

TABLICE DO WYZNACZANIA PRZYCIĄGANIA CIAŁ  
DWUWYMIAROWYCH O PRZEKROJU PROSTOKĄTNYM

UKD 550.831(083.53)

Zarówno stopień pionowy, jak i pryzma prostokątna, które tu wchodzi w rachubę — są to modele interpretacyjne bardzo często stosowane do aproksymacji wydłużonych struktur geologicznych takich, jak: uskoki, pokłady poziome lub pionowe i inne. Ponadto znaczenie pryzmy prostokątnej polega na tym, że można dowolne ciało dwuwymiarowe zastąpić przez serię pryzm prostokątnych. Jak wiadomo, obliczenia prowadzone według odpowiednich wzorów są bardzo żmudne i dlatego zmierzają do uproszczenia czynności obliczeniowych przez zastosowanie nomogramów lub tablic.

Niżej publikuje się tablice, z pomocą których można wyznaczyć przyciąganie stopnia pionowego oraz pryzmy prostokątnej. Podstawowym elementem opracowania niniejszych tablic jest przyciąganie warstwy półnieskończonej przylegającej do płaszczyzny  $xy$  układu współrzędnych, którego początek jest umieszczony w punkcie, gdzie obliczamy przyciąganie  $\Delta g$  (ryc. 1)

$$\Delta g = k\sigma \int_0^h z dz \int_x^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} =$$

$$= k\sigma \left( \pi h - x \ln \frac{x^2 + h^2}{x^2} - 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{h} \right)$$

gdzie  $k$  — stała grawitacji,  $\sigma$  — względna gęstość warstwy.

W tablicach podane są wartości tej funkcji w zależności od  $h$  oraz  $x$  ( $x \geq 0$ ), wyrażonych w km, przy czym  $\Delta g$  otrzymuje się w mgł. Wartości  $\Delta g$  zostały obliczone przy założeniu  $\sigma = 1 \text{ g/cm}^3$  oraz  $k = 6,870 \cdot 10^{-8}$  cgs. Zarówno zakres zmienności argumentu  $h$  (od 0,05 do 10 km), jak i interwał zmienności  $h$ , są dostosowane do interpretacji płytkich i średniogłębokich struktur geologicznych. Wartości tablicowe są podane z dokładnością 0,01 mgł, w odstępach na tyle małych, że interpolacja liniowa powinna wystarczać. Sposób posługiwania się tablicami objaśniamy na przykładach.

Przyciąganie stopnia pionowego w ogólnym przypadku otrzymuje się przez odjęcie przyciągania dwu stopni przylegających do płaszczyzny  $xy$  o różnych miąższościach i o tej samej odciętej krawędzi. Zgodnie z ryc. 2 — aby otrzymać  $\Delta g$  stopnia o miąższości AD, należy od przyciągania stopnia o miąższości xD, odjąć przyciąganie stopnia o miąższości xA.

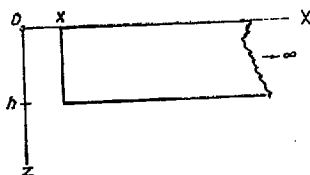
Przykład 1.

Współrzędne krawędzi stopnia są:

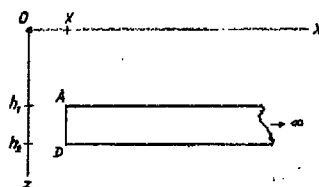
A ( $x = 1 \text{ km}$ ,  $h_1 = 2 \text{ km}$ ) D ( $x = 1 \text{ km}$ ,  $h_2 = 3 \text{ km}$ )

