

## WYZNACZANIE EFEKTÓW GRAWIMETRYCZNYCH TROJWYMIAROWYCH CIAŁ ZABURZAJĄCYCH O DOWOLNYCH KSZTAŁTACH ORAZ OKREŚLANIE POPRAWEK TOPOGRAFICZNYCH ZA POMOCĄ URZĄDZENIA ELEKTRONICZNO-MECHANICZNEGO

W wyniku intensywnych prac geologiczno-poszukiwawczych następuje szybki wzrost rozpoznania budowy geologicznej kraju o coraz większej dokładności. Stawia to przed grawimetrią coraz trudniejsze zadania, aby im sprostać musi się bazować na coraz dokładniejszych obrazach anomalnych i coraz efektywniejszych metodach interpretacji.

Obszar naszego kraju został już pokryty w większości zdjęciem o wysokiej dokładności. Pozostały jeszcze obszary o skomplikowanej rzeźbie terenu, gdzie nieuniknione jest wprowadzenie poprawek topograficznych. W interpretacji anomalii grawimetrycznych podstawową metodą pozwalającą wykorzystywać napływające informacje geologiczno-geofizyczne (np. seismiczne), jest rozdział pól anomalnych (metoda odejmowania pól) poprzez obliczanie efektów grawitacyjnych undulacji znanych (przyjętych za znane) granic gęstościowych. Granice te, to powierzchnie ciał zaburzących.

Anomalie  $\delta g$  wywołane takimi ciałami oblicza się drogą podziału tych ciał na figury proste (np. stojące pionowo prostopadłości i warstwy poziome), dla których efekt grawitacyjny daje się określać wzorami matematycznymi.

Proces sumowania efektów grawitacyjnych mas elementarnych (figur prostych) odbywa się obecnie najczęściej za pomocą elektronicznych maszyn cyfrowych lub specjalnych urządzeń elektro- lub elektroniczno-mechanicznych. Podstawy teoretyczne, oraz zasada działania jednego z takich urządzeń\* zostaną omówione w niniejszym artykule.

\* Patent PRL Nr 53160 (autorzy: A. Kozera, J. Jamrozik, A. Ormicki).

### WYZNACZANIE EFEKTU GRAWITACYJNEGO TROJWYMIAROWEGO CIAŁA ZABURZAJĄCEGO

Przypuśćmy, że chodzi nam o wyznaczenie efektu grawitacyjnego trójwymiarowego ciała zaburzącego  $M$  o przekroju pionowym jak na ryc. 1. Efekt grawitacyjny pionowo stojącego skończonego prostopadłościanu, wyciętego w tym ciele w punkcie  $P$  na powierzchni ziemi jest równy:

$$\delta g(Z_g, Z_d) = \delta g(Z_g, \alpha) - \delta g(Z_d, \alpha) \quad [1]$$

gdzie:

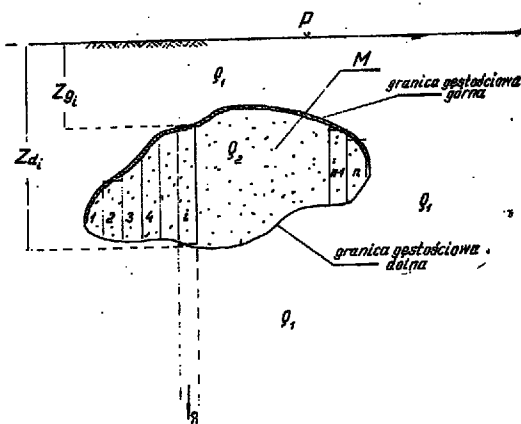
$\delta g(Z_g, \alpha)$  — efekt grawitacyjny półnieskończonego pionowo stojącego prostopadłościanu, którego górna krawędź (strop) występuje na krawędzi  $Z_g$ ;

$\delta g(Z_d, \alpha)$  — efekt grawitacyjny w przypadku gdy strop prostopadłościanu występuje na głębokości  $Z_d$ .

[2] Efekt grawitacyjny  $\delta$  będący wynikiem oddziaływania całej masy ciała zaburzącego  $M$  jest:

$$\delta g = \sum_{i=1}^{i=n} \delta g(Z_g, \alpha) - \sum_{i=1}^{i=n} \delta g(Z_d, \alpha) \quad [2]$$

gdzie:  $\delta g$  — wartość wielkości w poszczególnych punktach,  $\alpha$  — oznacza ilość prostopadłości, którymi aproksymowano ciało  $M$ .



Ryc. 1.

Fig. 1.

