

MATEMATYCZNE UZASADNIENIE OPERACJI WYZNACZANIA OSI
 FAŁDU Z DIAGRAMU FOLIACJI

UKID 551.243.3(083.3)(084.21).

Współrzędne kątowe, otrzymane w wyniku pomiaru kompasem geologicznym powierzchni foliacji lub dowolnego elementu powierzchniowego, określają orientację przestrzenną pewnej płaszczyzny. W przypadku skał o niezaburzonej foliacji płaszczyzna wyznaczona przez pomiar może się pokrywać z foliacją na dużym obszarze. Inaczej jest w skałach zafałdowanych, gdzie foliacja ma bardzo zmienny przebieg, wówczas wynik pomiaru foliacji podaje nam orientację przestrzenną płaszczyzny stycznej do niej w punkcie pomiaru.

Płaszczyzny wyznaczone przez pomiary foliacji w różnych punktach struktury fałdowej posiadają z reguły różną orientację i wykazują tendencję do przecinania się wzduż wzajemnie równoległych krawędzi, równoległych jednocześnie do osi struktury. Na powyższą prawidłowość zwrócił uwagę B. Sander (7), który wprowadza pojęcie osi β . Oś tę wyznacza się konstrukcyjnie przez naniesienie na projekcję sferyczną dwu lub więcej różnych pomiarów (płaszczyzn) foliacji, przedstawionych w postaci łuków, czyli śladów przecięcia się płaszczyzn z powierzchnią kuli. Łuki te, jeżeli przecinają się na projekcji w przybliżeniu w jednym punkcie, to wyznaczają nam oś β (ryc. 1).

Wyznaczona oś β pokrywa się z osią struktury fałdowej, w której obrębie zostały wykonane naniesione na projekcję pomiary. Metoda ta ma bardzo ważne zastosowanie, gdyż w wielu przypadkach jest jedyną, dzięki której można wyznaczyć kierunek osi większych struktur fałdowych, nie dający się zmierzyć bezpośrednio.

Przy wykonywaniu diagramów punktowych lub konturowych foliacji pomierzone płaszczyzny przedstawiamy za pomocą ich biegunów (śladów przecięcia powierzchni kuli przez normalne do płaszczyzn). Proste normalne do płaszczyzn s_{1-4} przedstawionych na ryc. 1 leżą w jednej płaszczyźnie i są prostopadłe do osi β (wspólnej krawędzi przecięcia) i dlatego bieguny płaszczyzn s_{1-4} w projekcji sferycznej tworzą pas. Oś tego pasa oznaczana na projekcji literą π pokrywa się z osią β (ryc. 2). Oba typy diagramów (β i π) wyznaczają ten sam element strukturalny (oś fałdu). Odmienne oznaczenia literowe tej samej osi zostały wprowadzone dla odróżnienia dwu równoważnych, lecz różnych metod konstrukcyjnych służących do jej wyznaczenia. Druga z podanych metod (π) jest bardzo wygodna, jeżeli oś fałdu wyznaczamy na podstawie dużej ilości pomiarów. Jeżeli dysponujemy diagramem konturowym foliacji, to pas foliacji i oś π wyznaczamy na podstawie rozmieszczenia maksimum i kształtu izolinii o niższych wartościach (ryc. 3). Operacja ta nie zawsze jest wykonalna, gdyż maksima mogą być rozmieszczone nieregularnie, bądź może istnieć tylko jedno maksimum.

Znaczenie podanych metod przy określaniu wzajemnych stosunków przestrzennych i genetycznych między strukturą fałdową, a różnymi typami B-lineacji podkreślił B. Sander (7). Wyznaczanie kierunku osi struktur fałdowych posiada poza tym duże znaczenie regionalne. Metody podane przez Sandera zostały szeroko zastosowane, szczególnie przez geologów czeskich. Na pierwszy plan wysuwają się prace M. Maški (6) następnie J. Stelcla (7), J. Holoubca (5) i K. Beneša (2). Metody te zastosowane w badaniach struktur metamorficznych wykazały ich stosunkowo prostą budowę, zaciemnianą wcześniej przez bardzo zmienne kierunki biegu foliacji, które nanoszono na mapy strukturalne.

Sam bieg foliacji, w przeciwieństwie do powierzchni foliacji, której orientację podaje jej pełny pomiar, nie jest elementem strukturalnym. Może się on ustawiać do osi fałdu nawet pod kątem prostym, jeżeli oś nie jest pozioma, dlatego nie można go traktować na równi z osią i wyznaczać na jego podstawie kierunku nacisku. Problem ten porusza M. Maška (6), a u nas H. Teisseyre (9).