$x$ km	1	1,2	1,5	2	2,5	3	$h$ km	3,5	4	4,5	5	6	7	8	9	10
0	20,95	25,14	31,43	41,91	52,39	62,86	73,34	83,82	94,29	104,77	125,72	146,68	167,63	188,59	209,54	
0,025	19,40	23,52	29,75	40,13	50,52	60,95	71,38	81,81	92,24	102,68	123,63	144,58	165,54	186,49	207,44	
0,05	18,29	22,56	28,50	38,79	49,11	59,49	69,88	80,26	90,64	101,03	121,90	142,76	163,62	184,48	205,35	
0,1	16,55	20,50	26,49	36,58	46,76	57,00	67,27	77,59	87,90	98,22	118,99	139,76	160,52	181,29	202,06	
0,15	15,15	18,98	24,82	34,73	44,75	54,87	65,05	75,26	85,50	95,75	116,38	137,01	157,70	178,48	199,25	
0,2	13,97	17,69	23,38	33,09	42,98	52,97	63,04	73,16	83,34	93,52	114,01	134,54	155,18	175,80	196,43	
0,3	12,08	15,55	20,96	30,30	39,89	49,04	59,51	69,45	79,46	89,51	109,78	130,10	150,52	171,01	191,50	
0,4	10,69	13,85	18,95	27,95	37,25	46,76	56,42	66,18	76,04	85,95	105,95	126,08	146,31	166,67	187,03	
0,5	9,40	12,45	17,81	26,92	36,94	46,21	56,07	65,82	75,68	85,52	104,48	124,48	144,48	164,48	184,48	
0,6	8,45	11,28	15,89	24,15	32,88	41,92	51,18	60,60	70,14	79,78	98,28	118,01	138,90	159,92	179,01	
0,7	7,61	10,29	14,66	22,58	31,04	39,85	48,91	58,18	67,55	77,04	96,81	116,82	137,54	158,40	178,36	
0,8	6,93	9,44	13,53	21,19	29,38	37,96	46,88	55,90	65,18	74,50	93,52	112,85	132,37	152,08	171,90	
0,9	6,35	8,71	12,64	19,93	27,86	36,22	44,90	53,80	62,88	72,11	90,89	110,02	129,38	148,91	168,61	
1	5,85	8,07	11,80	18,80	26,48	34,63	43,11	51,85	60,78	69,87	88,48	107,34	126,53	145,92	165,46	
1,2	5,05	7,02	10,40	16,85	24,05	31,78	39,89	48,80	57,94	67,77	86,84	105,36	124,28	143,48	162,85	
1,5	4,16	5,86	8,78	14,52	21,06	28,20	35,79	43,78	51,94	60,88	77,77	95,70	114,02	132,64	151,49	
1,7	3,72	5,26	7,95	13,26	19,41	26,19	33,45	41,09	49,02	57,21	74,15	91,69	109,68	127,98	146,57	
2	3,21	4,55	6,98	11,71	17,83	23,61	30,40	37,60	45,15	52,97	69,26	86,23	103,70	121,56	139,74	
2,5	2,60	3,71	5,68	9,76	14,63	20,18	26,29	32,84	39,77	47,01	62,26	78,31	94,97	112,10	129,62	
3	2,13	3,12	4,81	8,38	12,62	17,56	23,06	29,04	35,41	42,13	56,41	71,59	87,40	103,89	120,75	
