

METODYKA I CELE BADANIA ZMIENNOŚCI PARAMETRÓW ZŁOŻOWYCH

UKD 553.26.04:519.2:553.661.1(438—12)

W 1910 r. na łamach „Przeglądu Górniczo-Hutniczego” ukazała się praca S. Dobrzyńskiego pt. „Przyczynek do teorii określania składu złóż minerałów i niejednorodnych mas w ogóle”. Była ona jedną z pierwszych, o ile nie pierwszą, poruszającą zagadnienie ilościowej charakterystyki zmienności parametrów złożowych. Szersze badania tego problemu podjęte zostały jednakże dopiero w latach trzydziestych.

W kraju tematyką tą zajął się dopiero w 1953 r. R. Krajewski w pracy pt.: „Określanie zmienności złoża i jego stopnia geologicznego rozpoznania za pomocą wskaźników liczbowych”, opublikowanej w „Przeglądzie Geologicznym”. Zapoczątkowała ona systematyczne badania nad stosowaniem metod matematycznych w geologii złożowej, zwłaszcza do określania gęstości sieci rozpoznawczej, opróbowania i określania dokładności szacowania zasobów.

Zagadnienie zmienności parametrów złożowych jest więc od dawna obiektem żywego zainteresowania, a literatura przedmiotu liczy już dziesiątki publikacji. Zaproponowano dotychczas szereg formuł dla opisu zmienności parametrów złożowych wychodząc z różnych modeli zmienności. Można wyróżnić 3 takie modele: deterministyczno-geometryczny, probabilistyczny, mieszany (probabilistyczno-deterministyczny).

Model deterministyczno-geometryczny zakłada, że wartości parametru złożowego „u” są całkowicie zeterminowane przez położenie punktów, w których dokonuje się obserwacji, czyli

$$u = f(x, y)$$

gdzie: x i y — współrzędne, określające położenie punktów złoża. Postać matematyczna $f(x, y)$ jest nie znana, zakłada się jedynie, że jest ona ciągła, bez punktów osobliwych i że jej obrazem graficznym

jest mapa izolinii parametru „u” z reguły skonstruowana na zasadzie interpolacji liniowej (17).

Modelem przeciwnym do opisanego jest model probabilistyczny. Zakładamy w nim, że parametr złożowy jest zmienną losową. Do opisu zmienności można więc wykorzystać aparat statystyki matematycznej. Zmienność charakteryzujemy wówczas najczęściej za pomocą współczynnika zmienności:

$$V = \frac{S}{\bar{u}} 100\% \quad [1]$$

gdzie:

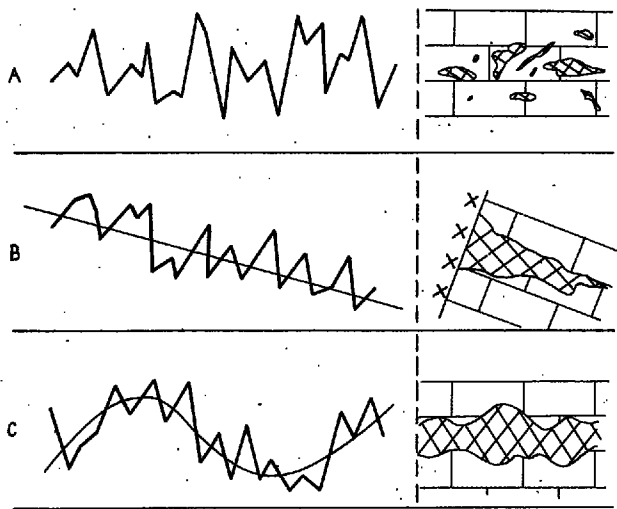
S — odchylenie standardowe parametru u ,
 \bar{u} — średnia arytmetyczna wartości badanego parametru.

Prostota opisu zmienności zyskała tej metodzie dużą popularność, jednakże założenie losowości obserwacji jest często poważnym przybliżeniem. Niejednokrotnie na tle przypadkowych wahań wartości parametru daje się zaobserwować pewne jego zmiany systematyczne. Zjawisko to tłumaczy trzeci model, mieszany, w którym zakładamy, że zmienność parametru złożowego jest zjawiskiem złożonym. Składa się na nią zmienność nielosowa, dająca się opisać za pomocą funkcji $f(x, y)$ i losowa nałożona na nielosową. Można więc napisać, że:

$$u = f(x, y) + r \quad [2]$$

gdzie: r reprezentuje wartość przypadkową. Mieszczą się w niej także przypadkowe błędy obserwacji, których z reguły nie można uniknąć.