Weźmy inny przykład, gdzie granica gęstościowa unduluje na dużych przestrzeniach (ryc. 2). Wyrażenie  $V(\rho_1 - \rho_2) = M$  określa wielkość tzw. masy efektywnej, która powoduje istnienie anomalii grawimetrycznych na powierzchni ziemi. Wprowadźmy oznaczenia:

$\bar{\delta}g$  — efekt grawitacyjny na powierzchni ziemi całej masy efektywnej występującej między płaszczyznami  $\pi_1$  i  $\pi_2$

$\delta g(z_g)_P$  — efekt grawitacyjny w punkcie P na powierzchni ziemi pojedynczego pionowo stojącego, półnieskończonego prostopadłościanu, którego górna krawędź (strop) występuje na głębokości  $Z_g$ ;

$\delta g(z_d)_P$  — ten sam efekt występujący na głębokości  $Z_d$ ;

R — maksymalna odległość (promień całkowania) prostopadłościanu od punktu P, którego efekt grawitacyjny jest jeszcze brany pod uwagę;

n — ilość kwadratów (prostopadłościanów) w kole o promieniu R (ryc. 2 i 10).

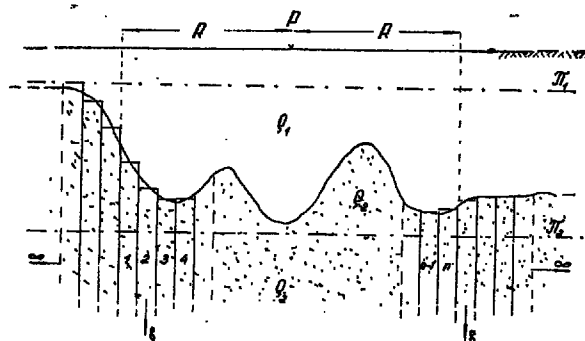
Wówczas można napisać:

$$\begin{aligned} \bar{\delta}g_I &= \sum_{i=1}^n \delta g_{[(z_g)_i]I} + \sum_{i=n+1}^{\infty} \delta g_{[(z_g)_i]I} - \\ &\quad - \sum_{i=1}^{\infty} \delta g_{[(z_d)_i]I} \\ \bar{\delta}g_{II} &= \sum_{i=n}^n \delta g_{[(z_g)_i]II} + \sum_{i=n+1}^{\infty} \delta g_{[(z_g)_i]II} - \\ &\quad - \sum_{i=1}^{\infty} \delta g_{[(z_d)_i]II} \\ \bar{\delta}g_P &= \sum_{i=1}^n \delta g_{[(z_g)_i]P} + \sum_{i=n+1}^{\infty} \delta g_{[(z_g)_i]P} - \\ &\quad - \sum_{i=1}^{\infty} \delta g_{[(z_d)_i]P} \end{aligned} \quad [3]$$

ale

$$\sum_{i=1}^{\infty} \delta g_{[(z_d)_i]I} = \sum_{i=1}^{\infty} \delta g_{[(z_d)_i]II} = \sum_{i=1}^{\infty} \delta g_{[(z_d)_i]P} = 0$$

Odejmując od poszczególnych wielkości  $\bar{\delta}g_I, \bar{\delta}g_{II}, \dots, \bar{\delta}g_P$  wielkość dowolnie wybraną z tej grupy (np.  $\bar{\delta}g_P$ ) otrzymamy:



Ryc. 2.

Fig. 2.

$$\begin{aligned} \bar{\delta}g_{Pk} - \bar{\delta}g_I &= \sum_{i=1}^n \delta g_{[(z_g)_i]Pk} - \sum_{i=1}^n \delta g_{[(z_g)_i]I} + \\ &\quad + \left[ \sum_{i=n+1}^{\infty} \delta g_{[(z_g)_i]Pk} - \sum_{i=n+1}^{\infty} \delta g_{[(z_g)_i]I} \right] \end{aligned} \quad [4]$$

Dla odpowiednio dużego R wyrażenia

$$\sum_{i=n+1}^{\infty} \delta g_{[(z_g)_i]Pk} - \sum_{i=n+1}^{\infty} \delta g_{[(z_g)_i]I} = \Xi g \quad [5]$$

będą odpowiednio małe i w praktyce mogą być pominięte.

Stąd ostatecznie otrzymamy:

$$\bar{\delta}g_{Pk} - \bar{\delta}g_I = \sum_{i=1}^n \delta g_{[(z_g)_i]Pk} - C \quad [6]$$

gdzie:

$$C = \sum_{i=1}^n \delta g_{[(z_g)_i]I}$$

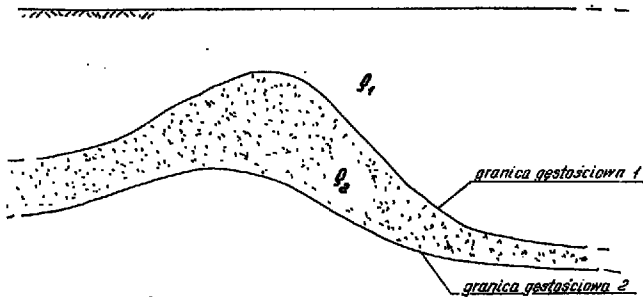
Z dotychczas przeprowadzonego rozumowania wynika, iż zagadnienie wyznaczenia (określenia) anomalii  $\bar{\delta}g$  nad undulującą granicą kontrastu gęstościowego sprowadza się do wyznaczenia efektów grawitacyjnych pionowo stojących, półnieskończonych prostopadłościanów (w obszarze całkowania o promieniu R), którymi aproksymowano ośrodek skalny, a następnie dokonania sumowań uzyskanych wielkości.