3,5	1,88	2,69	4,17	7,28	11,06	15,51	20,49	25,95	31,88	38,07	51,40	65,81	80,94	96,67	112,91	
4	1,65	2,37	3,67	6,42	9,81	13,86	18,41	23,41	28,85	34,66	47,21	60,80	75,21	90,30	105,93	
4,5	1,49	2,11	3,28	5,75	8,84	12,49	16,67	21,81	26,84	31,76	43,55	56,43	70,16	84,61	99,66	
5	1,38	1,91	2,96	5,20	8,02	11,37	15,28	19,52	24,21	29,27	40,87	52,57	65,68	79,53	94,01	
5,5	1,33	1,74	2,70	4,75	7,34	10,43	13,97	17,99	22,88	27,11	37,58	49,15	61,66	74,95	88,90	
6	1,11	1,59	2,48	4,37	6,78	9,62	12,94	16,96	20,79	25,23	35,12	46,12	58,07	70,82	84,26	
7	0,95	1,37	2,18	3,76	5,84	8,33	11,28	14,52	18,14	22,12	31,08	40,97	51,90	63,67	76,14	
8	0,88	1,20	1,88	3,30	5,13	7,34	9,91	12,83	16,10	19,81	27,71	36,83	46,82	57,71	69,32	
9	0,74	1,07	1,66	2,97	4,57	6,55	8,86	11,50	14,44	17,68	24,98	33,84	42,62	52,68	63,52	
10	0,67	0,96	1,50	2,65	4,13	5,92	8,01	10,40	13,09	16,04	22,73	30,45	39,05	48,42	58,58	
12	0,56	0,80	1,24	2,21	3,48	4,95	6,72	8,74	11,01	13,52	19,25	25,87	33,31	41,57	50,46	
15	0,45	0,64	1,00	1,78	2,77	3,98	5,41	7,08	8,87	10,92	15,61	21,07	27,25	34,10	41,64	
17	0,38	0,57	0,89	1,67	2,45	3,54	4,78	6,24	7,85	9,67	13,85	18,73	24,26	30,44	37,23	
20	0,33	0,47	0,75	1,33	2,07	3,00	4,09	5,30	6,71	8,25	11,83	16,02	20,81	26,17	32,08	
25	0,27	0,39	0,59	1,07	1,67	2,39	3,26	4,27	5,41	6,68	9,54	12,91	16,79	21,17	26,01	
30	0,22	0,32	0,50	0,89	1,39	2,00	2,72	3,55	4,50	5,58	7,95	10,83	14,06	17,75	21,84	
40	0,18	0,24	0,38	0,67	1,04	1,51	2,05	2,66	3,37	4,14	6,01	8,15	10,60	13,41	16,50	
50	0,13	0,19	0,31	0,53	0,83	1,18	1,68	2,14	2,72	3,38	4,79	6,52	8,54	10,75	13,25	
60	0,11	0,16	0,25	0,44	0,69	1,00	1,38	1,78	2,26	2,78	4,00	5,44	7,10	8,87	11,08	
80	0,09	0,12	0,19	0,33	0,53	0,75	1,02	1,33	1,61	2,08	3,01	4,11	5,38	6,74	8,28	
100	0,07	0,10	0,15	0,27	0,42	0,61	0,82	1,06	1,35	1,67	2,38	3,27	4,28	5,44	6,67	
120	0,06	0,08	0,13	0,22	0,35	0,50	0,69	0,89	1,13	1,39	2,00	2,72	3,57	4,52	5,56	
200	0,03	0,05	0,08	0,13	0,21	0,30	0,41	0,53	0,68	0,83	1,22	1,64	2,13	2,70	3,33	
300	0,02	0,03	0,05	0,10	0,14	0,20	0,27	0,36	0,44	0,56	0,80	1,10	1,44	1,88	2,22	

