

## ANALIZA KORELACYJNA ZWIĄZKÓW STATYSTYCZNYCH MIĘDZY WIELKOŚCIAMI OPORNOŚCI R I PROCENTOWEJ ZAWARTOŚCI ŻELAZA $CFe$

UKD 550.832.73:553.31:553.1+562.1:550.382.3+537.311+531.754

Określenie procentowej zawartości żelaza w skałach okruszczonych jest jednym z ważniejszych zagadnień geofizyki wiertniczej w zastosowaniu do rozpoznania złóż surowców stałych. Ponieważ istnieją statystyczne zależności między parametrami fizycznymi takimi, jak: podatność magnetyczna, przewodnictwo właściwe i gęstość a zawartością żelaza w skałach, stąd na podstawie uogólnionych zależności funkcyjnych otrzymanych z analizy korelacyjnej istnieje możliwość przybliżonego oszacowania procentowej zawartości żelaza,  $C$  (%) na podstawie samych tylko metod geofizycznych. Osiągane dokładności dają się porównać z dokładnościami uzyskiwanymi metodami analizy laboratoryjnej rdzenia wiertniczego przy założeniu, że jego uzysk był nierównomierny i mniejszy od 80%. W takich przypadkach dane geofizyczne mogą konkurować z wynikami analiz chemicznych (4).

Pierwsze prace metodyczne na temat geofizycznego rozpoznania rud żelaza w rejonie NE Polski podjął A. Szymborski (7), niniejszy artykuł jest przyczynkiem do badań nad problemem ilościowej interpretacji danych geofizyki wiertniczej dla potrzeb rozpoznania złóż rud żelaza. Praca ta jest próbą znalezienia zależności między opornościami właściwymi rozpatrywanych skał kruszczonych a ich całkowitą zawartością żelaza oraz zawartością żelaza we frakcji magnetycznej. Podano także statystyczną analizę otrzymywanych błędów. W oparciu o korelowanie danych zawartości żelaza, określanych na podstawie metody sterowanego profilowania oporności POst-3 (Laterolog), sondą trójelektrodową, zastosowaną eksperymentalnie w dwóch otworach rudnych rejonu NE Polski, zestawiono 54 wartości tej zależności (ryc. 2, 3).

Eksperymentalne zastosowanie tej metody w rozpoznaniu złóż dało dobre rezultaty. Sonda Laterolog dzięki sterowanemu polu elektrycznemu wysyланemu przez elektrodę uziemioną A jest bardzo użyteczna, przy wydzielaniu warstw o małych miąższościach, leżących wśród warstw wysokooporowych. Zastosowanie tego typu sond, stosowanych dotychczas przede wszystkim w zagadnieniach określania własności kolektorskich skał, do pomiaru oporności rzeczywistej skał związanych sugerował już H. G. Doll (2).

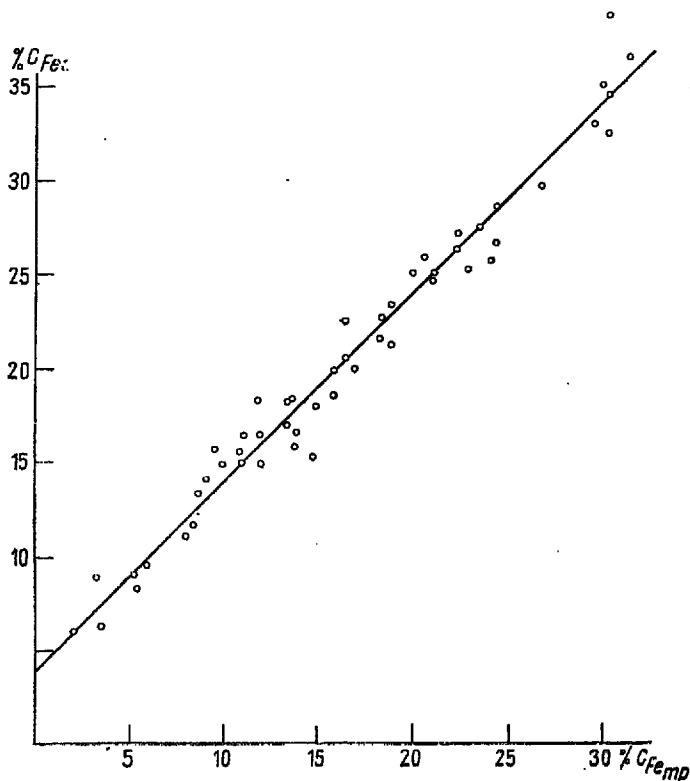
Metoda pomiaru oporności sondą POst-3 (Laterolog) minimalizuje wpływ otworu oraz skał otaczających rudę. Wpływ warstw sąsiednich jest niewielki