Przy przyjęciu takiego mieszanego modelu zmienności wyłaniają się 2 zagadnienia: wydzielenie składnika nielosowego z tła wahań losowych i określenie postaci $f(x, y)$. Zagadnienie jest o tyle trudne, że w



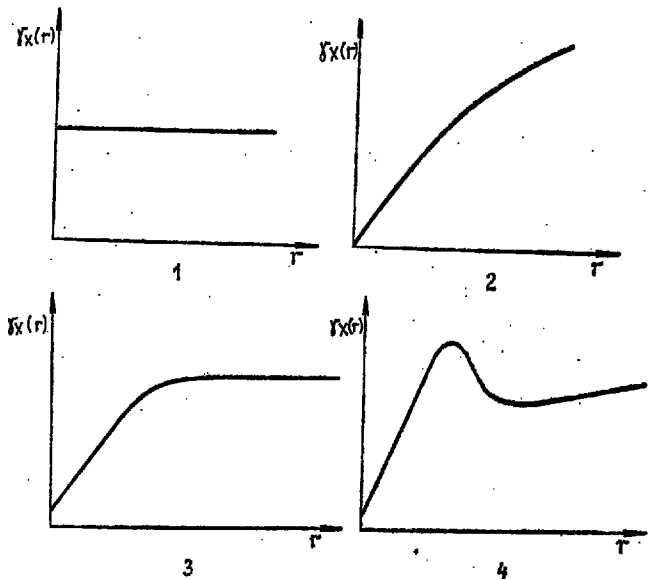
Ryc. 1. Typy zmienności parametrów złóżowych. A — losowa, B — złożona, kierunkowo-losowa, C — złożona, periodyczno-losowa.

Fig. 1. Types of variability of deposit parameters. A — random, B — complex random-oriented, C — complex periodic-random variability.

zasadzie postać $f(x, y)$ jest nie znana a priori. Wobec niedostatecznej dotychczas znajomości procesów fizyko-chemicznych formowania złóż nie można wprowadzić funkcji opisującej zmienność nielosową parametrów złoża. Można jednakże wyrobić sobie pogląd, co do ogólnej postaci tej funkcji i określić ją metodą aproksymacji. Możliwe jest wyróżnienie 2 form zmienności nielosowej (8), które można nazwać: kierunkową i periodyczną (ryc. 1).

Zmienność kierunkowa cechuje się występowaniem systematycznym zmian wartości parametru złożowego w poszczególnych kierunkach. Funkcję opisującą taką zmienność można aproksymować za pomocą wielomianu pierwszego, drugiego lub trzeciego stopnia. Zmienność periodyczna wyraża się występowaniem okresowych zmian wartości parametru. Zmienność taka jak sugeruje V. Nemeš (14) jest zjawiskiem powszechnym. Okresy zmienności można przyjąć, w myśl jego poglądów, za stosunkowo stałe. Pewność ta nie istnieje w odniesieniu do amplitudy. Zmienność kierunkowa i periodyczna może występować razem, co znacznie komplikuje analizę zmienności nielosowej.

Nieco inaczej ujmuje zagadnienie zmienności nielosowej A. J. Parsley (16). Uważa on również, że istnieją 2 typy zmienności nielosowej. Jeden, wyrażający się systematycznymi zmianami wartości parametru na całym badanym obszarze — odpowiada on więc wyżej zdefiniowanej zmienności kierunkowej. Drugi wyraża się występowaniem systematycznych zmian wartości parametru tylko w części badanego obszaru. A. J. Parsley nazywa ją zmiennością lokalną. W przypadku jeżeli pojawi się ona w kilku rejonach badanego złoża można ją identyfikować ze zmiennością periodyczną. Dla wydzielenia zmienności nielosowej z tła zmienności ogólnej zaproponowano szereg metod. Najstarszą z nich jest metoda wyrównywania obserwacji za pomocą średniej ruchomej, zaproponowana przez P. Ł. Kallistowa (4) oraz D. G. Kriega i M. J. Ueckermanna (9). Dzięki swej prostocie jest ona bardzo wygodna w zastosowaniach praktycznych. G. Koch i R. Link (6) dostarczyli ciekawego przykładu zastosowania tej metody do badania strefowości mineralizacji złoża żyłowego. Wykazano jednakże, że w tej metodzie wydzielenie składnika nielosowego jest sztuczne (12). Zależnie od długości interwału, na którym dokonuje się uśredniania i ilości powtórzeń uśredniania, otrzymuje się