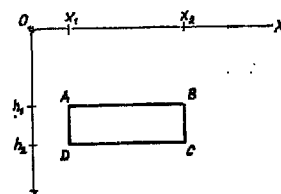
$x$ km	$h$ km																		
	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
0	1,05	2,10	3,14	4,19	5,24	6,29	7,33	8,38	9,43	10,48	11,52	12,57	13,62	14,67	15,72	16,76	17,81	18,86	19,91
0,025	0,47	1,80	2,21	3,16	4,14	5,12	6,12	7,12	8,13	9,14	10,16	11,18	12,20	13,23	14,25	15,28	16,30	17,33	18,37
0,05	0,29	0,94	1,73	2,59	3,49	4,42	5,37	6,33	7,30	8,27	9,26	10,25	11,24	12,24	13,24	14,25	15,25	16,27	17,28
0,1	0,16	0,59	1,18	1,88	2,65	3,46	4,31	5,18	6,08	6,99	7,91	8,84	9,78	10,73	11,69	12,65	13,62	14,59	15,57
0,15	0,11	0,42	0,84	1,45	2,11	2,82	3,58	4,37	5,19	6,04	6,90	7,78	8,67	9,57	10,48	11,40	12,33	13,26	14,20
0,2	0,08	0,32	0,69	1,17	1,73	2,36	3,04	3,76	4,51	5,30	6,10	6,93	7,77	8,62	9,49	10,37	11,26	12,16	13,06
0,3	0,06	0,22	0,48	0,88	1,28	1,76	2,31	2,90	3,54	4,21	4,91	5,64	6,39	7,16	7,94	8,75	9,56	10,39	11,23
0,4	0,04	0,17	0,37	0,64	0,98	1,39	1,84	2,34	2,89	3,47	4,08	4,72	5,39	6,08	6,79	7,52	8,27	9,03	9,80
0,5	0,03	0,13	0,30	0,52	0,80	1,13	1,52	1,95	2,42	2,98	3,47	4,04	4,63	5,26	5,90	6,57	7,25	7,95	8,67
0,6	0,03	0,11	0,25	0,44	0,68	0,96	1,29	1,67	2,08	2,52	3,00	3,51	4,05	4,61	5,20	5,81	6,44	7,08	7,75
0,7	0,02	0,10	0,21	0,38	0,58	0,83	1,12	1,45	1,81	2,21	2,64	3,10	3,59	4,10	4,63	5,19	5,77	6,37	6,98
0,8	0,02	0,08	0,19	0,33	0,51	0,73	0,99	1,28	1,61	1,96	2,36	2,77	3,21	3,68	4,17	4,68	5,22	5,77	6,34
0,9	0,02	0,07	0,17	0,29	0,46	0,66	0,89	1,15	1,44	1,77	2,12	2,50	2,90	3,33	3,78	4,26	4,76	5,27	5,80
1	0,02	0,07	0,15	0,26	0,41	0,59	0,80	1,04	1,31	1,60	1,93	2,27	2,65	3,05	3,46	3,90	4,36	4,84	5,34
1,2	0,01	0,06	0,12	0,22	0,35	0,50	0,67	0,87	1,10	1,35	1,63	1,92	2,25	2,59	2,94	3,33	3,73	4,16	4,60
1,5	0,01	0,05	0,10	0,18	0,28	0,40	0,54	0,70	0,89	1,09	1,32	1,56	1,82	2,11	2,41	2,72	3,06	3,41	3,77
1,7	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,35	0,48	0,63	0,79	0,97	1,17	1,38	1,62	1,87	2,14	2,43	2,73	3,04	3,38
2	0,01	0,03	0,08	0,13	0,21	0,30	0,41	0,53	0,68	0,82	1,00	1,18	1,39	1,60	1,89	2,18	2,48	2,82	3,21
2,5	0,01	0,03	0,06	0,10	0,17	0,24	0,33	0,43	0,54	0,66	0,80	0,96	1,11	1,29	1,48	1,68	1,89	2,12	2,36
3	0,01	0,02	0,05	0,09	0,14	0,20	0,27	0,36	0,45	0,55	0,67	0,80	0,93	1,08	1,24	1,41	1,59	1,77	1,97
3,5	0,01	0,02	0,04	0,07	0,12	0,17	0,23	0,30	0,38	0,47	0,58	0,69	0,81	0,95	1,07	1,22	1,37	1,53	1,70
4	0,00	0,01	0,04	0,07	0,10	0,15	0,21	0,27	0,34	0,41	0,50	0,60	0,70	0,82	0,94	1,06	1,20	1,36	1,50
4,5	0,00	0,01	0,03	0,06	0,09	0,13	0,18	0,24	0,30	0,37	0,45	0,53	0,62	0,73	0,83	0,95	1,07	1,19	1,33
5	0,00	0,01	0,03	0,05	0,08	0,12	0,16	0,21	0,27	0,33	0,40	0,48	0,56	0,65	0,75	0,85	0,96	1,08	1,20
6	0,00	0,01	0,03	0,04	0,07	0,10	0,13	0,18	0,23	0,28	0,34	0,40	0,47	0,54	0,62	0,71	0,80	0,90	1,00
8	0,00	0,01	0,02	0,03	0,05	0,08	0,10	0,13	0,16	0,21	0,25	0,29	0,35	0,41	0,47	0,53	0,60	0,67	0,75
10	0,00	0,01	0,01	0,03	0,04	0,06	0,08	0,11	0,13	0,17	0,19	0,24	0,28	0,33	0,38	0,43	0,48	0,54	0,61
15	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,08	0,09	0,11	0,13	0,16	0,19	0,22	0,25	0,28	0,31	0,35	0,40
25	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,03	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10	0,11	0,14	0,15	0,17	0,19	0,22	0,24
50	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09	0,10	0,10	0,11	0,12