Metody podane przez B. Sandera są intuicyjnie zrozumiałe dla osób posiadających wyrobioną wyobraźnię przestrzenną i zaznajomionych z kształtami różnych struktur fałdowych. Można je dla uściślenia uzasadnić matematycznie wychodząc z równania powierzchni walcowej, do której upodobniają się rzeczywiste powierzchnie foliacji w prawidłowo zbudowanych cylindrycznych fałdach (cylindrical folds wg E. S. Hillsa — 4, cylindriczkie składki G. D. Azgireja — 1). W dalszym ciągu będą korzystał z metod geometrii różniczkowej w ujęciu wektorowym.

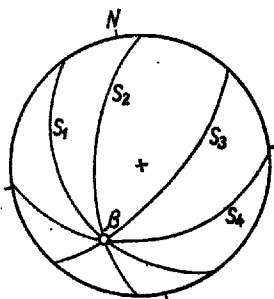
Powierzchnią cylindryczną, walcową lub krótko walcem nazywamy powierzchnię utworzoną przez zbiór prostych równoległych do pewnego stałego wektora a i przecinających w każdym punkcie pewną ustaloną krzywą $r = q(t)$ zwaną kierownicą. Kierunek wyznaczony przez wektor a nazywamy osią walca. Podstawą walca nazywamy krzywą płaską, będącą śladem przecięcia jego powierzchni płaszczyzną prostopadłą do osi (ryc. 4). Równanie powierzchni walcowej ma następującą postać:

$$\bar{r} = \bar{q}(u_1) + u_2 \bar{a} \quad (1)$$

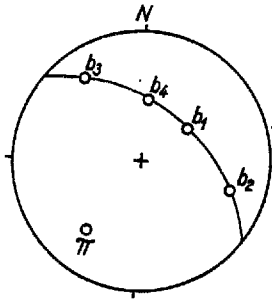
gdzie u_1, u_2 = niezależne parametry

Walec jest więc wyznaczony przez kierownicą $\bar{r} = \bar{q}(t)$ i pewien wektor a .

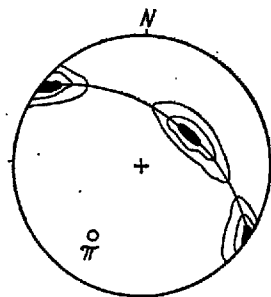
W celu udowodnienia, iż w projekcji sferycznej wszystkie normalne płaszczyzny stycznych do walca (pomierzonych) ułożą się w jednej płaszczyźnie prostopadłej do jego osi (utworzą pas, którego osią jest oś walca), wystarczy wykazać, że:



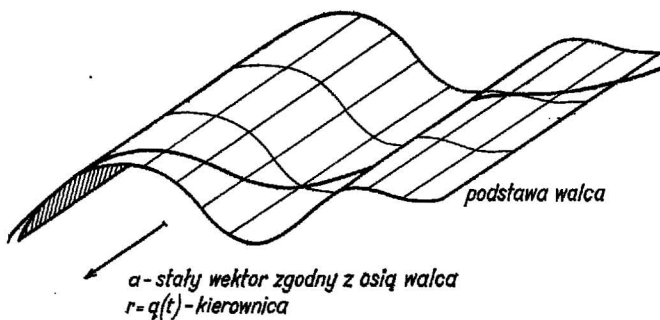
Ryc. 1. Fig. 1.



Ryc. 2. Fig. 2.



Ryc. 3. Fig. 3.



Ryc. 4. Fig. 4.

teza — każda normalna do walca jest prostopadła do jego osi. Płaszczyzna styczna do dowolnej powierzchni danej równaniem:

$$\bar{r} = \bar{r}(u_1, u_2) \quad (2)$$

w punkcie regularnym (u_1, u_2) jest wyznaczona przez jej pochodne cząstkowe.

$$\frac{\partial \bar{r}(u_1, u_2)}{\partial u_1} \quad \frac{\partial \bar{r}(u_1, u_2)}{\partial u_2} \quad (3)$$

Punktem regularnym powierzchni nazywamy punkt, w którym istnieje jednoznacznie określona płaszczyzna styczna. Punkty leżące np. na krawędzi załamania powierzchni nie są regularnymi. W przypadku walca otrzymamy:

$$\frac{\partial \bar{r}}{\partial u_1} = \frac{d\bar{q}}{du_1} \quad (4) \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial u_2} = \bar{a} \quad (5)$$

Wektor normalny \bar{n} do powierzchni walca w punkcie regularnym jest iloczynem wektorowym wektorów stycznych:

$$\frac{\partial \bar{r}}{\partial u_1} \text{ i } \frac{\partial \bar{r}}{\partial u_2}$$

$$\bar{n} = \frac{d\bar{q}}{du_1} \times \bar{a} \quad (6)$$

Udowodnimy, że wektory \bar{n} i \bar{a} są prostopadłe. Obliczmy w tym celu iloczyn skalarny $\bar{n} \cdot \bar{a}$. Zgodnie z [6] mamy:

$$\bar{n} \cdot \bar{a} = \left(\frac{d\bar{q}}{du_1} \times \bar{a} \right) \cdot \bar{a} \quad (7)$$

Prawa strona równości [7] jest iloczynem mieszanym wektorów równym zero, gdyż dwa wśród nich są identyczne, czyli:

$$\bar{n} \cdot \bar{a} = \left[\bar{a}, \frac{d\bar{q}}{du_1}, \bar{a} \right] = 0 \quad (8)$$

co dowodzi twierdzenia.