Wzór [6] ma również zastosowanie w przypadku przedstawionym na ryc. 3. Wówczas wyznacza się efekt grawitacyjny raz dla górnej granicy gęstościowej (granica 1), drugi raz dla dolnej (granica 2), a różnica stanowi szukany efekt grawitacyjny warstwy.

#### WYZNACZANIE POPRAWKI TOPOGRAFICZNEJ

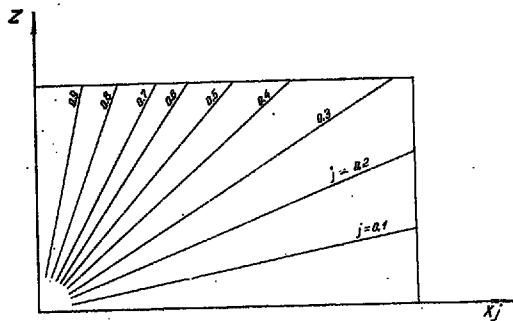
Przypuśćmy, że w punkcie P na powierzchni ziemi dokonano pomiaru siły ciężkości, a rzeźba terenu ma przebieg jak na ryc. 4a, 4b. Wypełniając podobnie jak w przykładach już omówionych przestrzeni w promieniu R od punktu P pionowymi półnieskończonymi prostopadłościanami otrzymamy:

$$\begin{aligned} \delta g_P &= \delta g_{V_1} + \delta g_{V_2} = \left[ \sum_{i=1}^{n_1} \delta g_{(z_g)_i} - \sum_{i=1}^{n_2} \delta g_{(z_g)_i} \right] + \\ &\quad + \left[ \sum_{i=n+1}^{n_2} \delta g_{(z_g)_i} - \sum_{i=n+1}^{n_1} \delta g_{(z_g)_i} \right] \end{aligned} \quad [7]$$



Ryc. 3.

Fig. 3.



Ryc. 5.

Fig. 5.

gdzie:

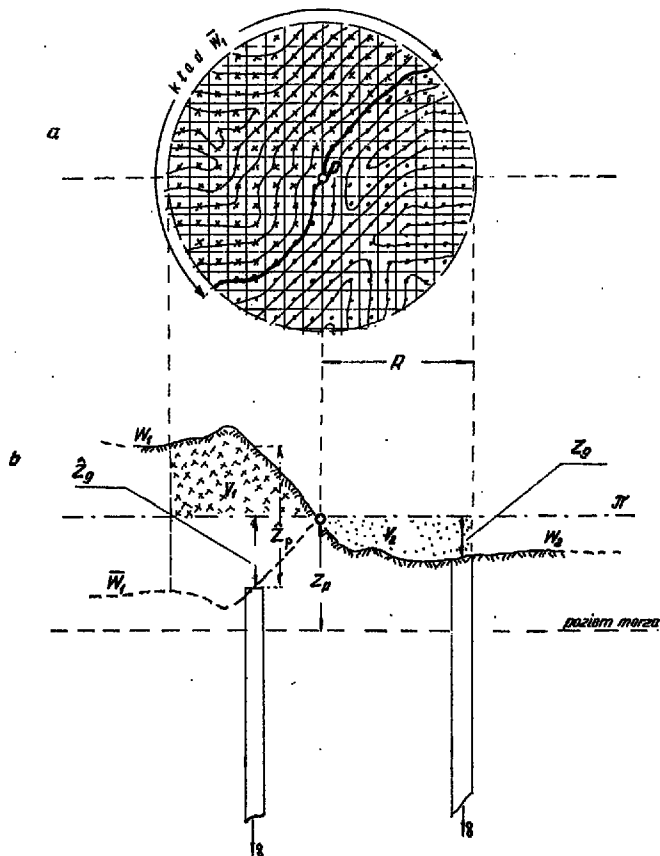
- $\delta g_p$  — poprawka topograficzna dla punktu  $P$ , będąca wynikiem oddziaływania mas z przestrzeni  $V_1$  i braku mas w przestrzeni  $V_2$  występujących w promieniu  $R$ ;
- $\delta g_{v_1}$  — efekt grawitacyjny mas położonych nad poziomem punktu pomiarowego  $P$ ;
- $\delta g_{v_2}$  — efekt grawitacyjny niedoboru mas z przestrzeni  $V_2$  (poniżej poziomu pomiarowego  $P$ );
- $\delta g_{z_g}$  — efekt grawitacyjny (w punkcie  $P$ ) pionowo stojącego półnieskończonego prostopadłościanu, którego górna krawędź (strop) występuje na głębokości  $Z_g = Z_p - Z_{pl}$  licząc od płaszczyzny  $\pi$  w dół;
- $n_1$  — ilość prostopadłościanów w przestrzeni  $V_1$ ;
- $n_2$  — ilość prostopadłościanów w przestrzeni  $V_2$ ;
- $\delta g_{z_g}$  — efekt grawitacyjny (w punkcie  $P$ ) pionowo stojącego półnieskończonego prostopadłościanu, którego górna krawędź (strop) występuje na głębokości  $\hat{Z}_g = \hat{Z}_{pl} - Z_p$  licząc od płaszczyzny  $\pi$  w dół;
- $\delta g_{(n)}$  — efekt grawitacyjny (w punkcie  $P$ ) pionowo stojącego półnieskończonego prostopadłościanu, którego górna krawędź (strop) sięga półpłaszczyzny  $\pi$ .