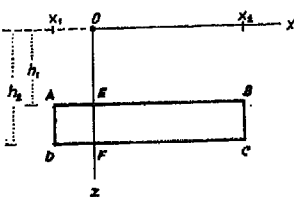
Ryc. 1. Fig. 1.



Ryc. 2. Fig. 2.



Ryc. 3. Fig. 3.



Ryc. 4. Fig. 4.

Z tablic mamy:  $\Delta g_D = 34,63$ ,  $\Delta g_C = 13,86$ ,  $\Delta g_A = 18,80$ ,  $\Delta g_B = 6,42$  mgł.

Zatem  $\Delta g = 34,63 - 13,86 - 18,80 + 6,42 = 8,39$  mgł.

W przypadku, gdy punkt bieżący jest położony bezpośrednio nad przysmą (ryc. 4) oś z dzieli przysmę na 2 kawałki, których suma przyciągania daje przyciąganie całej przysmy.

Dla  $h_2 = 3$  km przy  $x = 1$  km, z tablic mamy  $\Delta g_D = 34,63$  mgł

Dla  $h_1 = 2$  km przy  $x = 1$  km, otrzymujemy  $\Delta g_A = 18,80$  mgł

Zatem  $\Delta g = \Delta g_D - \Delta g_A = 34,63 - 18,80 = 15,83$  mgł

Ze względu na skośną symetrię krzywej  $\Delta g$  stopnia pionowego, wystarczy obliczać tylko jedną połowę krzywej.

**Przyciąganie przysmy prostokątnej o wierzchołkach ABCD (ryc. 3) — na punkt położony z boku przysmy będzie:**

$$\Delta g = \Delta g_D - \Delta g_C - (\Delta g_A - \Delta g_B)$$

Przykład 2.

A ( $x_1 = 1$  km,  $h_1 = 2$  km) B ( $x_2 = 4$  km,  $h_1 = 2$  km)

C ( $x_2 = 4$  km,  $h_2 = 3$  km) D ( $x_1 = 1$  km,  $h_2 = 3$  km)

Przykład 3.

A ( $x_1 = 1$  km,  $h_1 = 2$  km) B ( $x_2 = 4$  km,  $h_1 = 2$  km)

C ( $x_2 = 4$  km,  $h_2 = 3$  km) D ( $x_1 = 1$  km,  $h_2 = 3$  km)

E ( $x = 0$ ,  $h_1 = 2$  km) F ( $x = 0$ ,  $h_2 = 3$  km)

Prawy kawałek (EBFC);

$$\begin{aligned} \Delta g_1 &= \Delta g_F - \Delta g_C - (\Delta g_E - \Delta g_B) = \\ &= 62,86 - 13,86 - 41,91 + 6,42 = 13,51 \text{ mgł} \end{aligned}$$

Lewy kawałek (AEFD);

$$\begin{aligned} \Delta g_2 &= \Delta g_F - \Delta g_D - (\Delta g_E - \Delta g_A) = \\ &= 62,86 - 34,63 - 41,91 + 18,80 = 5,12 \text{ mgł} \end{aligned}$$

Zatem  $\Delta g = \Delta g_1 + \Delta g_2 = 13,51 + 5,12 = 18,63$  mgł.

## SUMMARY

The author discusses and gives tables that are instrumental in determining gravity of vertical degree and rectangular prism. The gravity of a semi-infinite layer continuous to the plane  $xy$  of a co-ordinate system, the beginning of which is located at a point where the gravity  $\Delta g$  is calculated (Fig. 1), is the fundamental element in the preparation of these tables.

## РЕЗЮМЕ

Автор описывает таблицы для определения притяжения вертикальной плоскости и прямоугольной призмы. Главным элементом в составлении этих таблиц является притяжение полубесконечного слоя, прилегающего к плоскости  $xy$  системы координат, начало которой находится в точке, в которой высчитывается притяжение  $\Delta g$  (фиг. 1).