$$

to jako  $\max_N \left| \sum_{n=1}^N q_n \right|$  można przyjąć wyrażenie  $\frac{q_n}{q_1} - 1 + s$ , wobec czego

$$\sigma_{N+1} < \frac{\frac{q_n}{q_1} - 1 + s}{[r^2 + 4(N+1)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

co pozwala na łatwe oszacowanie błędu w trakcie obliczeń.

Otrzymany we wzorze [6] szereg jest w większości przypadków wolnozbieżny, przy czym zbieżność jego pogarsza się ze wzrostem  $r$ . Powoduje to konieczność obliczania dużej ilości współczynników  $q_n$  i sumowania dużej ilości wyrazów w szeregu. W omawianej metodzie, dla skrócenia czasu operacji obliczeniowych, w przypadkach gdy zwykłe sumowanie przy określonej liczbie obliczonych współczynników  $q_n$  nie pozwalało uzyskać zadanej dokładności, zastosowano metodę Eulera przyspieszania zbieżności szeregu, zastępując poprzednio sumowany szereg szeregiem na przemiannym. Opisana powyżej metoda była podstawą do opracowania programu obliczeniowego teoretycznych krzywych PSE. Program napisany został w języku GIER-ALGOL III.

Przy opracowaniu programu wprowadzono ze względów praktycznych następujące ograniczenia:

1. Ilość wyrazów w sumowanym szeregu nie przekracza 4096.
2. Ilość warstw w profilu geoelektrycznym nie przekracza 7.
3. Wartości liczbowe głębokości stropu danej warstwy są liczbami całkowitymi.
4. Stosunek głębokości załęgania ostatniej warstwy do miąższości warstwy pierwszej nie przekracza 150.

Program nie nakłada żadnych ograniczeń na wartości oporności właściwej i pozwala obliczać krzywe teoretyczne w przedziale  $r$  od 1 do 4000 m. W przypadku, gdy po wyczerpaniu maksymalnej ilości wyrazów sumowanego szeregu nie została uzyskana zadana dokładność, maszyna sygnalizuje ten fakt, umożliwiając przerwanie obliczeń i ewentualne zmniejszenie dokładności.

Jak wykazały obliczenia testowe, czas obliczenia krzywej PSE jest zależny od: zadanej dokładności, determinującej ilość koniecznych do obliczenia współczynników  $q_n$ , od wielkości  $r$ , do którego oblicza się daną krzywą oraz od głębokości zalegania ostatniej warstwy. Stwierdzono, że przeciętny czas obliczenia pięciowarstwowej krzywej PSE dla  $H \sigma_5 \rightarrow 0$ ,  $H = 25 h_1$ , przy zadanej dokładności obliczeń 0,001, w przedziale  $r$  od 1 do 150 m, wynosi ok. 5 minut i niewspółmiernie wzrasta dla  $r$  większych od 80 m. Za pomocą opracowanego programu obliczono szereg teoretycznych krzywych dwu, trój, cztero i pięciowarstwowych PSE, znajdujących się w dostępnych zbiorach krzywych teoretycznych i przez porównanie stwierdzono wiarygodność obliczeń.

Aktualnie są prowadzone próby modyfikacji programu, zmierzające do skrócenia czasu obliczeń\*.

#### PROGRAM II

Program został opracowany w Zakładzie Geofizyki Powierzchniowej Przedsiębiorstwa Poszukiwań Geofizycznych. Przy opracowaniu programu wykorzystano wyrażenie przez funkcje hiperboliczne funkcji podcałkowej we wzorze określającym potencjał pola elektrycznego w ośrodku warstwowym poziomo, izotropowym. Wyrażenie to podaje L. L. Wanjan (4).

Poniżej podaje się skrócone wyprowadzenie wzoru na oporność  $\sigma_k$ , na podstawie którego można obliczyć teoretyczne krzywe PSE.