Wyrażenie:

$$\sum_{i=1}^{n_1} \delta g(\pi)_i + \sum_{i=n_1+2}^{n_2} \delta g(\pi)_i = C_t \quad [8]$$

dla określonego  $R$  ma wartość stałą (określoną jednorazowo). Stąd

$$\delta g_p = C - \left[ \sum_{i=1}^{i=n_1} \delta g(Z_g)_i + \sum_{i=n_1+1}^{i=n_2} \delta g(\hat{Z}_g)_i \right] \quad [9]$$



Ryc. 4.

Fig. 4.

$n_1 + n_2 = n$  — ilość kwadratów w kole o promieniu  $R$ .

#### PODSTAWY TEORETYCZNE URZĄDZENIA

W obu omówionych przypadkach rozwiązanie zagadnienia sprowadzono do sumowania efektów grawitacyjnych półnieskończonych prostopadłościanów, którymi aproksymowano ciało zaburzające. Efekt grawitacyjny pionowego półnieskończonego prostopadłościanu w punkcie  $P$  dla  $x^2 - r^2 > 0$  jest równy:

$$\delta g_{(Z_g)} = 2\pi_k \rho \left[ \sqrt{Z_g^2 + r^2} - Z_g - x \operatorname{arctg} \frac{x}{Z_g} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - r^2}} \operatorname{arctg} \frac{x^2 - r^2}{\sqrt{Z_g^2 + r^2}} \right] \quad [10]$$

gdzie:

$$r = \sqrt{\frac{a^2}{\pi}}$$

$a$  — bok kwadratu — poprzecznego przekroju prostopadłościanu,

ale

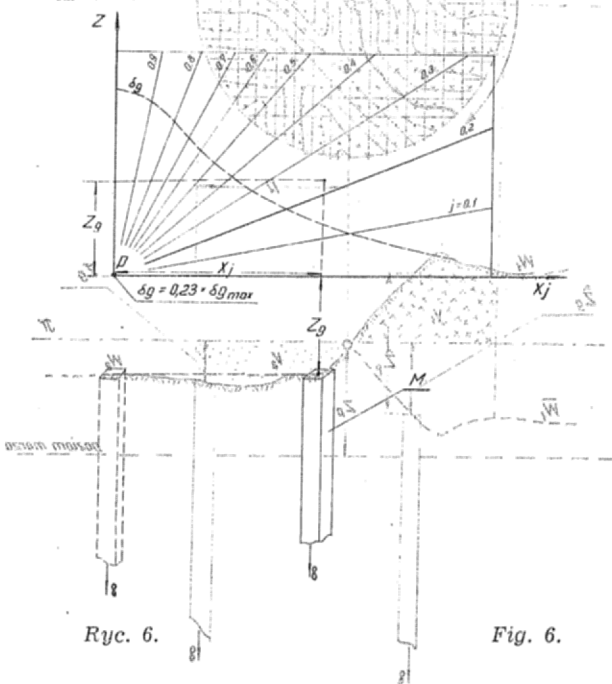
$$g(Z_g, x) = g(Z_g, x_0) \quad [11]$$

gdzie:

