

PRÓBA ZASTOSOWANIA METOD STATYSTYCZNYCH DLA APRIORYCZNEGO OKREŚLANIA NIKTÓRYCH WŁASNOŚCI SUROWCÓW ILASTYCH

UKD 553.611.023.004.12:519.24

Istnieje ścisła współzależność między poszczególnymi cechami surowców mineralnych określanymi badaniami laboratoryjnymi. Jakościowa interpretacja tych zależności znana jest każdemu doświadczonemu ceramikowi. Dużo trudniejsze jest ilościowe oszacowanie nie zbadanego laboratoryjnie parametru cechującego surowiec, na podstawie innych, zbadanych cech. Rozwiązanie tego problemu miałyby duże znaczenie przy analizie materiałów archiwalnych dotyczących złóż. Badania surowców ilastych są często niekompletne, określają tylko te parametry, których znajomość była potrzebna dla założeń produkcji konkretnego asortymentu. Większe byłyby też możliwości wnioskowania o surowcach w trakcie poszukiwań geologicznych, zwłaszcza na etapie badań podstawowych. Wprowadzenie dodatkowych danych rozszerzyłoby wiedzę o złożach zawartą w dokumentacjach geologicznych.

Treścią niniejszego artykułu są rozważania, czy praktycznie możliwe jest przewidywanie dowolnych cech surowca częściowo zbadanego, a jeżeli tak — to z jaką dokładnością. Dla rozwiązania problemu posłużono się metodami matematycznymi, a uzyskane wyniki są efektem szacowania wyprowadzonych w pracy modeli statystycznych. Trudność polega na ustaleniu jednorodnej i reprezentatywnej próbki statystycznej. Idealna próbka powinna zawierać pełne badania dużej ilości surowców, wykonane w tych samych warunkach, w jednym laboratorium. Z uwagi na wysokie koszty takiego opracowania oparto się na badaniach archiwalnych, świadomie wprowadzając dane obarczone błędami.

Poszczególne laboratoria cechują pewne różnice w uzyskiwanych wynikach, co wiąże się z interpretacją, głównie zaś z warunkami wypalania próbek skał. Dotyczy to typu pieca, stosowanego reżimu wypalania, doboru końcowej temperatury wypalania, zależnie od rodzaju surowca. Dane archiwalne cechuje niejednorodność wyrażająca się pomijaniem niektórych elementów badań technologicznych, w związku z czym do analiz statystycznych brano tylko wspólne elementy badań z punktu widzenia rozpatrywanych cech. Wspomniana niejednorodność spowodowała konieczność znacznego podniesienia wartości granicznych podczas testowania istotności używanych parametrów modeli statystycznych. Pociągało to za sobą zwiększenie ilości parametrów nie różnych od zera w sposób istotny, w sensie statystycznym.

Dane wejściowe, przez weryfikację, oparto na wynikach 400 badań laboratoryjnych zebranych z następujących ośrodków: byłego Instytutu Przemysłu Szkła i Ceramiki, Centralnego Ośrodka Badawczo-Rozwojowego Przemysłu Ceramiki Budowlanej, Akademii Górniczo-Hutniczej, CERGEO, Przedsiębior-

stwa Geologicznego we Wrocławiu. Przy doborze ankiet kierowano się kryteriami: jak największego wachlarza danych analizowanych wyników; jak najmniejszej liczby ośrodków badawczych, z których pochodziły wyniki; objęcia ankietami wyników badań różnych typów surowców ilastych z terenu całej Polski. Do obliczeń wprowadzono następujące wyniki z badań laboratoryjnych.

I. Analiza chemiczna (skład):

- X₁ — SiO₂,
- X₂ — Al₂O₃+TiO₂,
- X₃ — Fe₂O₃,
- X₄ — CaO,
- X₅ — MgO,
- X₆ — K₂O,
- X₇ — Na₂O,
- X₈ — S całkowita,
- X₉ — wartość straty prażenia,
- X₁₀ — obecność SO₄

II. Wyniki analizy granulometrycznej (uziarnienie w mm):

- X₁₁ — >1,0,
- X₁₂ — 0,06—1,0,
- X₁₃ — >0,06,
- X₁₄ — 0,01—0,06,
- X₁₅ — 0,005—0,01,
- X₁₆ — 0,005—0,06,
- X₁₇ — 0,001—0,005,
- X₁₈ — 0,001—0,06,
- X₁₉ — <0,001,
- X₂₀ — <0,06.