Na powierzchni poziomo warstwowanego ośrodka jest umieszczone źródło prądu stałego o natężeniu  $I$ . Potencjał pola elektrycznego wytworzonego przez to źródło w  $p$ -tej warstwie wynosi wg [4]:

$$U_p = \frac{I \varrho_1}{2\pi} \int_0^\infty (A_p e^{mz} + B_p e^{-mz}) J_0(mr) dm \quad [1]$$

natomiast potencjał pola na powierzchni ośrodka jest opisany wzorem:

$$U_{z=0} = \frac{I \varrho_1}{2\pi} \int_0^\infty (A_1 + B_1) J_0(mr) dm \quad [2]$$

gdzie:

- $\varrho_1$  — oporność elektryczna warstwy pierwszej w omm,
- $A_1, A_p, B_1, B_p$  — funkcje zależne od parametrów przekroju ( $h_p, \sigma_p$ ) oraz zmiennej całkowania  $m$ ,
- $r$  — odległość od punktu pomiarowego do źródła prądu w m,
- $J_0$  — funkcja Bessela pierwszego rodzaju rzędu zerowego.

Warunki graniczne na powierzchni ośrodka są:  $z = 0$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = 0, \text{ skąd wynika } B_1 - A_1 = 1 \quad [3]$$

Przy przejściu przez granice oddzielające poszczególne warstwy ( $h_p, \varrho_p$ ) musi być zachowana ciągłość

$U_p$  i  $\frac{\partial U_p}{\varrho_p \partial z}$  czyli

$$U_p = U_{p+1} \text{ i } \frac{\partial U_p}{\varrho_p \partial z} = \frac{\partial U_{p+1}}{\varrho_{p+1} \partial z} \text{ przy } z = z_p \quad [4]$$

Wstawiając powyższe warunki do równania [1] otrzymamy dwa równania, które po podzieleniu stronami dadzą wyrażenie:

Wprowadza się oznaczenia

$$\frac{B_p e^{-mz_p} + A_p e^{mz_p}}{B_p e^{-mz_p} - A_p e^{mz_p}} = \frac{\varrho_{p+1} (B_{p+1} e^{-mz_p} + A_{p+1} e^{mz_p})}{\varrho_p (B_{p+1} e^{-mz_p} - A_{p+1} e^{mz_p})} \quad [5]$$

\* Po złożeniu artykułu do druku program I napisany został w języku Gier Algol IV. Pozwoliło to skrócić czas obliczeń krzywej 7-warstwowej dla  $H < 50 h_1$ ,  $r < 200$  m do czasu krótszego od 2,5 min.

$$R_1 = \frac{B_1 + A_1}{B_1 - A_1}, \quad R_2 = \frac{B_2 e^{-mh_1} + A_2 e^{mh_1}}{B_2 e^{-mh_1} - A_2 e^{mh_1}}$$

$$R_p = \frac{B_p e^{-m(z_p - h_p)} + A_p e^{m(z_p - h_p)}}{B_p e^{-m(z_p - h_p)} - A_p e^{m(z_p - h_p)}} = \operatorname{ctg} h \left( mh_p + \operatorname{arc} \operatorname{tg} h \frac{B_p e^{-mz_p} + A_p e^{mz_p}}{B_p e^{-mz_p} - A_p e^{mz_p}} \right)$$

Uwzględniając [5] otrzyma się:

$$R_p = \operatorname{ctg} h (mh_p + \operatorname{arc} \operatorname{tg} h) \frac{\varrho_{p+1}}{\varrho_p} R_{p+1} \quad [6]$$

Wyrażając (2) przez (6) otrzyma się:

$$U_{z=0} = \frac{I \varrho_1}{2\pi} \int_0^\infty R_p J_0(mr) dm \quad [7]$$

skąd

$$\frac{\varrho_k}{\varrho_1} = -r^2 \frac{\partial}{\partial r} \int_0^\infty R_p J_0(mr) dm \quad [8]$$

Obliczenie powyższego wyrażenia jest utrudnione ze względu na oscylujący charakter funkcji  $R J_0$ . L. L. Wanjan (4) podaje sposób przybliżonego wyliczenia tego wyrażenia przez aproksymację funkcji  $R$  wzorem trapezowym. Na podstawie obliczeń wykonanych w Syberyjskim Oddziale AN ZSRR ustalono, że optymalny odczyt funkcji  $R$  uzyskuje się przy „ $m$ ” tworzących postęp geometryczny o kroku  $\sqrt{2}$ . Wg L. L. Wanjana wyrażenie [8] jest wtedy porównywalne z wyrażeniem:

$$\frac{\varrho_k}{\varrho_1} \approx 1 + \sum_{k=1}^\infty \Delta R_i(m_k r) \quad [9]$$

na podstawie którego dokonuje się obliczenia krzywej  $\varrho_k$ ;

gdzie:

- $\Delta R$  — przyrosty funkcji  $R$  na odcinkach  $m_k$  do  $m_{k+1}$ ,
- $i(m_k r)$  — funkcja zawierająca funkcje Bessela i jej całki.