$$j = \frac{g(Z_g, x_j)}{g(Z_g, x=0)}$$

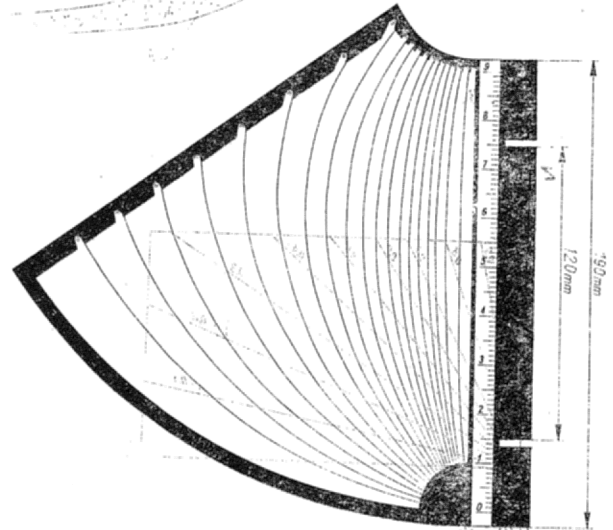
stąd

$$j = \frac{\sqrt{Z_g^2 + r^2} - Z_g}{x} \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{Z_g} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + r^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x^2 + r^2}}{\sqrt{Z_g^2 + r^2}} \quad [12]$$



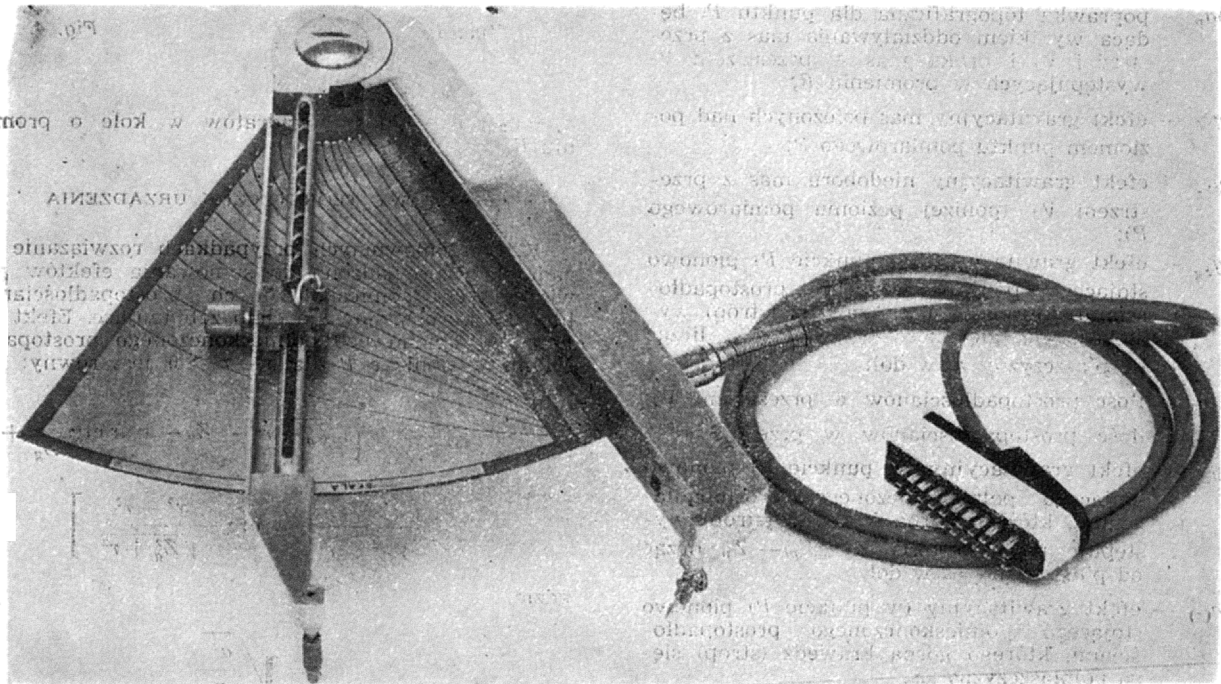
Ryc. 6.

Fig. 6.



Ryc. 7.

Fig. 7.