i dla większości przypadków można się posługiwać modelem o nieskończonej miąższości. W rzeczywistości, jak to wynika z badań modelowych prowadzonych w ZSRR, wpływ ograniczonej miąższości na wartości oporności pozornej  $R_p$  rośnie, gdy oporność warstw sąsiednich maleje. Dla oporności właściwej warstwy mniejszej niż oporność właściwa warstw sąsiednich ( $R < R_s$ ), przypadek mający miejsce w strefach rudnych, leżących w wysokooporowych norytach i anortozytach, pozorna oporność właściwa  $R_p$  niewiele różni się od oporności pozornej dla miąższości nieskończonej. Dla miąższości większych od 1,0—1,5 m rozbieżność nie przekracza 10—15%. Metoda POst jest bardziej nowoczesna od tradycyjnie stosowanych dotychczas metod, takich jak, profilowanie oporności, gdzie wpływy upadów warstw oraz wysokooporowych warstw przyległych na mierzone oporności pozorne są znaczne.

Metoda POst ma zastosowanie szczególnie tam, gdzie mamy do czynienia z warstwami o niewielkich miąższościach przy dużych kontrastach oporności między warstwą-wkładką, a skałami otaczającymi (6).

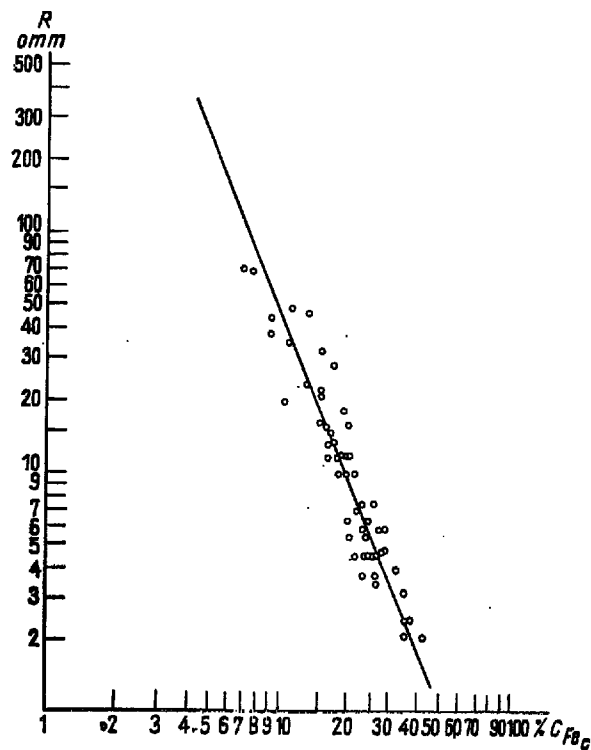
Z takimi dużymi skokami oporności mamy właśnie do czynienia w otworach z rudami żelaza o wysokiej przewodności występujących w wysokooporowych warstwach norytów i anortozytów. W przypadku rozpatrywanych otworów stosunek między procentową zawartością żelaza całkowitego  $CFe_c$ , a żelaza we frakcji magnetycznej  $CFe_{mp}$  zmienia się według zależności  $CFe_c = CFe_{mp} + 4$  (ryc. 1). Tak więc pozostałe żelazo zawierające się w ilmenicie, pirocyte, pirotynie, pirosksenach i biotycie daje stały wkład w procentową zawartość żelaza całkowitego. Stąd istnieje możliwość geofizycznego określenia żelaza magnetycznego na podstawie statystyki, co ma duże znaczenie jako informacja dla eksploatacji rudy.

Jeżeli jedna wartość parametru odpowiada jednoznacznie drugiemu parametrowi, wówczas można mówić o istnieniu związku funkcyjnego między tymi wielkościami. W warunkach rzeczywistych, z którymi spotykamy się przy analizie ilościowej pomiarów geofizycznych w otworach, mamy jednak na ogół do czynienia ze związkami statystycznymi, przy których każdej wartości jednej wielkości odpowiada kilka wartości drugiego parametru. W naszym przypadku chodzi o znalezienie zależności między opornościami właściwymi badanych skał okruszczonych, a procentową zawartością żelaza we frakcji magnetycznej



Ryc. 1. Zestawienie korelacyjne  $C_{Fec} = C_{Fec}(C_{Femp})$ .