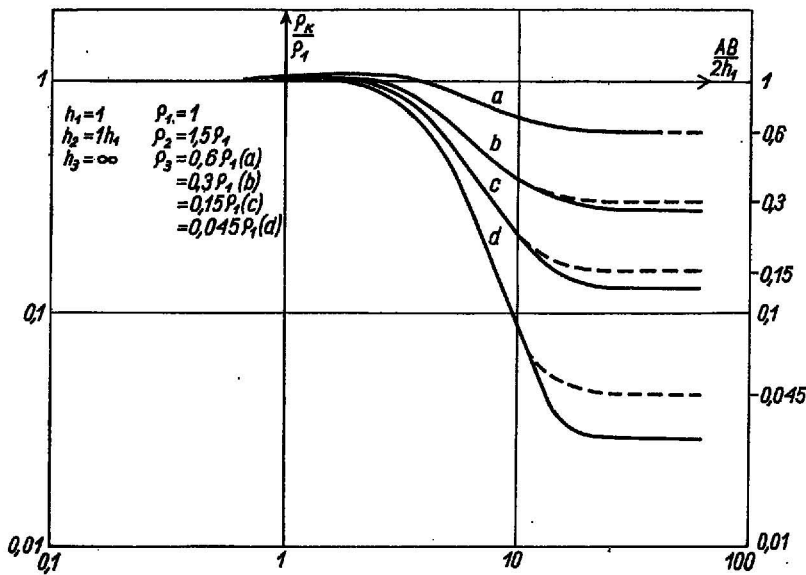
Funkcja  $i(m_k r)$  jest obliczona w punktach o odciętych tworzących postęp geometryczny o kroku  $\sqrt{2}$ . Obliczenie prowadzi się przy założeniu, że  $r m_k = 1$ , wtedy skala  $r$  odpowiada skali  $m_k$ . Wartości funkcji  $i(m_k r)$  są wprowadzone tylko jeden raz do pamięci maszyny.

Proces obliczania krzywej  $\varrho_k$  dzieli się na dwa etapy. W trakcie obliczeń wykonywanych w I etapie oblicza się funkcję  $R$  wg wzoru [6] i przyrosty  $\Delta R$ , w II etapie dokonuje się obliczeń wg wzoru [9]. Wartości  $m_k$  do obliczeń bierze się w przedziale, w którym funkcja  $R$  dostatecznie zbliża się do swoich wartości asymptotycznych. Są to 1 dla  $m_k$  o dużych wartościach, oraz  $\frac{\varrho_p}{\varrho_1}$  dla  $m_k$  o małych wartościach ( $\varrho_p$  jest opornością podłoża).

Krzywą  $\varrho_k$  można obliczyć dla dowolnej ilości warstw, dowolnych parametrów ( $h_p, \varrho_p$ ), oraz do dowolnej wielkości  $r = AB/2$ . Dane do obliczeń obejmują miąższości poszczególnych warstw  $h_1, h_2, \dots, h_p$

oraz stosunki oporności poszczególnych warstw  $\frac{\varrho_1}{\varrho_2}, \frac{\varrho_2}{\varrho_3}, \dots, \frac{\varrho_{p-1}}{\varrho_p}$

Ze względu na bardzo krótki czas liczenia krzywej ustalono jednakowy dla wszystkich krzywych przedział obliczeń wynoszący dla funkcji  $R$  od  $m = \sqrt{2^{-25}}$  do  $\sqrt{2^5}$  a dla funkcji  $\varrho_k$  od  $r = 0,25$  m do  $r = 512$  m. Obliczenia prowadzi się przy założeniu,

