

## WPLYWY UPADÓW W SEJSMICE REFRAKCYJNEJ \*

INTERPRETACJA sejsmicznych profili refrakcyjnych ma na celu wydzielenie poszczególnych warstw refrakcyjnych z uzyskanych rejestracji terenowych i przedstawienie ich w formie profili czasowych lub głębokościowych. W tym celu stosowane są różne metody: graficzne bądź analityczne lub złożone. Zależnie jednak od założeń użytej metody wpływy upadów warstw nadległych na upady i prędkości warstw głębszych rzadko uwzględnia się w sposób racjonalny; często są one albo przesadzone albo całkowicie pomijane.

W większości prac refrakcyjnych stosowanych obecnie przeważnie w formie profili refrakcyjnych przeprowadza się badania tej warstwy, którą można śledzić w sposób ciągły. Zwykle będzie to refraktor należący do głębokiego podłoża. Płytsze warstwy refrakcyjne, które nie są sejsmicznie ciągłe (z powodu niedostatecznej miąższości lub niejednorodnej budowy powodującej znaczne zmiany prędkości fal sejsmicznych) będą niezawodnie rejestrowane od czasu do czasu przy rozstawach używanych dla badanego podłoża. Dostarczają one jednak informacji, które nie są związane z badaną warstwą.

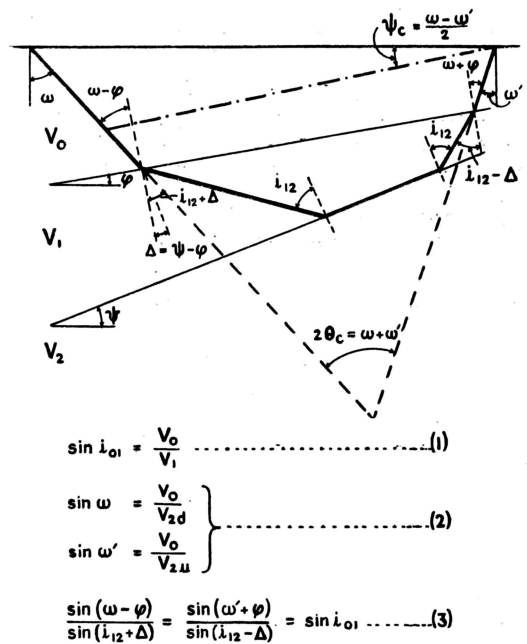
Niejednokrotnie rejestrować będziemy impulsy sejsmiczne od co najmniej dwóch warstw, z których głębsza będzie należała do badanego podłoża, a górna do kompleksu niezgodnie leżącego na podłożu. Staramy się je wydzielić osobno i traktujemy je jako niezależne warstwy nie uwzględniając wpływu upadów górnego refraktora na warstwę głębszą. Postępowanie takie jest niejednokrotnie uzasadnione. Aby górny refraktor wydzielić w sposób ciągły trzeba prawdopodobnie zastosować nieco krótsze rozstawy niż dla refraktora dolnego, a to pociąga za sobą zwiększenie kosztów badań refrakcyjnych. Założymy jednak, iż udało się uzyskać górny refraktor w sposób możliwie ciągły. Zanim jednak użyjemy wyników do korygowania upadów podłoża, musimy poczynić szereg założeń, np. że górna warstwa zarejestrowana rozciąga się w głąb do dolnego refraktora i że np. szybkość sejsmiczna w tym kierunku jest taka sama jak w kierunku poziomym. Tu z miejsca napotykamy inne problemy. Wiemy z doświadczenia, iż warstwa rejestrowana jako refraktor nie zawsze zalega w sposób ciągły w głąb następnego refraktora, lecz że często bywa oddzielona od niego przez warstwę lub warstwy o szybkościach nie dających się notować na profilu refrakcyjnym. Założenie zatem, że nadkład powyżej głębokiego refraktora składa się z jednolitego materiału może być tak błędne w swej skrajności jak założenie, że każdy refraktor zarejestrowany w nadkładzie rozciąga się w głąb aż do następnego refraktora. Najprawdopodobniejsze rozwiązanie będzie niezawodnie znajdowało się między tymi dwoma skrajnymi założeniami. Zanim jednak uzyskamy prawdziwe informacje (z pomiarów w odwiertach), te dwa skrajne wyniki będą stanowiły granice, między którymi powinny znaleźć się strukturalne wartości upadów badanego refraktora głębokiego.