III. Wyniki związane z surowcem nie wypalonym:

- X₂₁ — ilość wody zarobowej,
- X₂₂ — ilość wody higroskopijnej,
- X₂₃ — skurczliwość wysychania,
- X₂₄ — plastyczność*,
- X₂₅ — wrażliwość na suszenie wg skali Piltza.

IV. Wyniki związane z jakością surowca po wypaleniu:

- X₂₆ — optymalna temp. wypalania,
- X₂₇ — skurczliwość całkowita,
- X₂₈ — nasiąkliwość metodą moczenia,
- X₂₉ — nasiąkliwość metodą gotowania,
- X₃₀ — ciężar objętościowy,
- X₃₁ — porowatość względna,
- X₃₂ — wytrzymałość na ściskanie,
- X₃₃ — wytrzymałość na zginanie.

* Przy analizie plastyczności oparto się na przybliżonym podziale na surowce małoplastyczne, plastyczne i bardzo plastyczne (odpowiednio przy liczbie Pfefferkorna 1,6—1,7, 1,7, 1,7—2,2 i >2,2% wody zarobowej bezwzględnej).

Wyników badań mrozoodporności nie rozpatrywano, gdyż technika badań (wynik brzmi tak lub nie) uniemożliwia uznanie tej zmiennej za mierzalną, a tym samym poszukiwanie zależności funkcjonalnych. Nie uwzględniono też kilku innych parametrów, jak np. kwaso- czy ługoodporności, ze względu na niewystarczający materiał statystyczny. Do badań nie wprowadzono również wyników analiz mineralogicznych, ponieważ ilościowe oznaczenie minerałów jest badaniem niepowtarzalnym. Skład mineralogiczny ma wpływ na reakcje zachodzące w trakcie wypalania surowca. Niepełne ustalenie tych zmian obniża wartość modeli, nie w takim jednak stopniu, żeby nie mogły one być zastosowane.

W celu określenia reprezentatywności próbek dokonano obliczenia średnich wartości w próbce dla analizowanych zmiennych i zbadano, czy są dostatecznie dobrymi estymatorami dla wartości średnich w całej populacji ankietowanych surowców. Po uzyskaniu pozytywnego wyniku badań przeprowadzono analizę korelacji, dzięki której otrzymano współczynniki korelacji prostej; na ich podstawie ustalono pary zmiennych o współczynnikach korelacji, istotnie różnych od zera. Poziom ufności 0,95 ($\alpha=0,05$).

Dla wszystkich par zmiennych, ujętych w macierzy, dokonano przetestowania hipotezy:

$$H_0: r_{x_i x_j} = 0$$

gdzie: r — współczynnik korelacji,
 x_i — zmienne objaśniane,
 x_j — zmienne objaśniające,

podczas weryfikacji której posłużono się zmienną:

$$z = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \cdot \sqrt{n-2}$$

n — ilość stopni swobody z n_{ij} elementarnych wyników badań wybranych z dwuwymiarowej populacji normalnej, która przy współczynniku korelacji równym 0 ma rozkład t -Studenta o $n-2$ stopniach swobody. W analizowanym problemie graniczne wartości rozkładu Studenta są, ze względu na zmienne liczności, różne dla poszczególnych par $x_i x_j$.

Po wyeliminowaniu zmiennych współzależnych dokonano estymacji modeli regresyjnych w oparciu o iterecyjną metodę najmniejszych kwadratów. Wyznaczono parametry linii regresji drugiego rodzaju w postaci:

$$x_i = a_{ij} x_j + \beta_{ij}$$

gdzie: a_{ij} — współczynnik regresji w modelu,
 β_{ij} — stała regresji w modelu.

Standardowe odchylenie a_{ij} zdefiniowano wg wzoru:

$$S_a = \sqrt{\frac{\sum_k (x_{ik} - a_{ij} x_{jk} - \beta_{ij})^2}{n-2} \cdot \frac{1}{\sum (x_{jk} - \bar{x}_j)^2}}$$

gdzie: K — wartość zmiennej w kolejnej próbie,
 x_j — średnia wartość zmiennej objaśniającej.