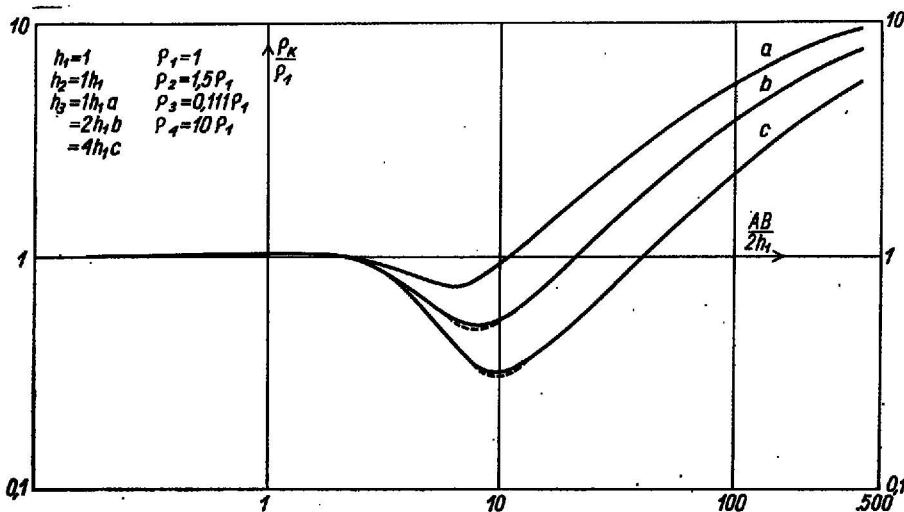


Ryc. 1. Trójwarstwowe teoretyczne krzywe PSE obliczone za pomocą programów I i II.

----- PSE wg programu I, ——— PSE wg programu II.

Fig. 1. Three-layer theoretical curves PSE calculated by means of programmes I and II

----- — PSE according to programme I, ——— PSE according to programme II.



Ryc. 2. Czterowarstwowe teoretyczne krzywe PSE obliczone za pomocą programów I i II. Objasnienia jak na ryc. 1

Fig. 2. Four-layer theoretical curves PSE calculated by means of programmes I and II. Explanations as in Fig. 1

że  $h_1$  i  $\rho_1$  równają się 1. Ustalony przedział obliczeń obejmuje praktycznie wszystkie przypadki rozkładu miąższości spotykane w praktyce. Czas liczenia pięciowarstwowej krzywej teoretycznej PSE dla  $H = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = 10 h_1$  wynosi ok. 15 sekund. Czas liczenia krzywych trój- i czterowarstwowych jest nieznacznie krótszy. Przy obliczaniu większych serii krzywych (warianty) czas obliczeń ulega dalszemu skróceniu. Wydajność programu jest więc bardzo duża. Tak wydatne skrócenie czasu obliczeń było możliwe przez zastosowanie obliczania wartości funkcji  $R$  i  $i(m, r)$  tylko w niektórych punktach (tworzących postęp geometryczny). Jest to więc rozwiązanie przybliżone, a skrócenie czasu obliczeń odbywa się kosztem ich dokładności. Istotne jest więc podanie przedziałów, w jakich jest możliwe obliczenie teoretycznych krzywych PSE za pomocą tego programu. L. L. Wanjan podaje, że wszystkie krzywe PSE, niezależnie od ilości warstw mogą być obliczone z dokładnością ok. 1,5%, z wyjątkiem krzywych posiadających „głębokie” minima, bez podania danych cyfrowych odnośnie tych minimum.

Drogą obliczeń testowych w Zakładzie Geofizyki Powierzchniowej PPG ustalono, że przedstawiony powyżej program nadaje się do obliczania przede wszystkim krzywych PSE, gdzie oporność wzrasta z głębokością, w tym: krzywych typu A, AA — gdzie dla wszystkich przypadków rozkładu oporności i miąższości zostaje zachowana dokładność poniżej 1% krzywych typu KH, KHK, KHA — gdy rzędna minimum na krzywej PSE jest co najwyżej czterokrot-

nie mniejsza od rzędnej maksimum, krzywych typu H, QH, HA, HAA, HKH — gdy rzędna minimum krzywej PSE jest co najwyżej czterokrotnie mniejsza od wielkości  $\rho_1$ , krzywych K, Q, KQ, HK, AK, KHK, gdy oporność podłoża jest co najwyżej czterokrotnie mniejsza od wielkości  $\rho_1$  lub od rzędnej maksimum krzywej PSE. Program więc nie pozwala na obliczanie wszystkich krzywych PSE, w tym większości krzywych Q i QQ i tych krzywych PSE, gdy oporność podłoża jest bardzo niska w porównaniu z opornością nadkładu.