Ryc. 2. Zasadnicze typy wariogramów. Fig. 2. Principal types of variographs.

różne postaci funkcji opisujących zmienność nielosową. Stosując analizę trendów powierzchni (10) można wydzielić z tła zmienności ogólnej zmienność kierunkową, dającą się opisać za pomocą wielomianu pierwszego, drugiego lub trzeciego stopnia:

$$u = A + Bx + Cy,$$

$$u = A + Bx + Cy + Dx^2 + Exy + Fy^2,$$

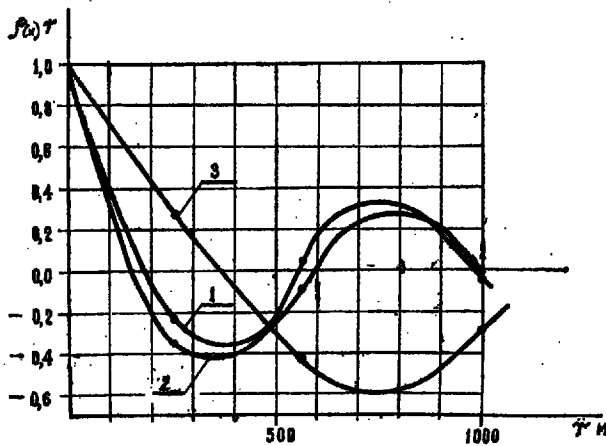
$$u = A + Bx + Cy + Dx^2 + Exy + Fy^2 + Gx^3 + Hx^2y + Ixy^2 + Jy^3.$$

Wartości współczynników A, B, C... znajduje się za pomocą metody najmniejszych kwadratów, aproksymując za pomocą wielomianu dane obserwacyjne. Zmienność periodyczna może w sposób istotny zaburzyć postać funkcji aproksymującej. Dlatego też A. J. Parsley proponuje by przeprowadzać najpierw aproksymację obserwowanych wartości parametru za pomocą wielomianu wysokiego stopnia. Uważa, że w ten sposób wydzieliła się z tła zmienności całkowitej łącznie zmienność kierunkową i periodyczną (lokalną). Następnie, przeprowadzając aproksymację uzyskanego wielomianu za pomocą wielomianu stopnia 1, 2 lub 3 wydzieliła się z tła zmienności nielosowej zmienność kierunkową, zaś odchyłki opisują zmienność lokalną. Zasadniczą trudność stanowi jednak brak informacji a priori, jaki powinien być stopień wielomianu opisującego całkowicie zmienność nielosową. Użycie wielomianów wyższych stopni może być ograniczone technicznymi możliwościami posiadanej maszyny cyfrowej. Dlatego też można żywić obawy, że aproksymacja za pomocą wielomianu wysokiego stopnia jest wykonywana często „na ślepo”, a wydzielenie zmienności nielosowej jest niepełne.

W ostatnich latach duże nadzieje w analizie zmienności wiąże się z zastosowaniem teorii funkcji losowych. Przyjmuje się, że obserwowane wartości parametru złożowego są realizacją funkcji losowej. Ich zmienność opisuje funkcja korelacyjna:

$$K_x(r) = \frac{1}{L-r} \int_0^L [f(x) - \bar{x}] [f(x+r) - \bar{x}] dx \quad [3]$$

lub lepiej funkcja spektralna, stanowiąca furierowskie przekształcenie funkcji korelacyjnej:



Ryc. 3. Porównanie funkcji korelacyjnych miąższości jednego ze złóż uzyskanych przy kolejnych stadiach (1, 2, 3) rozrzedzenia sieci (wg I. A. Kuziłowa).