W celu oszacowania wiarygodności wyestymowanych modeli posłużono się statystyką:

$$t = \frac{a - a_0}{S_a}$$

gdzie:

a — współczynnik regresji,
 a_0 — stała regresji,

która ma, przy założeniu prawdziwości H_0 , rozkład t -Studenta o $n-2$ stopniach swobody. Dla przyjętych dla modeli poziomów istotności $\gamma=0,01$ i $\gamma=0,05$

określono z rozkładu wartości t_γ i po przekształceniu otrzymano wielkość:

$$a_{\max} = a - t_\gamma \cdot s$$

maksymalną, dla której hipoteza:

$$H_0: a = a_{\max}$$

zostaje odrzucona w drodze testu istotności na korzyść hipotezy alternatywnej. Skonstruowane tą drogą modele:

$$x_i = a_{\max ij} \cdot x_j + \beta_{ij}$$

pozwalają na określenie, przy przyjętym poziomie ufności, maksymalnej wartości x_i dla ustalonej wartości x_j , przy czym $a_{\max ij}$ należy interpretować jako wielkość zmiany wartości (zmiennej objaśnionej spowodowanej jednostkową zmianą zmiennej objaśniającej).

W podobny sposób przeprowadzono analizę regresji wielorakiej. W celu skonfrontowania modeli wchodzących w skład powyższych zbiorów posłużono się zarówno wynikami analizy korelacji, jak i dowiadczeniami podstawowymi w technologii ceramiki. W wyniku estymacji metodą najmniejszych kwadratów otrzymano 36 modeli liniowych w postaci:

$$x_i = \sum b_{ij} x_j + b_i$$

Po wyestymowaniu modeli dokonywano na poziomie wartości 0,95 testowania hipotez o istotności współczynnika korelacji oraz o istotności współczynników regresji przy poszczególnych zmiennych objaśniających. Operacji estymacji modeli regresyjnych dokonywano wielokrotnie eliminując podczas estymacji cechy współzależne zakładające obraz współzależności. Do dalszej dyskusji dopuszczono wyłącznie następujące modele liniowe charakteryzujące się istotnymi wartościami współczynników korelacji regresji.

Modele z regresji wielorakiej:

- opt. temp. wyp. — $X_{26} = 1188,30 - 14,30 X_3 + 8,65 X_2 - 80,40 X_6$,
 $R = 0,972$, $Sr = 35,23$, $q = 3,45$;
- skurozliwość całk. — $X_{27} = -4,73 + 0,82 X_2 + 1,37 X_5 + 6,43 X_{10}$,
 $R = 0,819$, $Sr = 3,01$, $q = 31,02$;
- $X_{27} = 4,01 - 0,13 X_{16} + 0,13 X_{18} + 0,15 X_{19}$,
 $R = 0,67$, $Sr = 3,30$, $q = 34,01$;
- $X_{27} = 1,64 + 0,66 X_2 = 1,79 X_5 + 6,11 X_{10} - 0,07 X_{18}$,
 $R = 0,84$, $Sr = 2,91$, $q = 29,99$;
- nasiąkl. met. moc. — $X_{28} = 15,05 - 0,63 X_2 + 3,70 X_5$,
 $R = 0,948$, $Sr = 1,66$, $q = 14,46$;
- ciężar objętość. — $X_{30} = 1,65 + 0,79 X_7 - 0,65 X_{10}$,
 $R = 0,93$, $Sr = 0,104$, $q = 5,62$;
- $X_{30} = 2,75 - 0,18 X_{24} - 0,07 X_{23}$,
 $R = 0,67$, $Sr = 0,12$, $q = 6,49$;
- porowatość wzgl. — $X_{31} = 37,30 - 1,10 X_2 - 10,25 X_{10}$,
 $R = 0,62$, $Sr = 6,84$, $q = 32,64$;
- $X_{31} = 14,10 + 0,79 X_{11} + 0,10 X_{14}$,
 $R = 0,36$, $Sr = 7,62$, $q = 36,37$;
- wytr. na ściskanie — $X_{31} = 1465,98 - 13,87 X_1 + 6,51 X_2 - 67,51 X_5 - 30,43 X_9$,
 $R = 0,65$, $Sr = 132,22$, $q = 39,25$;

$$- X_{31} = 19,17 + 32,86 X_3 + \\ + 18,94 X_2 - 11,83 X_4 + \\ + 146,42 X_{10} - 13,85 X_{11}, \\ R = 0,71, Sr = 126,81, q = 37,65;$$