Fig. 1. Correlation scheme  $C_{Fec} = C_{Fec}(C_{Femp})$ .



Ryc. 2. Zestawienie korelacyjne  $R = R(C_{Fec})$ .

Fig. 2. Correlation scheme  $R = R(C_{Fec})$ .

$C_{Femp}$  lub całkowitą zawartością żelaza w rozpoznanych geofizycznie strefach okruszcowanych  $C_{Fec}$ .

Ponieważ najprościej jest zbadać związek liniowy między dwoma wielkościami, stąd w rozpatrywanym przykładzie szuka się zależności liniowej typu  $y = ax + b$ , pomiędzy odpowiadającymi sobie statystycznie wartościami  $y = \log C$  oraz  $X = \log R$ . Znalezienie tej zależności sprowadza się do przeprowadzenia analizy regresyjnej metodą najmniejszych kwadratów, natomiast znalezienie związku liniowego między wielkościami  $\log R$  i  $\log C$  zostało dokonane przez obliczenie współczynników  $a$  i  $b$  równanie regresji  $y = ax + b$ , tak by spełniały one prawo najmniejszych kwadratów, tzn. aby suma średniego kwadratowego odchylenia zmiennej  $y$  od funkcji liniowej była minimalna.

Wykazano w tym przypadku, że:

$$y - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}) \dots \dots \dots [1]$$

gdzie  $\bar{y}$  i  $\bar{x}$  są to wartości średniej arytmetycznej natomiast  $\sigma_y$  i  $\sigma_x$  są to średnie kwadratowe odchylenia  $y$  i  $x$  od wartości średnich arytmetycznych.

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2} \quad \sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$$

Współczynnik korelacji określony jest następująco

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Potrzebne wartości określono następująco:

$$\overline{\lg C_{Femp}} = 1,29854 \quad \overline{\lg C_{Fec}} = 1,1679$$

$$\overline{\lg C_{Femp}^2} = 1,68622 \quad \overline{\lg C_{Fec}^2} = 1,36400$$

$$\overline{\lg^2 C_{Femp}} = 1,71542 \quad \overline{\lg^2 C_{Fec}} = 1,44427$$

$$\overline{\lg R_{mp}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=54} \lg R^{(i)}}{54} = 0,99601$$

$$\overline{\lg R_{Fec}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=52} \lg R^{(i)}}{52} = 1,01330$$

$$\overline{\lg C_{Fec}} \cdot \overline{\lg R_{Fe}} = 1,06370 \quad \overline{\lg C_{Femp}} \cdot \overline{\lg R_{mp}} = 1,29335$$

Średnie kwadratowe odchylenia standardowe od średniej arytmetycznej wyrażają się wielkościami:

$$\sigma \lg C_{Fec} = 0,28331 \quad \sigma \lg C_{Femp} = 0,17093$$

$$\sigma \lg R_{mp} = 0,39425 \quad \sigma \lg R_{Fe} = 0,43978$$

Dla oceny wiarygodności określenia  $r$  policzono wyrażenie

$$\frac{|r|}{\sigma r} \quad \text{gdzie} \quad \sigma r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

Otrzymano następujące współczynniki korelacji w przypadku związku między  $R_{Fe}$  i  $C_{Fec}$

$r = -0,97198$ , przy czym błąd określenia  $r$   
w tym przypadku  $\sigma r = 0,007 \quad \frac{(r)}{\sigma r} = 136$

w przypadku związku między  $R_{mp}$  i  $C_{Femp}$   
 $r = -0,93989 \quad \frac{|r|}{\sigma r} = 58,7$

Tak więc w obu przypadkach związek między opornością właściwą, a procentową zawartością żelaza jest zależnością funkcyjną. O sile związków statystycznych między wielkościami  $C_{Fe}$  i  $R$  świadczą współczynniki korelacji, oba bardzo zbliżone do wartości  $-1$ . Współczynnik korelacji zmienia się w przedziale wartości  $(-1, 1)$ . Przy  $r=0$  brak jest korelacji liniowej, co nie wyklucza korelacji innego typu. Przy  $r=\pm 1$  korelacja jest zupełna. Z porównania wartości  $\frac{|r|}{\sigma r}$  z tablicami całki prawdopodobieństwa

widać, że  $\varphi > 0,999$ , istnieje więc korelacja podwójna między  $C_{Fec}$  i  $R_{Fe}$  oraz  $C_{Femp}$  i  $R_{mp}$ , a równanie regresji prostopadłej wiązać będzie dane w sposób prawdziwy z prawdopodobieństwem większym niż  $0,999$ . Stąd otrzymane zależności nie mogą być tłumaczone wpływami przypadkowymi.