W następstwie tych rozważań interpretacja, w przypadku gdy mamy pewne informacje odnośnie do nadległych warstw refrakcyjnych, powinna zawierać dwie alternatywy: pierwsza, która podaje upady warstwy badanej bez uwzględnienia wpływu warstw nadległych i druga, w której te wpływy są wzięte

pod uwagę przez założenie, iż w podłożu istnieją tylko te szybkości, jakie zostały zarejestrowane. W prostych przypadkach uzyskuje się to rozwiązując zagadnienie jako problem dwuwarstwowy i wielowarstwowy. W bardziej skomplikowanych przykładach, w których upad warstw górnych zmienia się wzdłuż profilu badanego, dużym ułatwieniem było by traktowanie całości jako problemu dwuwarstwowego, a następnie prostą metodą przekształcanie otrzymanego obrazu podłoża na obraz, jaki byłby otrzymany, gdyby problem rozpatrywano jako wielowarstwowy. Innymi słowy wprowadzić metodę łatwą i szybką, za pomocą której możemy przekształcać jeden układ w drugi uzyskując w ten sposób dwie skrajne interpretacje w granicach, których będzie zawarty prawdziwy obraz podłoża. Jak widzimy całość zagadnienia sprowadzić można do oznaczenia wartości upadu i prędkości sejsmicznej warstwy badanej przy uwzględnianiu lub opuszczaniu wpływu upadów warstw nadległych.

Dla oceny wpływu zmian zachodzących w nadkładzie na warstwę badaną przeprowadzimy poniżej analizę prostego przykładu trzywarstwowego. Rezultaty tej analizy i ich praktyczne znaczenie są przedmiotem niniejszego artykułu.

Ryc. 1 podaje klasyczny układ trzech warstw jednorodnych o prędkościach sejsmicznych:  $V_0$ ,  $V_1$  i  $V_2$ ; upad warstwy górnej jest  $\varphi$  warstwy dolnej  $\psi$ . Kąty załamania wzdłuż drogi promienia sejsmicznego od punktu strzałowego do aparatury rejestrującej podane są na rycinie. Użyta terminologia jest analogiczna do spotykanej w literaturze, tak więc  $\omega$  i  $\omega'$  odnoszą się do kątów wynurzenia promienia na powierzchni odniesienia, a kąty:  $i_{01}$ ,  $i_{02}$  oraz  $i_{12}$  są granicznymi kątami refrakcji między odpowiednimi warstwami. Podstawowe, znane na ogół wzory, po-



Ryc. 1.

Fig. 1. Relationship of 2 refractors.

\* Artykuł wygłoszony na zjeździe E.A.E.G. w Londynie w maju 1962 r.

dane są w równaniach 1, 2 i 3 na ryc. 1. Kąty  $\varphi$  i  $\psi$  będą uważane za dodatnie dla warstw podnoszących się od lewej ku prawej ręce.

Dla podanego układu trzech warstw otrzymamy odpowiedni wykres prędkości (hodograf), stosownie do zasad metody refrakcyjnej. Wykres ten będzie zawierał dwa segmenty odnoszące się do prędkości pozornych dolnego refraktora w obu kierunkach obserwacji. Segmenty te oznaczamy  $V_{2u}$  oraz  $V_{2d}$ . Założymy jednocześnie, że górny refraktor został poprzednio wyznaczony, tak że prędkość rzeczywista  $V_1$  oraz upad  $\varphi$  są znane. Nie jest jednak wiadome, czy refraktor ten ma ograniczoną miąższość, czy też rozciąga się w głąb aż do stropu refraktora dolnego.