Fig. 3. Comparison of correlations of thickness for one of deposits, obtained at successive stages (1, 2, 3) of refraction of network (after I. A. Kuzilow).

$$S_x(\tilde{\omega}) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_x(r) \cos \tilde{\omega} r dr \quad [4]$$

gdzie:

- L — długość badanego profilu,
- r — odległość między punktami, w których wykonano obserwacje,
- $f(x)$ — obserwowane wartości parametru złóżowego w poszczególnych punktach wzdłuż profilu,
- \bar{x} — średnia wartość parametru na odcinku $0 - L$,
- $\tilde{\omega}$ — częstotliwość wahań.

Funkcja korelacyjna ilustruje wzajemne powiązania między wartościami parametru, obserwowanymi w punktach odległych o dystans d . Funkcja spektralna obrazuje natomiast rozkład wariancji zależnie od częstotliwości wahań wartości parametru. Wariancja wahań losowych nie przekracza górnej granicy przedziału ufności dla średniej wartości funkcji spektralnej (18), przekraczają natomiast tę granicę wariancje zmienności kierunkowej i periodycznej. Zmienność kierunkowa jest tu również traktowana jako periodyczna o okresie równym lub przekraczającym wymiary badanego złoża.

Swoistą metodę badania zmienności rozwinął G. Matheron (13). Podstawową funkcją ilustrującą zmienność złoża jest według niego wariogram określony wzorem:

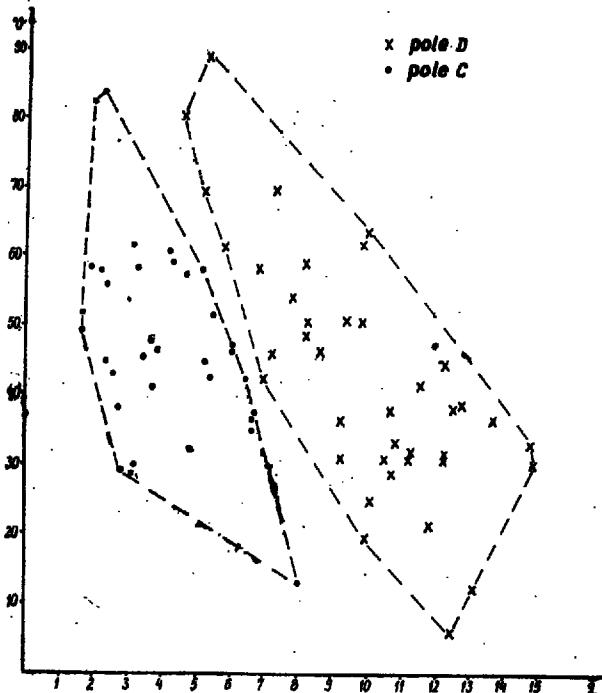
$$\gamma_x(r) = \frac{1}{L-r} \int_0^{L-r} [f(x+r) - f(x)]^2 dx \quad [5]$$

Jest on przekształceniem funkcji korelacyjnej (5):

$$\gamma_x(r) = 2[K_x(0) - K_x(r)] \quad [6]$$

Według G. Matherona dla zawartości metali w złożach rud charakterystycznych jest kilka typów wariogramów (ryc. 2). W przypadku zmienności całkowitej losowej wariogram jest prostą równoległą do osi rzędnych. Zmienność nielosowa wyraża się funkcjonalną zależnością $\gamma_x(r)$ od r .

Z powyższego przeglądu widać, że brak jest dotychczas jednolitego poglądu na metodykę badania zmienności złóż. Żadna też z proponowanych metod nie jest uniwersalna. Mimo wieloletnich wysiłków problem badania zmienności parametrów złóżowych



Ryc. 4. Wykres zależności współczynników zmienności zasobności (v) od zasobności średniej (q) dla jednego ze złóż siarki

Fig. 4. Diagram of dependence of reserves variability coefficients (v) on mean reserves (q) for one of sulphur deposits.

wciąż nie jest rozwiązany. Głównym celem badań nad zmiennością złóż jest znalezienie takiej formuły opisującej tę zmienność, aby na jej podstawie można było w sposób racjonalny projektować prace rozpoznawcze.