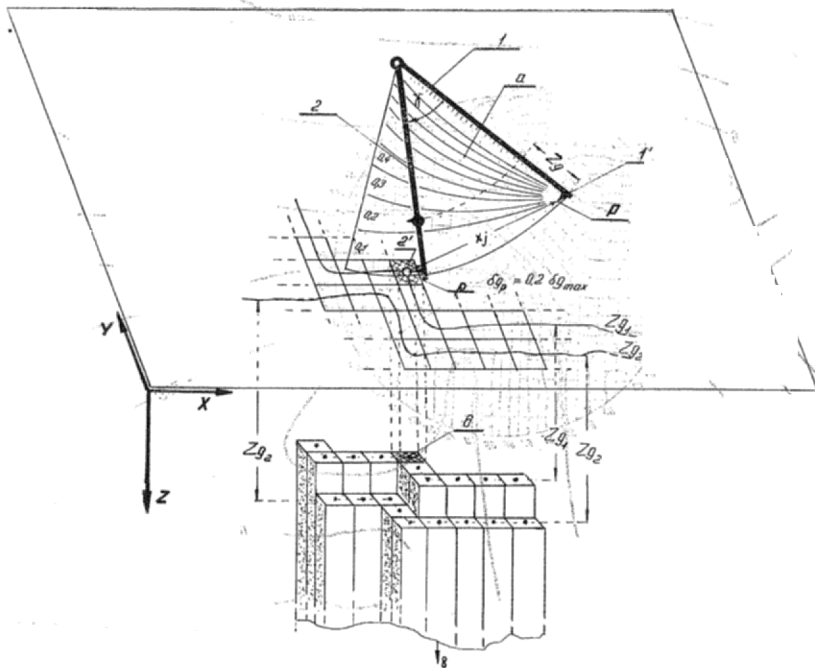
Ryc. 8

Fig. 8.

Na podstawie wykresu 5 (skonstruowany wg wzoru [12]) można zgodnie ze wzorem [10] określić stosunkowo szybko efekt grawitacyjny pionowego, półnieskończonego prostopadłościanu znajdującego się w dowolnej odległości  $x$ , od punktu  $P$  (ryc. 6). W identyczny sposób można określić efekty grawitacyjne pozostałych pionowych, półnieskończonych prostopadłościanów zawartych w obszarze całkowania (w kole o promieniu  $R$ ). Linie  $j$  można jednak zamienić na

pola  $j$ , co stwarza możliwość konstrukcji urządzenia elektroniczno-mechanicznego automatyzującego i znacznie przyspieszającego proces sumowania dla dowolnej skali mapy.

Idea takiego urządzenia jest następująca. Pola  $j$  zostały naniesione na miedzianej płytce (układ biegunowy), która jest przymocowana do jednego z ramion „cyrkla” (ryc. 7 i 8). Poszczególne pola płytki, odizolowane od siebie, połączone są przewodowo z



Ryc. 9.

Fig. 9.

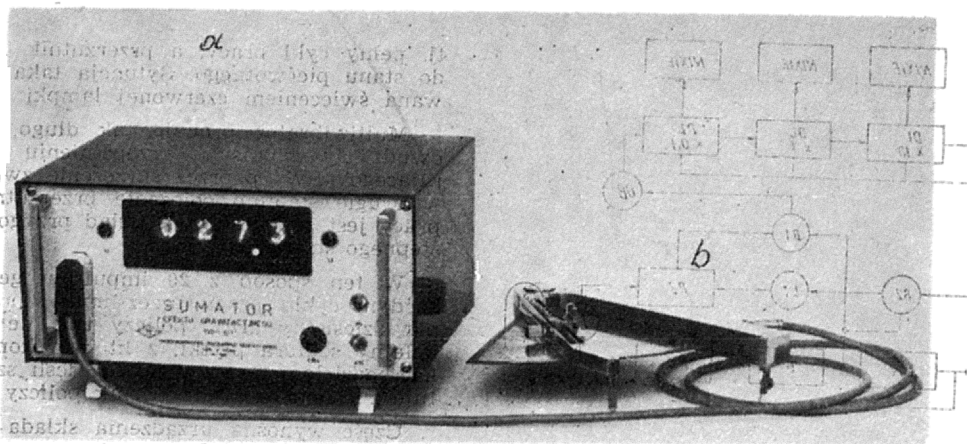


Fig. 10.

Ryc. 10. Widok ogólny urządzenia. W punkcie P (ryc. 9) umieszcza się w punkcie P (ryc. 9), zaś nożkę 2 w punkcie P, będącym rzutem dowolnego prostopadłościanu na płaszczyznę rysunku znajdującego się w odległości  $x_0$  od punktu P, to szczołka zwierająca, związana sztywno z ramieniem 2 cyrkiela (ustawiona na odpowiednie  $Z_{g0}$ ), ustawi się na jednym z 20 pól płytki. Efekt grawitacyjny prostopadłościanu (np. oznaczonego na ryc. 9 numerem 6) w punkcie P jest równy  $\delta g_p = 0.2 \delta g_{max}$ .

