

INEZ WIATR, NINA LIPiNSKA

Ośr. Bad. — Rozw. Inf. Gosp. Ter. i Ochr. Sr., PAN.

ZASTOSOWANIE ANALIZY WARIANCJI W REGIONALNYCH BADANIACH GLIN ZWAŁOWYCH

UKD 519.3:624.131.224

Jedną z najczęściej stosowanych w geologii technik statystycznych jest analiza wariancji, szczególnie pomocna tam, gdzie celem badań jest ocena zmienności, związana z różnymi źródłami zmian lub ocena różnic pomiędzy geologicznymi populacjami. Podstawę wszelkich rozważań statystycznych w geologii stanowią, reprezentatywne w sensie ilości jak również cech na nich mierzonych, próbki. Jeśli z populacji gliny zwałowej pobierzemy 1 próbkę i pomierzmy na niej kilkakrotnie daną cechę, to wówczas matematyczną strukturę pojedynczego pomiaru można wyrazić jako:

$$Y_j = a + e_j \quad [1]$$

gdzie: Y_j — pojedyncza wartość pomiaru,
 a — „prawdziwa” wartość cechy w danej próbce,
 e_j — odchylenie danego pomiaru od „prawdziwej” wartości cechy w danej próbce (losowy błąd pomiaru).

Jeżeli weźmiemy n próbek i na każdej wykonamy 1 pomiar, to wówczas matematyczny model pomiaru można przedstawić jako:

$$Y_i = \mu + a_i \quad [2]$$

gdzie: Y_i — pojedyncza wartość pomiaru cechy w danej próbce,

μ — średnia wartość mierzonej cechy w populacji,

a_i — odchylenie „prawdziwej” wartości mierzonej cechy w i -tej próbce od średniej wartości cechy w populacji, odzwierciedlające inherentną zmienność.

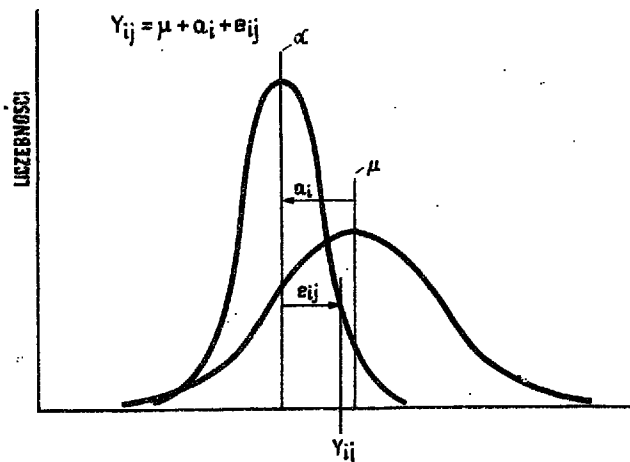
Poniżej przedstawiono graficznie uogólnioną matematyczną strukturę pojedynczego pomiaru (3):

$$Y_{ij} = \mu + a_i + e_{ij} \quad [3]$$

gdzie: Y_{ij} — j -ty pomiar w i -tej próbce,

μ — średnia wartość cechy w populacji,

a_i — odchylenie wartości cechy w próbce od „prawdziwej” średniej wartości cechy w populacji,



Graficzne uogólnienie matematycznej struktury pojedynczego pomiaru (wg W. C. Krumbaina i F. A. Graybilla).

Graphic generalization of the mathematical structure of a single measurement (after W. C. Krumbain and F. A. Graybill).

ϵ_{ij} — odchylenie j-tego pomiaru na i -tej próbie od jej prawdziwej wartości.

Celem niniejszego artykułu jest pokazanie i przedstawienie możliwości zastosowania prostego modelu analizy wariancji, opartej na założeniu, iż wariancja sumy zmiennych losowych jest równa sumie wariancji tych zmiennych, we wstępnych, porównawczych badaniach regionalnych. Analizie statystycznej poddano gliny piaszczyste dwu poziomów glin zwałowych złodowacenia środkowopolskiego, glaciostadiau Radomki z regionu Turka (8) i glaciostadiau Warty z regionu Płocka (7).