opt. ilość wody
zarobowej

$$- X_{21} = 40,55 - 0,32 X_{11} - \\ - 0,32 X_{12} - 0,23 X_{13}, \\ R = 0,80, Sr = 4,15, q = 15,29;$$

skurozl. wysychania

$$- X_{23} = 3,89 + 0,44 X_3 + 0,26 X_2 - \\ - 0,28 X_{11} - 0,04 X_{14}, \\ R = 0,86, Sr = 1,69, q = 23,37;$$

plastyczność

$$- X_{24} = 6,42 - 0,06 X_1 - 0,07 X_4, \\ R = 0,70, Sr = 0,50, q = 18,32,$$

wrażliwość na susze-
nie wg skali Piltza

$$- X_{25} = 8,72 - 0,43 X_3 - \\ - 0,21 X_4 + 0,62 X_5, \\ R = 0,68, Sr = 1,22, q = 21,37; \\ - X_{26} = 8,63 - 0,15 X_{23} - 0,99 X_{24}, \\ R = 0,99, Sr = 0,14, q = 2,45.$$

R — współczynnik korelacji wielorakiej,
 Sr — standardowe odchylenie reszt,
 q — współczynnik zmienności.

Podane przy opisie modeli parametry zwane współczynnikami strukturalnymi modelu określają, w wypadku współczynników występujących przy zmiennych objaśniających, o ile średnio wzrosnie (lub zmaleje) wartość zmiennej objaśnianej przy zmianie wartości odpowiedniej zmiennej objaśniającej. Współczynnik nie związany ze zmiennymi jest wyrazem wolnym modelu. Pozostałe wielkości można użyć przy analizie „dobroci” modelu, gdyż:

R — oznacza wielkość współczynnika korelacji wielorakiej, co pozwala na określenie stopnia skorelowania zmiennej objaśnionej z występującymi w modelu zmiennymi objaśniającymi;

Sr — pozwala na ustalenie wielkości „średniego” błędu dopasowania szeregu rzeczywistego do wyestymowanego modelu;

q — określone jako $q = \frac{Sr \cdot 100\%}{x_i}$ stosunkiem

standardowego odchylenia reszt do wartości średniej zmiennej objaśnionych w szeregu doświadczalnym.

Modele regresyjne drugiego rodzaju:

skurozliwość całkowita — $X_{27} = 0,727 + 0,432 X_2;$

nasiąkliwość
(met. gotowania) — $X_{29} = 15,529 + 2,052 X_2;$
— $X_{29} = 7,901 + 1,059 X_{28};$

porowatość względna — $X_{31} = 4,967 + 1,336 X_{21}.$

WNIOSKI

1. W wyniku przeprowadzonych badań można stwierdzić, że wielkości wartości badanych laboratoryjnie parametrów charakteryzujących surowiec ilasty posiadają między sobą powiązania funkcjonalne możliwe do odtworzenia w postaci wymiernej liczbowo.

2. Istnieją realne szanse, że operując przedstawioną metodą można wyestymować dostatecznie dobre modele statystyczne dla wszystkich cech charakteryzujących surowiec (przed i po wypaleniu), a stopień skorelowania poszczególnych zmiennych będzie dużo wyższy niż w przedmiotowym opracowaniu. Warunkiem jest jednak wprowadzenie do zbioru dla obliczeń reprezentatywnej i jednolitej próbki oraz przeprowadzenie obliczeń oddzielnie dla poszczególnych grup surowcowych.

3. Przedstawione w pracy modele w formie obecnej mają jedynie charakter szacunkowy.

LITERATURA

1. Greń J. — Modele i zadania statystyki matematycznej, PWE, 1970.
2. Orszegh A. — (pr. zbior.) Kierunki wykorzystania maszyn cyfrowych dla potrzeb technologicznych przemysłu ceramicznego (referat). Kołobrzeg, 1970.
3. Petrażycki B. — Estymacja parametrów modeli statystycznych zastosowana w technologii ceramiki. Szkło i Ceramika, 1973, nr 2.
4. Petrażycki B. — Statistische Methoden zur Einschätzung der Tauglichkeit von Sanden zur Herstellung von Kalksandsteinen. Baustoffindustrie, 1975, H. 2.