W ogólnym przypadku efekt grawitacyjny ciała zaburzającego w punkcie P oblicza się wg wzoru:

$$\frac{\delta g_p}{\delta g_1} = \left[ \delta g_{max}(Z_k) \cdot \sum_{i=1}^{n_1} j(Z_k) + \delta g_{max}(Z_k) \cdot \sum_{i=n_1+1}^{n_2} j(Z_k) \right] \cdot C \quad [13]$$

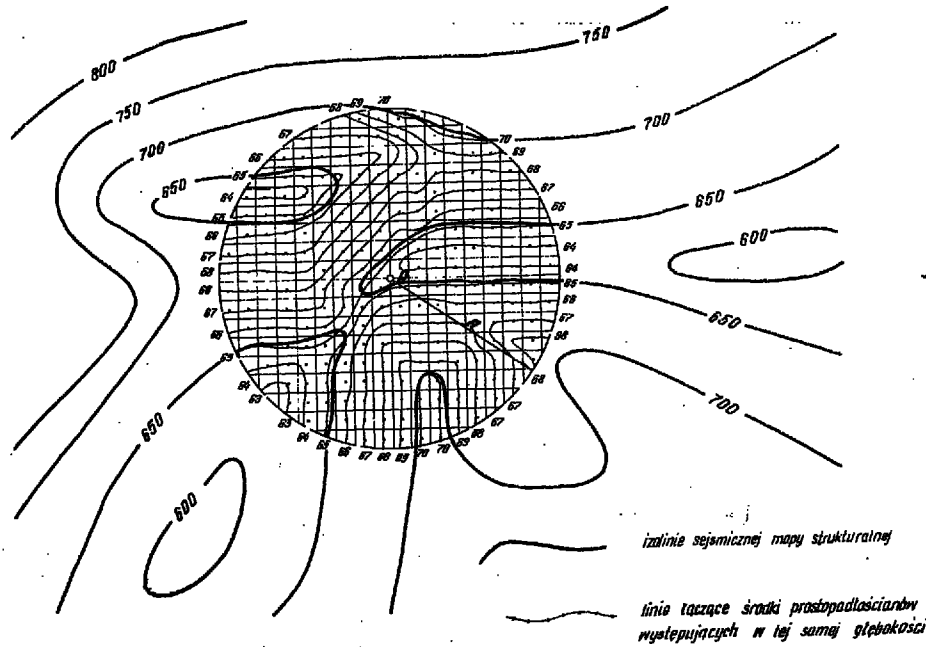
Wielkość  $\delta g_{max}(Z_k)$  odczytuje się z wykresu lub odpowiednio przygotowanej jednorazowej tablicy. Składa się ono z części elektronicznej (a) i wynosnej (b).

Opis urządzenia. Ogólny widok urządzenia\*\* przedstawia ryc. 10. Składa się ono z części elektronicznej (a) i wynosnej (b). Urządzenie skonstruowane zostało w Przedsiębiorstwie Poszukiwań Geofizycznych w 1972 r.

części mechanicznej (b). W skład części elektronicznej wchodzi (ryc. 11): nadajnik impulsów wyzwalany ręcznie przyciskiem „START”, dwustanowe przerzutniki „P1” i „P2”, multiwibrator „G”, licznik wybierający „LW” liczący do 20, dekodery „DEK” współpracujący z „LW”, bramki „B1” i „B2”, obniżacz binarny „OB1”, czterodekadowy licznik dziesiętny „DL”, układ wyświetlania cyfr stanu licznika dziesiętnego na lampkach „NIXIE”, lampki sygnalizacyjne „L1” i „L2”, układ kasowania zera „KASO” stanu licznika dziesiętnego, zasilacz.

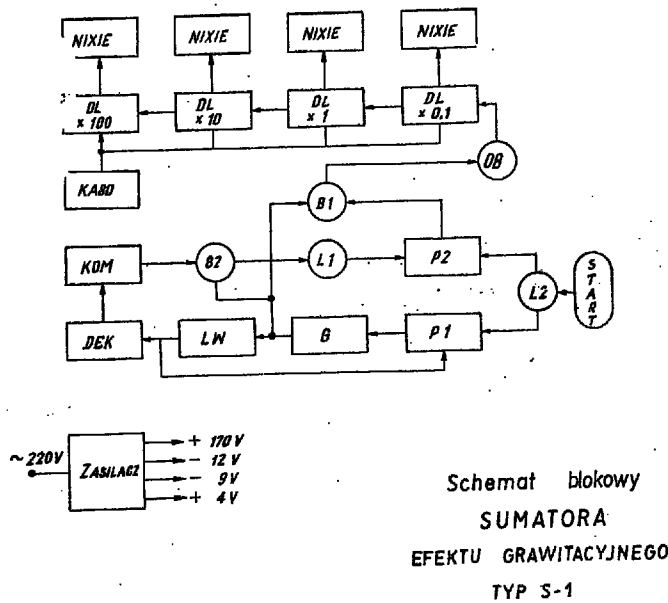
Część mechaniczna stanowi (ryc. 8): cyrkiel z kablem połączeniowym, 20-sektorowe wymienne płytki komutacyjne (płytki z polami), szczołka zwierająca.