Zakładając drugą możliwość otrzymamy wzory podane na ryc. 1 i z nich prędkość rzeczywistą  $V_2$  oraz upad  $\psi$  dla dolnego refraktora, przy założeniu, że  $V_0$  jest znane. Nie uwzględniając upadu warstwy  $V_1$ , problem może być rozwiązany jako układ dwuwarstwowy, przy czym otrzymamy dla dolnego refraktora prędkość  $V_c$  i kąt upadu  $\psi_c$  różne od poprzednich wartości  $V_2$  i  $\psi$ .

Tak więc trójwarstwowy układ o równaniach

$$\begin{aligned} \sin \omega &= V_0/V_{2d} \\ \sin \omega' &= V_0/V_{2u} \end{aligned} \quad (4a)$$

traktowany jako problem dwuwarstwowy można napisać

$$\begin{aligned} \sin [\theta_c + \psi_c] &= V_0/V_{2d} \\ \sin [\theta_c - \psi_c] &= V_0/V_{2u} \end{aligned} \quad (4b)$$

Jak z powyższego widzimy zakładamy, że kąty wynurzenia pozostają niezmiennione (patrz dodatek II).

W rozwiązaniu teoretycznym będziemy usiłowali ustalić przede wszystkim związek między upadem  $\psi$  dolnego refraktora w przypadku, gdy górny refraktor o prędkości  $V_1$  i upadzie  $\varphi$  występować będzie w głąb aż do stropu refraktora dolnego, a upadem  $\psi_c$  tegoż refraktora z chwilą, gdy nie uwzględnimy górnego refraktora.

Następnie zobaczymy jakie zmiany w prędkości sejsmicznej  $V_2$  wywołuje opuszczenie refraktora górnego. W końcu rozważymy praktyczne znaczenie tych różnic dla wszystkich praktycznych kombinacji układu trzywarstwowego  $V_0$ ,  $V_1$  i  $V_2$ .

#### ROZWAŻANIA TEORETYCZNE

A. Związek między  $\psi$  i  $\psi_c$ .

Z równania 4a i 4b otrzymujemy bezpośrednio:

$$\begin{aligned} \theta_c &= [\omega + \omega'] : 2 \\ \psi_c &= [\omega - \omega'] : 2 \end{aligned} \quad (5)$$

Z powyższego wynika, że  $\theta_c$ , tj. pozorny kąt graniczny dla dolnej warstwy jest średnią arytmetyczną prawdziwych kątów wynurzenia, gdy  $\psi_c$  jest średnią różnicą tych kątów.

Weźmy pod uwagę równania (3) z ryc. 1.

$$\begin{aligned} \sin [\omega - \varphi] &= \sin [i_{12} + \Delta] \cdot \sin i_{01} \\ \sin [\omega' + \varphi] &= \sin [i_{12} - \Delta] \cdot \sin i_{01} \end{aligned}$$

Dodając je wzajemnie i odejmując, a następnie dzieląc przez 2 otrzymamy,

$$\begin{aligned} \sin \frac{\omega + \omega'}{2} \cdot \cos \left[ \frac{\omega - \omega'}{2} - \varphi \right] &= \sin i_{12} \cos \Delta \sin i_{01} \\ \cos \frac{\omega + \omega'}{2} \cdot \sin \left[ \frac{\omega - \omega'}{2} - \varphi \right] &= \cos i_{12} \sin \Delta \sin i_{01} \end{aligned}$$

Podstawiając wartości z równania 5 i określając  $\psi_c - \varphi = \Delta_c$  otrzymamy:

$$\sin \theta_c \cdot \cos \Delta_c = \sin i_{12} \cdot \cos \Delta \cdot \sin i_{01} \quad (6a)$$

$$\cos \theta_c \cdot \sin \Delta_c = \cos i_{12} \cdot \sin \Delta \cdot \sin i_{01} \quad (6b)$$

Podnosząc do kwadratu, eliminując funkcję  $f(\theta_c)$  i podstawiając  $\cos^2 i_{12} - 1 = \sin^2 i_{12}$  oraz  $\sin i_{01} \cdot \sin i_{12} = \sin i_{02}$  otrzymamy ostatecznie