Chcąc wyliczyć wartości współczynników  $a$  i  $b$  zastosowano metodę najmniejszych kwadratów, równania normalne będą następujące:

$$na - \sum x = \sum y$$

$$a \sum X - b \sum X^2 = \sum XY \text{ gdzie } y = \ln C, x = \ln R$$

otrzymane następujące równania regresji:

$$\lg C_{Fec} = -0,415 \lg R_{Fe} + 1,712$$

$$\lg C_{Femp} = -0,633 \lg R_{mp} + 1,809$$

Po przekształceniu powyższego równania otrzymano następujące związki wykładnicze:

$$C_{Fec} = 51,6 \cdot \lambda^{0,415}$$

$$C_{Femp} = 64,5 \cdot \lambda^{0,633}$$

gdzie  $\lambda$  przewodnictwo właściwe.  
Odchylenia standardowe regresji wynoszą następująco:

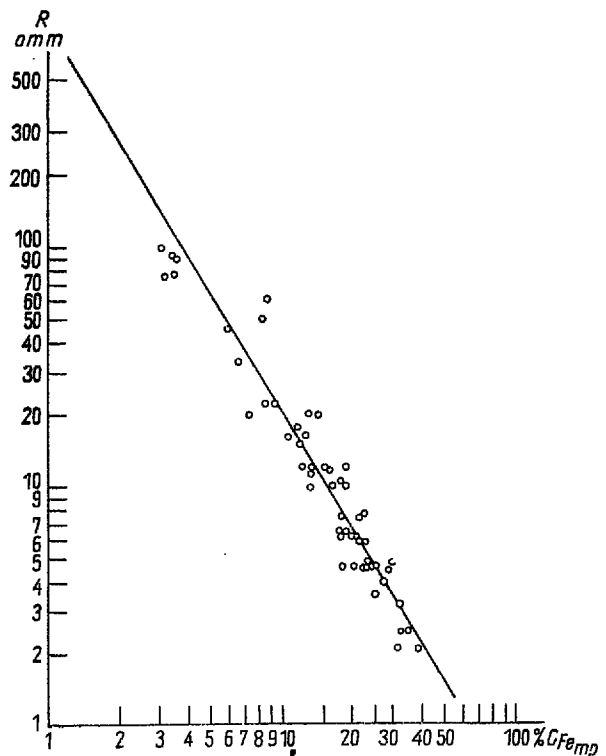
$$\sigma \lg C_{Fec} \lg R_{Fe} = 0,0672$$

$$\sigma \lg C_{Femp} \cdot \lg R_{mp} = 0,0595$$

Na ich podstawie określono względny błąd, z jakim można określić zawartość żelaza, wynosi on  $\pm 18\%$ . Oczywiście, błąd ten jest nieporównywalnie większy od błędu względnego popełnionego przy obliczaniu zawartości żelaza z zależności między podatnością magnetyczną  $\kappa$ , a procentową zawartością żelaza magnetycznego, który wynosi około  $\pm 4\%$ . Jednak błąd ten także może być zawyżony w przypadkach, gdy rudy charakteryzują się różną podatnością magnetyczną zależnie od ich składu.

Metoda ta daje dobre wyniki w określeniu procentowej zawartości żelaza w rudach magnetycznych. Błąd określenia procentowej zawartości żelaza tu podany jest jednak do przyjęcia. Np. dla otrzymanej z interpretacji wartości  $C = 20\%$ , wartość prawdziwa waha się w przedziale  $16,4 - 23,6\%$ . Metoda tu sugerowana jest porównywalna, co do dokładności np. z metodą gamma-gamma stosowaną w tym samym rejonie, która dawała błędy tego samego rzędu.