Cykl pracy układu rozpoczyna się impulsem startowym generowanym po każdorazowym naciśnięciu przycisku „START”. Fakt ten sygnalizowany jest świeceniem zielonej lampki „L2”. Impuls startowy powoduje przerzucenie w drugie stabilne położenie przerzutników „P1” i „P2”. Przerzutnik „P1” uruchamia multiwibrator „G” którego impulsy o częstotliwości repetycji ok. 2 kHz liczone są przez 20-stanowy licznik wybierający „LW” (praktycznie licznik wybierający „LW” zbudowany jest z licznika pierścieniowego liczącego do pięciu i szeregowo połączony licznik binarny, liczącego do czterech). Licznik ten poprzez dekoder „DEK” zwiiera kolejno sektory płytki komutacyjnej do potencjału zero.



Ryc. 12.

Fig. 12.



Ryc. 11.

Fig. 11.

Przed uruchomieniem multiwibratora dekodery zwierają do zera sektor nr 1; po pierwszym impulsie sektor nr 2 itd. Jednocześnie impulsy multiwibratora podawane są przez bramkę „B1” i obniżacz binarny „OB1” na licznik dziesiętny „DL” pracujący w kodzie Z 421. Bramka „B1” steruje przerzutnikiem „P2” w ten sposób, że jest ona otwarta po naciśnięciu przycisku „START”. Powrót przerzutnika „P2” do stanu poprzedniego zamyka bramkę „B1”. Następuje to wówczas, gdy dekodery zwierają do zera kolejne sektory monogramu „natrafi” na ten, z którym kontaktuje szczotka zwierająca. Szczotka uzyskuje wtedy potencjał zero, co otwiera bramkę „B2” i kolejny impuls multiwibratora „G” przerzuca poprzez bramkę „B2” przerzutnik „P2”.

Jeżeli szczotka nie kontaktuje z żadnym sektorem, to wówczas po każdym impulsie startowym licznik dziesiętny „DL” powiększy swój stan o 10 jednostek,

tj. pełny cykl pracy, a przerzutnik „P2” nie wróci do stanu pierwotnego. Sytuacja taka jest sygnalizowana świeceniem czerwonej lampki „L1”.

Multiwibrator pracuje tak długo, aż ostatni, tj. dwudziesty impuls po przepełnieniu licznika wybierającego „LW” poprzez sprzężenie zwrotne przerzuci w drugie stabilne położenie przerzutnik „P1”. Cykl pracy jest zakończony, a układ przygotowany do następnego startu.

W ten sposób z 20 impulsów generowanych w każdym cyklu pracy przez multiwibrator „G”, licznik dziesiętny „DL” policzy tyle ile wynosi numer kolejny sektora płytki, z którym kontaktuje szczotka, podzielony przez dwa, np. jeśli szczotka kontaktuje z polem nr 10, to licznik policzy pięć impulsów.

Część wynośna urządzenia składa się z następujących elementów: dwu ramion o wspólnej osi obrotu — system cyrkla — podpartego w trzech punktach, wymiennej płytki komutacyjnej, szczotki zwierającej, nadajnika impulsów — przycisku „START”, przycisku kasowania stanu licznika dziesiętnego „KASO”, kabla połączeniowego (30-żyłowego).

Wyznaczenie efektu grawitacyjnego dla założonego modelu (w punkcie P) sprowadza się do następujących czynności:

- podzielenie modelu ciała zaburzającego na pionowe prostopadłościarny (siatka kwadratów) i wyznaczenie dla ich środków wartości  $Z_i$  (ryc. 12);
- ustawienie jednego z biegunów w punkcie P, dla którego obliczamy efekt grawitacyjny;
- przemieszczanie drugiego bieguna cyrkla na środki poszczególnych kwadratów, których  $Z_i$  odpowiadają wartości ustawienia szczotki zwierającej na płytce komutacyjnej (ryc. 8) i uruchomienie każdorazowo przycisku „START”.

Sumę wartości  $j$  dla danej głębokości  $Z_i$  wskazuje licznik dziesiętny sumatora (ryc. 10). Mając określone sumy  $j$  dla wszystkich  $Z_i$  występujących w obszarze całkowania, efekt grawitacyjny modelu w punkcie P oblicza się wg wzoru [13].

Urządzenie całkowicie zbudowane jest z elementów półprzewodnikowych w systemie panelowym. Charakteryzuje się ono małym poborem mocy i dużą trwałością.

## SUMMARY

The structure and the principles of operation of the new electronic-mechanical device are described in the paper. The device is used to estimate gravitation effects of three-dimensional bodies of any shape, size and depth of occurrence. It is shown that the device can be used to estimate topographic corrections for gravimetric purposes.

## РЕЗЮМЕ

В данной статье авторы описывают строение и принципы действия нового электронно-механического устройства для определения гравитационных эффектов трехмерных тел любой формы, величины и глубины их залегания. Анализируется также возможность использования этого устройства для определения топографических поправок в гравиметрии.