Przy przyjęciu probabilistycznego modelu zmienności zagadnienie jest rozwiązywane stosunkowo prosto. Ilość otworów niezbędną do rozpoznania złoża określa wzór:

$$n = \frac{t^2 v^2}{\epsilon^2} \quad [7]$$

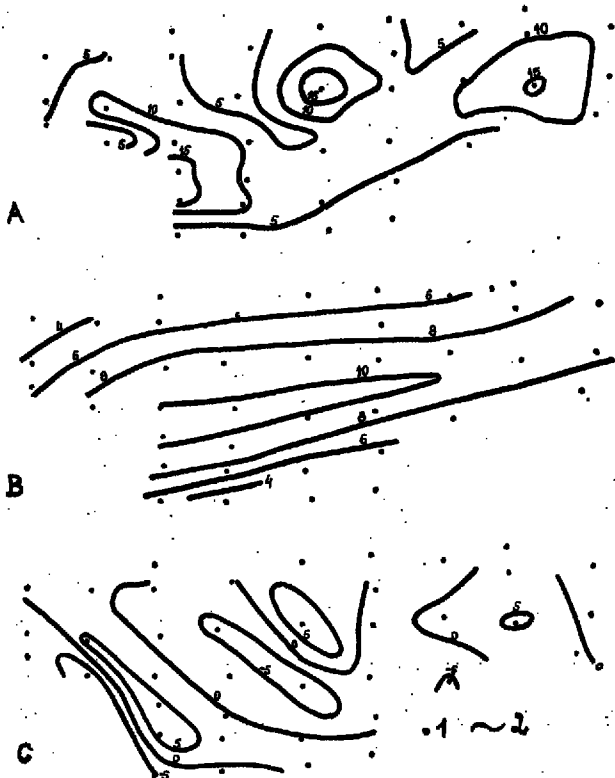
gdzie:

- t — statystyka studenta,
- V — współczynnik zmienności parametru złóżowego (zazwyczaj najbardziej zmiennego),
- ϵ — żądana dokładność oszacowania średniej wartości parametru.

Niedoskonałość takiego ujęcia jest ewidentna. Nie definiuje ono obszaru, na którym ma być przeprowadzone rozpoznanie z dokładnością ϵ . Praktyka wykazuje ponadto, że jeżeli występuje zmienność nielosowa dobre rozpoznanie złoża można osiągnąć za pomocą mniejszej ilości obserwacji niż wyliczona powyższą formułą.

P. Kallistow proponuje, by powyższą formułę stosować po wydzieleniu składnika nielosowego, a więc na podstawie wartości V wyliczonej wyłącznie dla losowego składnika zmienności. Inne metody wyznaczenia gęstości sieci punktów rozpoznawczych polegają na porównywaniu obrazów zmienności uzyskiwanych przy różnych stadiach sztucznego rozrzedzenia sieci. I tak P. A. Wasilew (19) oraz J. Górecki i M. Nieć (13) proponują wprost porównywanie map izolinii parametrów złóżowych, które można traktować jako geometryczny model zmienności.

J. A. Kuziłow (11) proponuje porównywanie funkcji korelacyjnych i spektralnych uzyskanych przy różnych stadiach rozrzedzenia (ryc. 3). Można też za-



Ryc. 5. Analiza trendu zasobności jednego ze złóż siarki.

A — mapa izolinii zasobności, B — mapa trendu aproksymowanego wielomianem drugiego stopnia, C — mapa odchyłek wartości obserwowanych od powierzchni trendowej. 1 — otwory wiertnicze, 2 — izolinie.

Fig. 5. Analysis of reserves trend for one of sulphur deposits.

A — map of reserves isolines, B — map of trend approximated by square polynomial, C — map of deviations of observed values from trend surface; 1 — boreholes, 2 — isolines.

proponować porównywanie funkcji trendowych. We wszystkich tych przypadkach gęstość sieci rozpoznawczej uważa się za wystarczającą w tym momencie, gdy jej zwiększenie nie wnosi istotnych zmian do uzyskanego obrazu zmienności złoża. Obecnie nie można jeszcze sprecyzować, która z wymienionych metod jest najwłaściwsza. Brak do tego dostatecznych podstaw teoretycznych i empirycznych.