Wyszość metody POst (Laterolog) nad metodami profilowania oporności oraz sondowania oporności sondami potencjałowymi i gradientowymi nie ulega kwestii. Porównanie zależności między opornością, a



Ryc. 3. Zestawienie korelacyjne  $R = R(C_{Femp})$ .

Fig. 3. Correlation scheme  $R = R(C_{Femp})$ .

zawartością żelaza w skale otrzymanej z metody POst i profilowania oporności wskazuje na większą dokładność i rozdzielczość metody POst. Spowodowane jest to lepszym zróżnicowaniem krzywych laterologu i większą wyrazistością anomalii, a także małymi wpływami upadów i miąższości warstw na wskazania tej sondy.

Przy braku profilowania podatności magnetycznej metoda profilowania gamma-gamma z decentralizatorem oraz metoda sterowanego profilowania oporności mogą służyć do interpretacji ilościowej. Dają one szczególnie dobre efekty, jeśli chodzi o dokładne określanie granic warstw rudnych i z tych powodów sugeruje się ich szersze wykorzystanie w zestawach pomiarów geofizycznych w otworach dla celów rozpoznania rud żelaza.

Jak wynika z zależności korelacyjnych między procentową zawartością żelaza całkowitego  $C_{Fec}$  oraz żelaza frakcji magnetycznego  $C_{Femp}$ , a wyliczonymi wartościami oporności rzeczywistej  $R$  skały o zawartości rudy powyżej  $20\%$  posiadają opory rzeczywiste  $R$  poniżej  $10$  omm (ryc. 2 i 3). Wniosek ten jest zgodny z wynikami uprzednich badań prowadzonych przez A. Szymborskiego (7) nad problemem przyjęcia kryterium wydzielalności stref rudnych na podstawie metod profilowania oporności gradientowego i potencjałowego. W związku z tym istnieje możliwość geofizycznego wytypowania stref okruszczowanych. W ten sposób można uniknąć kosztownych i pracochłonnych badań laboratoryjnych w odcinkach nierudnych.

Duża ilość prowadzonych u nas badań laboratoryjnych oraz pomiarów geofizycznych w otworach daje możliwość prowadzenia analizy regresyjnej z wykorzystaniem maszyn cyfrowych. Metody te szeroko są stosowane od wielu lat z powodzeniem w wielu krajach przy interpretacji ilościowej pomiarów geofizycznych w otworach (1).

## LITERATURA

1. Baltoser R., Lawrence H. — Application of well logging in metallic mineral mining. Geophysics, 1970, Vol. 35, 1.
2. Doll M. G. — The Laterolog: A new resistivity logging method with electrodes using an automatic focusing system. Petroleum transactions AIME, 1951, Vol. 192.
3. Dortman N. B., Ozienskoj M. L. i in. — Metodicheskie rukovodstvo po opredeleniju fizicheskich svojstv gornych porod i poleznych iskopajemych. Moskva, 1962.

## SUMMARY

The article is an attempt to find a relation between the resistivity of the mineralized rocks under consideration and the total content of iron in these rocks and in the magnetic fraction. The resistivity values have been calculated on the evidences obtained from the diagrams being a result of the Laterolog method.

Using regression analysis by means of the method of least squares correlations have been found between the values under consideration (Figs. 1, 2, 3). The determined error amounts to  $\pm 18\%$ .

4. Cholin W. N. — O tocznosc i opredelenija soderzaniya zieleza swiazannogo s magnietitom w zieleznych rudach, Razw. i Ochr. Niedr., 1969, 3.
5. Łukomski J. I. — Teorija korrelacji i jej primienienie k analizu proizvodstwa. Gostoptechizdat, 1961.
6. Schlumberger R. — Log interpretation principles. Schlumberger Limited. New York, 1969.
7. Szymiborski A. — Wydzielanie złoza oraz wyznaczanie procentowej zawartości żelaza w rudzie ilmenitowo-magnetytowej w rejonie NE Polski. Archiwum IG, 1970.

## РЕЗЮМЕ

В статье рассматривается попытка выявления связи между величиной удельного сопротивления рудоносных пород и общим содержанием железа в этих породах и в магнитной фракции. Удельные сопротивления были вычислены по диаграммам, полученным в результате профилирования методом Латеролог.

С помощью регрессивного анализа методом наименьших квадратов были определены корреляционные связи между рассматриваемыми величинами (фиг. 1, 2, 3). Ошибка метода составляет  $\pm 18\%$ .