Należy podkreślić, że podane powyżej ograniczenia na wielkość rzędnej minimum krzywej PSE nie są równoznaczne ze stosunkami opornościowymi warstw przekroju, gdyż wielkość minimum krzywej PSE zależy także od stosunków miąższości warstw w przekroju. Przykładowo warstwa o miąższości 1 m, zalegająca na głębokości 2 m i posiadająca oporność elektryczną 19-tokrotnie mniejszą od oporności nadkładu, odzwierciedla się na krzywej PSE jako minimum o rzędnej ok. 1,5-krotnie mniejszej od rzędnej maksimum krzywej PSE (H. Flathe — A<sub>1</sub>). Wynika stąd wniosek, że przy obecności w przekroju warstw o małych miąższościach ich stosunki odporowe mogą być bardzo małe, a krzywe PSE mogą być policzone z dostateczną dokładnością przy pomocy opisanego programu.

Na rysunkach 1 i 2 podano przykłady krzywych PSE obliczonych za pomocą programów I i II. Są to krzywe czterowarstwowe KH obliczone dla oceny błędu popełnianego w minimum krzywej i trójwarstw-

Ryc. 3. Pięciowarstwowa teoretyczna krzywa PSE obliczona za pomocą programów I i II. Objaśnienia jak na ryc. 1

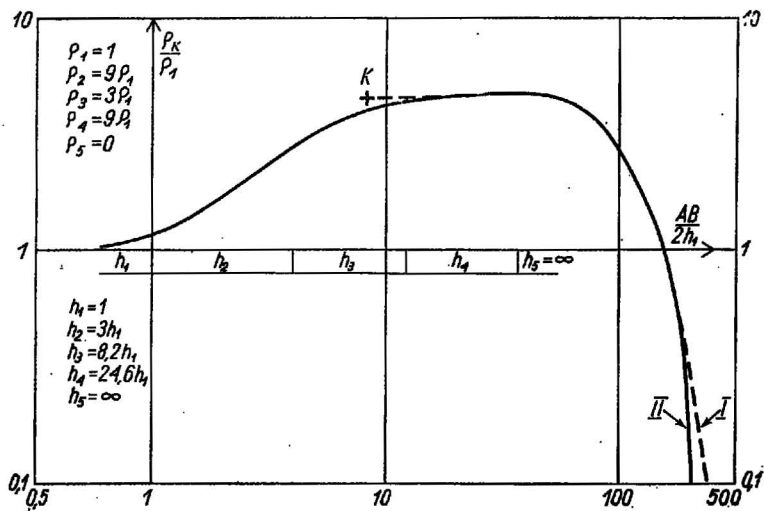


Fig. 3. Five-layer theoretical curve PSE calculated by means of programmes I and II. Explanations as in Fig. 1.

wowe krzywe typu K, obliczone dla oceny błędu po-  
pełnianego na prawym, opadającym odcinku krzy-  
wej.

Ryc. 1 przedstawia krzywe typu K o różnych  
asymptotach. Graficzne porównanie obliczonych obu  
programami krzywych doprowadza do następujących  
wniosków:

- Krzywe obliczone za pomocą obu programów są  
identyczne na pewnym odcinku.
- Obserwuje się zwiększający się błąd obliczeń  
wykonywanych za pomocą programu II, w punk-  
tach na krzywej posiadających rzędne bliskie  
wartościom asymptotycznym, szczególnie dla a-  
symptot poniżej wielkości  $0,25 \rho_{max}$ .
- Gdy stosunek oporności podłoża do rzędnej  $\rho_{max}$   
maleje, maleje też długość opadającego odcinka  
krzywej PSE, który został wiarygodnie obliczony  
przy pomocy programu II.

Ryc. 2 przedstawia czterowarstwowe krzywe typu  
KH o różnych rzędnych  $\rho_{min}$ . Graficzne porównanie  
krzywych PSE obliczonych za pomocą obu progra-  
mów pozwala na wyciągnięcie wniosku o wzrastają-  
cym błędzie obliczeń wykonanych za pomocą pro-  
gramu II, a dotyczących minimum krzywej PSE,  
błędzie wzrastającym wraz ze spadkiem stosunku  
 $\rho_{min}/\rho_{max}$ . Na przedstawionych przykładach błąd ten  
jest nieznacznie większy od błędu graficznego nanie-  
sienia krzywej PSE.