Serie glin zwałowych obu poziomów, w których obrębie zalega glina piaszczysta, występują w bardzo zmiennym wykształceniu przestrzennym, co m. in. wiąże się z zakłóceniami dynamicznymi spowodowanymi przez ciśnienie i ruch postępowy łądłodu, a syngenetycznie z tworzeniem się dennego poziomu morenowego (2, 5, 8).

Analizy wariancji nie zastosowano do populacji glin zwałowych w całości, lecz jedynie do jednego typu litologicznego, tj. gliny piaszczystej, która zgodnie z klasyfikacją gruntoznawczą obejmuje bardzo wąski zakres składu granulometrycznego: zawartość frakcji ilowej w granicach 10–20%, pyłowej mniej niż 30%, piaszkowej powyżej 50%.

Glina piaszczysta należy do grupy gruntów spoiwistych, której jednym z istotnych parametrów opisujących typ litologiczny, jak również typ mineralogiczny, jest wskaźnik Skemptona (4, 6). Wiąże on wskaźnik plastyczności, stanowiący różnicę między granicą płynności a granicą plastyczności, z procentową zawartością frakcji ilowej. Za cechy reprezentatywne, opisujące z punktu widzenia merytorycznego glinę piaszczystą, uznano więc wskaźnik aktywności koloidalnej Skemptona oraz w rozważaniach wtórnych wskaźnik plastyczności, zgodnie z którym w praktyce gruntoznawczej dokonuje się klasyfikacji gruntów spoiwistych (1).

Przed przystąpieniem do regionalnej analizy porównawczej, wychodząc z matematycznej struktury pojedynczego pomiaru ujętej wzorami [1], [2] i [3], przeprowadzono za pomocą analizy wariancji (w tzw. klasyfikacji pojedynczej) weryfikację oznaczeń wyznaczonych przez 3 różne przedsiębiorstwa. Wyjściowa statystyczna hipoteza zerowa (H_0) zakłada równość wariancji cech: wskaźnika Skemptona i plastyczności między wszystkimi trzema przedsiębiorstwami. Weryfikację założonej hipotezy przedstawioną w tabelach I–IV.

Tabela I

ANALIZA PORÓWNAWCZA MIĘDZY PRZEDSIĘBIORSTWAMI I i III

a) wskaźnik Skemptona

Źródło zmienności	Suma kwadratów	Stopnie swobody	Średni kwadrat	Test F
ogólne	2,480	55–1		
między przedsiębiorstwami	0,013	1	0,013	
w obrębie wyników poszczególnych przedsiębiorstw	2,461	53	0,046	

b) wskaźnik plastyczności

Źródło zmienności	Suma kwadratów	Stopnie swobody	Średni kwadrat	Test F
ogólne	311,96	55–1		
między przedsiębiorstwami	5,24	1	5,24	
w obrębie wyników poszczególnych przedsiębiorstw	306,72	53	5,787	

Tabela II

ANALIZA PORÓWNAWCZA MIĘDZY PRZEDSIĘBIORSTWAMI I i II

a) wskaźnik Skemptona

Źródło zmienności	Suma kwadratów	Stopień swobody	Średni kwadrat	Test F
ogólne	2,060	60–1		
między przedsiębiorstwami	0,330	1	0,330	11
w obrębie wyników poszczególnych przedsiębiorstw	1,730	58	0,030	

$$F^0 > F_{\alpha_0, 0,5} \text{ i } \alpha_0, 0,1$$

b) wskaźnik plastyczności

Źródło zmienności	Suma kwadratów	Stopień swobody	Średni kwadrat	Test F
ogólne	410,76	60–1		
między przedsiębiorstwami	47,00	1	47,00	7,49
w obrębie wyników poszczególnych przedsiębiorstw	363,76	58	6,27	

$$F^0 > F_{\alpha_0, 0,5} \text{ i } \alpha_0, 0,1$$

Porównanie oznaczeń między przedsiębiorstwami oznaczonymi I i III, jak wynika z tabeli Ia (dla wskaźnika Skemptona) i Ib (dla wskaźnika plastyczności) wyraźnie wskazuje, iż zmienność (suma kwadratów) wartości cech w obrębie poszczególnych przedsiębiorstw jest większa niż między przedsiębiorstwami, co automatycznie anuluje wyznaczenie funkcji testowej.