W trakcie dowodzenia rozpatrywaliśmy normalne do walca, uzasadniliśmy więc metodę π diagramów. Wyrażenie [8] można jednak zinterpretować inaczej. Mianowicie, jeżeli iloczyn mieszany jest równy zero, tzn., że występujące w nim wektory są komplanarne

(leżą w jednej płaszczyźnie). Ponieważ wektory [4] i [5] wyznaczają płaszczyznę styczną do walca, zaś wektor \bar{a} wyznacza oś walca, więc wszystkie płaszczyzny styczne do walca są równoległe do jego osi. W rzeczywistości jeden z wektorów wyznaczających płaszczyznę styczną jest właśnie wektorem \bar{a} , nie zmienia to jednak rozumowania. Ponieważ wszystkie płaszczyzny styczne do walca są równoległe do jego osi, to maniesione na projekcję sferyczną w formie łuków przetną się w punkcie przedstawiającym jego oś. W ten sposób została formalnie uzasadniona metoda β -diagramów.

Widzimy więc, że dwóm równoważnym metodom wyznaczania osi fałdu na podstawie pomiarów foliacji podanym przez B. Sander'a odpowiadają dwie równoważne interpretacje iloczynu mieszanego [8] wprowadzonego na podstawie ogólnego równania powierzchni walcowej.

LITERATURA

1. Ažgirej G. D. — Strukturalnaja geologija. Izd. Mosk. Uniw. Moskwa, 1966.
2. Beneš K. — Geologicko-petrografické poměry širšího okolí Hory Sv. Šebestiána v Krušných Horách, Sbor. Ustř. ust. geol. 23, Odd. geol., 1 díl, 1956.
3. Goetz A. — Geometria różniczkowa, PWN, Warszawa, 1965.
4. Hills E. S. — Elements of Structural Geology. N. York—London, 1963.
5. Holoubec J. — Geologicko-petrografické poměry krystalinika v okolí Místa (zap. od Chomutova) v Krušných Horách. Sbor. Ustř. ust. geol. 23, Odd. geol. 1 díl, 1956.
6. Maška M. — K tektonické analýze krystalinika. Ustř. ust. geol. sv. 27, 1954.
7. Sander B. — Einführung in die Gefügekunde der geologischen Körper. Springer-Verlag (Wien), 1948.
8. Stelcl J. — Petrotektonické poměry v uzemi na východních svazích Orlicku ve Vysokém Jeseníku. Prace brněn. Zákł. čs. A.V. 27, 1955.
9. Teisseyre H. — Serie metamorficzne Sudetów. Geol. Sud. vol. IV, 1968.

SUMMARY

There are two equivalent methods of determining fold axis on the basis of foliation measurements, given by B. Sander (1948).

1. On a spherical projection we mark poles of planes tangential to foliation, i.e. planes the orientation of which is given by the results of measurement. The poles tend to group at a large circle, making a belt. The axis of the belt (π) determines the fold axis (Fig. 2).

2. On a spherical projection we mark planes tangential to foliation in the form of an arc. The arcs tend to intersect at one point (β). This point determines the fold axis (Fig. 1).

These methods have been developed on an empirical way. They may be motivated mathematically, when we go out of an equation of cylinder plane, to which the actual foliation planes of a properly formed cylindrical fold approach.

To the equivalent methods of determining fold axis on the basis of foliation measurements given by B. Sander correspond two equivalent interpretations of mixed product deduced on the basis of general equation of cylinder plane.

РЕЗЮМЕ

Существуют два равноценных метода определения оси складки по замерам кливажа, предложенные Б. Сандером (1948).

1. На сферическую проекцию наносятся полюса плоскостей касательных кливажу, т.е. плоскостей, ориентировка которых определяется результатами замеров. Эти полюса стремятся к расположению по большому кругу (образуют полюсу). Ось полюсы (П) определяет ось складки (фиг. 2).

2. На сферическую проекцию наносятся плоскости касательные кливажу в виде дуги. Дуги

проявляют стремление к пересечению в одной точке (β). Эта точка определяет ось складки (фиг. 1).

Эти методы выведены эмпирическим путем. Их можно обосновать: математически на основании уравнения цилиндрической поверхности, которой близки плоскости кливажа в правильной цилиндрической складке.

Этим методам определения оси складки на основании замеров кливажа соответствуют две равноценные интерпретации смешанного произведения, полученного на основании общего уравнения цилиндрической поверхности.