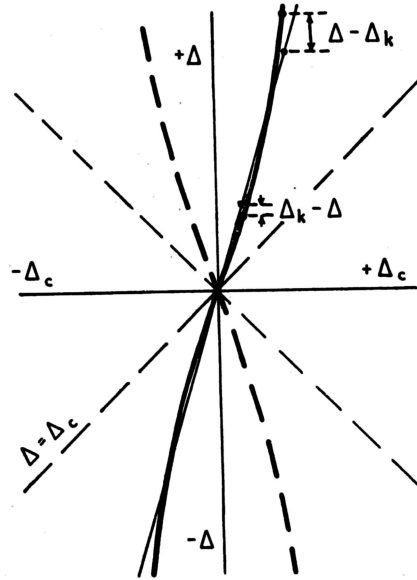
$$\sin \Delta / \sin \Delta_c = \pm \operatorname{cosec} i_{01} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2 \Delta_c - \sin^2 i_{02}}{\cos^2 \Delta_c - \sin^2 i_{12}}} \quad (7)$$

wzór ten dla stosunkowo małych kątów upadu (ok.  $10^\circ$ ) można napisać

$$\begin{aligned} \Delta / \Delta_c &= \operatorname{cosec} i_{01} \cdot \cos i_{02} / \cos i_{12} \quad \text{albo} \\ \Delta_c / \Delta &= \operatorname{tg} i_{02} / \operatorname{tg} i_{12} = k \end{aligned} \quad (8)$$

Równanie 7 przedstawia związek czterech zmiennych. Z równania tego dla danego układu trzech warstw (przyjęte  $\sin i_{01}$  i  $\sin i_{12}$ ) otrzymamy dla obliczonej wartości  $\Delta_c$  prawdziwą wartość  $\Delta$ , a następnie dla każdej wartości  $\varphi$  rzeczywisty kąt upadu  $\psi$  w układzie trójwarstwowym.

Dla małych kątów równanie to można zastąpić równaniem 8, które podaje, iż dla danego układu trójwarstwowego stosunek  $\Delta_c / \Delta$  jest wartością stałą i przedstawia limitę prostą nachyloną pod kątem, którego tangens równa się  $1/k$ , do osi  $\Delta_c$  w układzie prostokątnym  $\Delta_c$ ,  $\Delta$ .

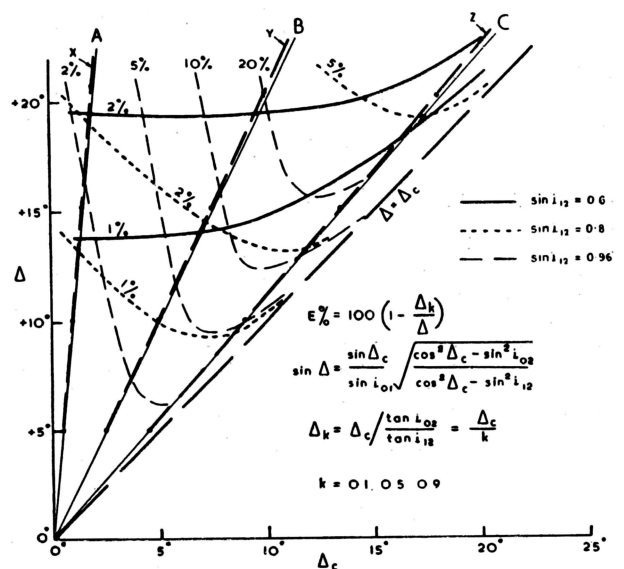


$$\Delta = \pm \frac{\sin \Delta_c}{\sin i_{01}} \sqrt{\frac{\cos^2 \Delta_c - \sin^2 i_{02}}{\cos^2 \Delta_c - \sin^2 i_{12}}} \quad \text{eqn (7)}$$

$$\Delta_k = \Delta_c \cdot \tan i_{12} / \tan i_{02} \quad \text{eqn (8)}$$

Ryc. 2.

Fig. 2.