Obok tych czysto użytkowych zagadnień związanych z badaniem zmienności złóż istnieje też druga dziedzina, na którą warto zwrócić uwagę. Zmienność parametrów złożowych jest rezultatem procesów formujących złoża, można więc oczekiwać, że poprzez analizę tej zmienności uzyska się informacje o procesach genetycznych. Na fakt ten zwracał już uwagę D. A. Zenkow (20), mimo to ten kierunek badań zmienności nie był dotychczas szerzej rozwijany.

Dwa poniższe przykłady mogą służyć jako ilustracje tego typu badań. Oba dotyczą złóż siarki rejonu tarnobrzesko-staszowskiego. Badania zmienności przeprowadzono w związku z analizą dokładności szacowania zasobów. Obliczone zostały współczynniki zmienności zasobności na podstawie danych z grup otworów. Zaobserwowano, że istnieje odwrotna korelacja między współczynnikiem zmienności zasobności a zasobnością średnią* (ryc. 4). Współzależność jest

* Dane liczbowe zasobności podane są w jednostkach umownych.

oczywista ex definitio, niemniej warto zwrócić uwagę, że dla dwu różnych rejonów tego samego złoża (C, D) wykresy tych zależności są względem siebie przesunięte. W rejonie oznaczonym symbolem C zasobność średnia jest niższa niż w rejonie D. Natomiast zmienność zasobności w obu rejonach jest podobna, mimo że w myśl zależności [1] należałoby oczekiwać, że zmienność zasobności w rejonie C będzie wyższa niż w D. Można stąd wyprowadzić wniosek, że przyczyna zróżnicowania zasobności w obrębie danego rejonu jest inna niż między rejonami. Zróżnicowanie zasobności między rejonami należałoby uznać za zjawisko wtórne w stosunku do pierwotnego zróżnicowania zasobności w obrębie obu rejonów.

W danym przypadku ten wtórny proces łatwo jest zidentyfikować. Polegał on na wylugowaniu siarki z partii wapieni siarkonośnych i utworzeniu płonnych wapieni kawernistych (15). Rezultatem było zmniejszenie miąższości złoża i zasobności obserwowane w rejonie C.

Istnienie wtórnych procesów różnicujących zasobność złoża sugeruje możliwość istnienia nielosowej zmienności zasobności. W myśl tej hipotezy zastosowano do badania zmienności zasobności jednego ze złóż analizę trendów. Stwierdzono, że w zmienności zasobności tego złoża istnieje składnik nielosowy i że tę nielosową zmienność zasobności można opisać za pomocą wielomianu drugiego stopnia. Interesujący jest obraz graficzny powierzchni trendowej i odchyłek (ryc. 5). Naprzemianległy układ dodatnich i ujemnych wartości odchyłek sugeruje, że wielomian drugiego stopnia nie opisuje całkowicie nielosowego składnika zmienności zasobności.

Z układu izolacji na mapie trendu i odchyłek można ponadto wnosić, że istnieją dwa kierunki zmian zasobności wzajemnie krzyżujące się. Sugeruje to, że zróżnicowanie zasobności może być w pewnym stopniu uzależnione od tektoniki. W utworach mioceńskich tego rejonu obserwujemy bowiem liczne krzyżujące się spękania ciosowe, o kierunkach NW-SE i SW-NE, które w obrębie wapieni siarkonośnych często są wypełnione siarką.