Tabela III

ANALIZA PORÓWNAWCZA MIĘDZY PRZEDSIĘBIORSTWAMI II I III

a) wskaźnik Skemptona

Źródło zmienności	Suma kwadratów	Stopień swobody	Średni kwadrat	Test F
ogólne	8,177	55—1		98,29
między przedsiębiorstwami	5,308	1	5,308	
w obrębie wyników poszczególnych przedsiębiorstw	2,869	53	0,054	

$$F^0 > F_{\alpha_{0,05}} \text{ i } \alpha_{0,01}$$

b) wskaźnik plastyczności

Źródło zmienności	Suma kwadratów	Stopień swobody	Średni kwadrat	Test F
ogólnie	544,53	55—1		12,57
między przedsiębiorstwami	77,89	1	77,86	
w obrębie wyników poszczególnych przedsiębiorstw	466,64	53	8,80	

$$F^0 > F_{\alpha_{0,05}} \text{ i } \alpha_{0,01}$$

Formułując statystycznie: nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o równości wariancji. Merytorycznie: wydaje się, iż oznaczenia obu przedsiębiorstw można uznać za porównywalne. Analiza porównawcza między przedsiębiorstwami oznaczonymi I i II (tabela IIa i IIb) wskazuje na konieczność zastosowania testu F-Snedecora. Z porównania wartości F obliczonego (podanego w tabelach) i F tabelarycznego (obliczonego na podstawie tablic F-Snedecora) wynika zarówno na poziomie $\alpha_{0,05}$, jak i $\alpha_{0,01}$, że nie ma podstaw do przyjęcia hipotezy o równości wariancji, a zatem merytoryczne porównywanie wyników oznaczeń obu przedsiębiorstw budzi wątpliwość. Analogiczny wniosek nasuwa się przy porównaniu oznaczeń przedsiębiorstw oznaczonych II i III.

Z tych trzech porównań w konsekwencji nasuwa się logiczny wniosek wyeliminowania z rozważań oznaczeń wykonanych przez przedsiębiorstwo II, niemniej postanowiono sprawdzić ten wniosek przy pomocy metody Tukeya (9), opartej na obliczeniu całkowitej istotnej różnicy CIR. Poniżej, w tabeli IV podano wyniki rozważań dotyczących oznaczeń wskaźnika plastyczności uzyskanych z trzech przedsiębiorstw, które w tabeli nazwano grupami.

Średnie grupowe ułożono według wartości wrażliwych, a uzyskane różnice porównano z wartością CIR, która odpowiednio obliczona za pomocą tablic Tukeya wyniosła 0,96. Jak z tych porównań wynika różnica między przedsiębiorstwami I i III jest mniejsza od CIR, z czego wynika, iż nie ma istotnych różnic w średnich między tymi przedsiębiorstwami, a zatem wniosek o przyjęcie w dalszej analizie jedynie oznaczeń wykonanych przez te dwa przedsiębiorstwa, a wyeliminowanie oznaczeń wykonanych przez przedsiębiorstwo oznaczone II, był słuszny.