Wykorzystując właściwości obu (program I i II)  
programów można obliczać krzywe PSE o dowolnych  
parametrach i kształcie. Obliczając np. krzywą KHK  
o oporności podłoża dążącej do 0, otrzymuje się po  
jej obliczeniu za pomocą programu II krzywą po-  
siadającą pewne błędy na odcinku końcowym (gdyż  
stosunek oporności podłoża do  $\rho_{max}$  jest poniżej 4).  
Krzywą tą można obliczyć wiernie za pomocą pro-  
gramu I, jednakże czas liczenia danej krzywej, dla  
 $h_1+h_2+h_3+h_4/h_1$  większego od 35 wynosi ponad 10  
minut. Ażeby uniknąć tych niedogodności należy  
obliczyć za pomocą programu II krzywe KHK i KH  
(czas liczenia ok. 30 sek), a za pomocą programu I  
krzywą HK przyjmując za punkt wyjściowy pierw-  
szy punkt charakterystyczny (pomocniczy) K (czas  
liczenia ok. 2 minut), czyli wykorzystuje się możli-  
wość ekwiwalentnego zastąpienia dwu warstw jedną.  
Wyliczone w ten sposób i nałożone na siebie krzywe  
PSE dadzą w efekcie prawidłową krzywą KHK, a  
sumaryczny czas obliczeń wynoszący ok. 2,5 minuty  
jest zdecydowanie mniejszy od czasu potrzebnego  
do obliczenia tej krzywej za pomocą programu I.  
Przykład takiego obliczenia podano na ryc. 3.

#### WNIOSKI

1. Opracowane programy obliczeniowe teoretycz-  
nych krzywych PSE stwarzają możliwość wprowa-  
dzenia istotnego postępu w wykorzystaniu metody  
elektrooporowej szczególnie w badaniach hydrogeo-  
logicznych i geologiczno-inżynierskich, głównie po-  
przez zwiększenie jednoznaczności wyników ilości-  
wej interpretacji krzywych sondowań.

2. Opracowane programy mogą znaleźć zastoso-  
wanie do:

- opracowania pełniejszych zbiorów krzywych teo-  
retycznych PSE, w szczególności przystosowanych  
do zastosowania w określonych rejonach badań,  
charakteryzujących się swoistymi stosunkami o-  
porności i miąższości warstw w profilu geologicz-  
nym,
- rozwiązywaniu zagadnień teoretycznych i szkole-  
nia personelu,
- obliczania standardowych krzywych wykorzysty-  
wanych na bieżąco do projektowania i interpre-  
tacji badań połowych.

3. Z opracowanych programów, program I należy  
uznać za uniwersalny, jednak względnie mało wy-  
dajny, program II jest bardzo wydajny posiada jed-  
nak ograniczone zastosowanie. W tej sytuacji opty-  
malne jest zastosowanie w zagadnieniach ogranicza-  
jących wykorzystanie programu II obydwu progra-  
mów jednocześnie, co umożliwi metodę składania  
krzywych PSE w oparciu o punkty pomocnicze H,  
K, Q i A.

4. Opracowanie programów stworzyło perspekty-  
wę wprowadzenia dalszego postępu w interpretacji  
ilościowej PSE poprzez opracowanie metody bez-  
pośredniej interpretacji badań połowych (sondowa-  
nia elektryczne) za pomocą maszyny cyfrowej.

#### LITERATURA

- Flathe H. — A practical method of calculating  
geolectrical model graphs for horizontally strati-  
field media. Geophysic. Prospecting 3, 1955.
- Flathe H. Five layer master curves for the  
hydrogeological interpretation of geolectrical re-  
sistivity measurements above a two-storey aquif-  
er. Ibidem 4, 1963.
- Zaborowski A. I. — Elekrorazwiedka. Mos-  
kwa 1963.
- Wanjan L. L., Morozowa G. M., Łożeni-  
cyna L. W. — O rasczecie teoreticzeskich kři-  
wych elektryczeskogo zondirowanija. Prikladnaja  
Gieofizika. 1962.

## SUMMARY

The present article contains information on the programmes of calculations of theoretical curves of vertical electric logging FSE, elaborated in Poland, by means of the digital computer GIER. Theoretical bases are given of solution of the problem in study and data concerning the calculation process are presented, mainly time and accuracy of calculations. Moreover, there are determined certain possibilities of application of the programmes in geophysical prospecting.

## РЕЗЮМЕ

В статье представлены данные на тему разработанных в Польше программ расчетов теоретических кривых ВЭЗ при помощи цифровой машины GIER. Приведены теоретические основы решения проблемы, данные самого процесса — время и точность расчетов, а также описаны возможности применения рассматриваемых программ в геофизических работах.