LITERATURA

1. Bogackij W. W. — Matematyczny analiz rozwiędnocznój sieci. Moskwa, 1956.
2. Dobrzyński S. — Przyczynki do teorii określenia składu złóż minerałów i niejednorodnych mas wogóle. Prz. gór.-hutn. 1910, t. 7.
3. Górecki J., Nieć M. — Rozpoznawanie złóż siarki dla prognozowania eksploatacji metodą podziemnego wytapiania. Zesz. nauk. AGH. 1972, t. 5.
4. Kallistow P. L. — Izmienciwost' orudienienija i płotnost' nabludienij pri razwiedkie i oprobowanii. Sow. Geol. 1956, Sb. 53.
5. Kaźdan A. B. — O matematyčeskom opisani izmienciwosti geologorazwiedocznych paramietrow rudnych zalezėj. Matematyčeskije metody w geologii. Moskwa, 1968.
6. Koch G. S., Link R. F. — Zoning of metals in two veins of the Frisco Mine, Chichuachua, Mexico. Int. Geol. Congr. Rep. XXI Ses. Norden, p. XVI, Copenhagen, 1960.
7. Krajewski R. — Określanie zmienności złoża i jego stopnia geologicznego rozpoznania za pomocą wskaźników liczbowych. Prz. geol. 1953, nr 4.
8. Krajewski R. — Określanie zmienności złoża i stopnia rozpoznania zasobów metodą rachunku statystycznego. Pr. Inst. Geol. t. XXX. Czterdzieści lat Inst. Geol., cz. III, 1962.

9. Kriege D. S., Ueckermann H. J. — Value contours and improved regression techniques for ore reserves valuations. Journ. South Afr. Inst. Min. Met. 1963, vol. 63.
10. Krumbein W. C., Graybill F. A. — An introduction to statistical models in geology. New York, 1965.
11. Kuziłow I. A. — K wyboru optimalnoej płotnosti rozmieszczenia skważin. Trudy IFNIL, wyp. 22. Ufa, 1968.
12. Margolin A. M. — Ocenka slučajnoej izmencziwosti orudnienija. Woprosy markszejdersko geologiczeskoj służby. Moskwa, 1968.
13. Matheron G. — Traite de geostatistique applique. Mem. BRGM, no. 14. Paris, 1962.
14. Nemeč V. — The law of regular structural pattern. Its applications with special regard to mathematical geology. Int. Coll. on Geostat. Kansas, 1970.
15. Nieć M. — Geneza płonnych wapieni kawernistych w siarkonošnej serii w rejonie tarnobrzezkim. Spraw z pos. Kom. Oddziału PAN w Krakowie. W druku.
16. Parsley A. J. — Application of autocorrelation criteria to the analysis of mapped geologic data from the Coal Measures of Central England. Journ. 1971; IAMG, vol. 3, no. 3.
17. Ryżow P. A. — Geometrija niedr. Moskwa, 1964.
18. Sieriebriennikow M. G., Pierwozwanskij A. A. — Wyjawlenie skrytych pieriodicznostiej. Moskwa, 1965.
19. Wasilew P. A. — Now metod za opriedielanije na optimalnata dustota na pruczwatelnata mreža. Spisanie na BGD, 1962, t. 2.
20. Zienkow D. A. — Czetyrie tipa izmencziwosti rudnych tieł. Razw. i Ochr. Niedr. 1955, nr 6.

SUMMARY

Description of variability of deposit parameters is made on the basis of a deterministic, probabilistic or mixed model. Deterministic model assumes a relationship between parameters value and position of observation points. Probabilistic model accepts random parameters deviations. Mixed model assumes that on the basis of casual deviations it is possible to observe systematic, non-random changes of values of parameters. They may be oriented or periodic. Separation of non-random variability component from the background of random deviations is made by means of mean-moving trend, correlation and spectral analyses.

Basic principles of the methodology of determination of reconnaissance network in relation to variation of deposits parameters and possibilities of utilization of various studies for solving problems of genesis of deposits are discussed. The discussion is illustrated by the results of studies on sulphur deposits.

РЕЗЮМЕ

Вариации параметров месторождений описываются на основании моделей вероятности, детерминистической и смешанной. В детерминистической модели принимается зависимость величины параметров от расположения точек наблюдения. Модель вероятности основывается на стихийных вариациях параметров. В смешанной модели предполагается, что на фоне стихийных колебаний проявляются систематические, нестихийные изменения величины параметров, направленные или периодические. Определение нестихийного компонента вариаций на общем фоне стихийных колебаний производится с помощью средней переменной, анализа статистических рядов, спектрального и корреляционного анализов.

Описаны методы определения густоты разведывательной сети в зависимости от вариаций параметров месторождений. Рассматриваются возможности использования анализа вариаций при решении проблемы генезиса месторождений. Рассуждения дополнены примерами исследования залежей серы.