Regionalną analizę porównawczą oparto więc na 155 próbkach pobranych w obu regionach z odpowiadających sobie stratygraficznie i geometrycznie warstw. Na podstawie przeprowadzonej analizy wariancji, ujętej w tabeli Va (dla wskaźnika Skemptona) i tabeli Vb (dla wskaźnika plastyczności) należy

Tabela IV

Średnia grupowa	Wartość	Różnica
\bar{X}_{II}	8,83	1,77 0,52
\bar{X}_I	10,60	
\bar{X}_{III}	11,22	

Tabela V

ANALIZA PORÓWNAWCZA MIĘDZY REGIONAMI: TUREK—PŁOCK

a) wskaźnik Skemptona

Źródło zmienności	Suma kwadratów	Stopnie swobody	Średni kwadrat	Test F
ogólne	6,613	155—1		12,57
między regionami	0,503	1	0,503	
wewnątrz regionów	6,110	155—2	0,040	

$$F^0 > F_{\alpha_{0,05}} \text{ i } \alpha_{0,01}$$

b) wskaźnik plastyczności

Źródło zmienności	Suma kwadratów	Stopnie swobody	Średni kwadrat	Test F
ogólne	970,92	155—1		11,46
między regionami	67,65	1	67,65	
wewnątrz regionów	903,27	155—2	5,90	

$$F^0 > F_{\alpha_{0,05}} \text{ i } \alpha_{0,01}$$

stwierdzić, iż postawiona hipoteza merytoryczna o tej samej zmienności cech gliny piaszczystej obu regionów wydaje się być niesłuszna, ponieważ nie ma podstaw przyjęcia hipotezy statystycznej

$$(H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2)$$

ze względu na fakt, iż w jednym i drugim przypadku $F_{obl.} > F_{tab.}$

Z punktu widzenia interpretacji geologicznej należy zaznaczyć, iż różnica w rozkładzie tych cech wydaje się być merytorycznie uzasadniona. Pozwała ona wnioskować, że natężenie całości procesów w obu regionach było wyraźnie różne, co prawdopodobnie wpłynęło na zróżnicowanie mineralne frakcji ilowej, jak również zróżnicowało ich dyspersję, a jako wpływające na hydrofilność gruntu zaznaczyło się w wartościach wskaźnika plastyczności i wskaźnika aktywności ilowej.

LITERATURA

- Falkiewicz A. — Własności fizyczno-mechaniczne glin zwałowych środkowego Mazowsza. Biul. geol. Wydz. Geol. UW 1962, t. 2.
- Kowalski W. C., Lipińska N. — Rodzaje gruntów serii glin zwałowych Warszawy. Prz. geol. 1963, nr 9.
- Krumbein W. C., Graybill F. A. — An introduction to statistical models in geology. Mc Graw-Hill Book Co. New York, 1965.
- Łukaszew K. I., Astapow S. D. — Geochemiczne osobliwości mozoennego litogeneza. Izd. „Nauka i Technika”, 1971.
- Różycki S. Z. — Dynamiczne uławicenie glin zwałowych i inne procesy w dennej części moren łądolodów czwartorzędowych. Acta geol. pol., 1970, nr 3.

6. Skempton A. W. — The colloidal activity of clays. Pr. of the III Intern. Conf. on Soil Mech. and Foundat. Vol. 157, Zürich, 1953.
7. Wiatr I. — Statystyczne wskaźniki uziarnienia glin zwałowych Płocka. Materiały LVI Sesji Nauk. IG: „Problemy geologiczno-inżynierskie i hydro-

- geologiczne doliny dolnej Wisły. Warszawa — Gdańsk, Wyd. Geol., 1966.
8. Wiatr I. — Model statystyczny wybranych cech środowiska inżyniersko-geologicznego kopalnych dolin Przykony i Małgorzaty w okolicy Turka. Biul. geol. Wydz. Geol. UW, 1973, t. 15.
9. Volk W. — Statystyka stosowana dla inżynierów. WNT, 1958.

SUMMARY

Possibilities of the application of a simple model of the variance analysis in regional studies of tills are shown by the use of the analysis of mathematical structure of measurements. The regional studies proper were preceded by a verification of the estimations of till properties made by various geological enterprises; the verification was carried out by the use of the variance analysis.

РЕЗЮМЕ

Проведен математический анализ структуры измерений и на этом основании авторы представляют целесообразность применения простой модели анализа дисперсии в региональных исследованиях валунных глин. В статье проведена ревизия определений, произведенных разными предприятиями, с применением анализа дисперсии. Далее представлены региональные обобщения.