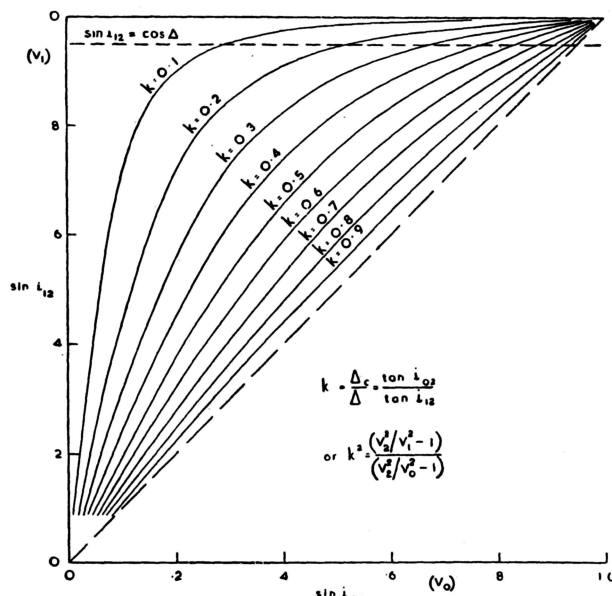


Ryc. 3.

Fig. 3. Deviation of curves from straight lines.

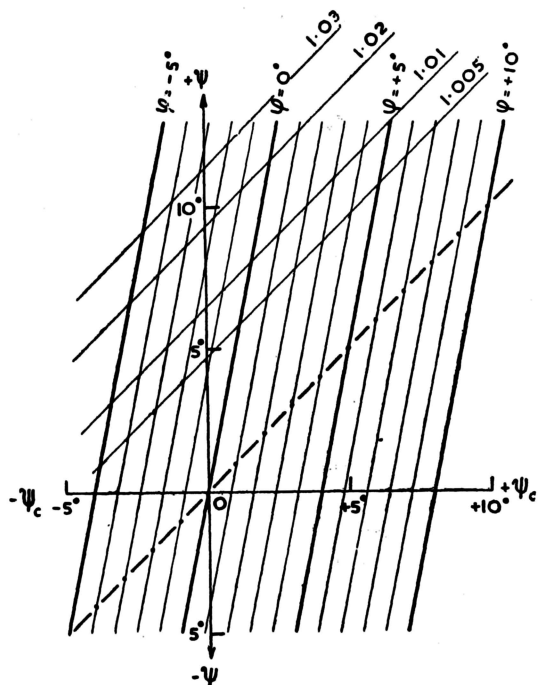
W tymże układzie oba równania 7 i 8 przedstawiać będą zestaw krzywych i linii prostych, z których jeden pokazany jest na ryc. 2. Zestaw ten przechodzi przez zero ( $\Delta_c = \Delta = 0$ ) i jest symetryczny do obu osi; wystarczy przeto rozważyć jedną gałąź, która przechodzi od dolnego, lewego kwadranta przez zero do górnego prawego kwadranta i zgodnie z początkowym założeniem dodatnie wartości upadów odnosić się będą do warstw wznoszących się od lewej ku prawej ręce, upady ujemne do warstw zapadających w tym kierunku.

Z ryc. 2 i równań 7 i 8 wynika, że dla  $\sin i_{01} = 0$ ,  $V_0 = 0$  linia krzywa i odnośna prosta będą identyczne z osią pionową  $\Delta$ , gdy dla  $\sin i_{01} = 1$  czyli  $V_0 = V_1$ , będą identyczne z dwusieczną  $\Delta = \Delta_c$ . Jak więc wi-



Ryc. 4.

Fig. 4.  $k$  in terms of  $\sin i_{02}$  and  $\sin i_{12}$  or in terms of velocities  $V_0$ ,  $V_1$  and  $V_2$ .



Ryc. 5.

Fig. 5. Dip diagram for any set of  $\sin i_{01}$ ,  $\sin i_{12}$  related to  $k = 0,2$ .

dziemy dla jakiegokolwiek układu trzech warstw, wyrażonego przez rzeczywiste wartości  $\sin i_{01}$  i  $\sin i_{12}$ , krzywa  $\Delta = f(\Delta_c)$  lub odnośna linia prosta  $\Delta = \Delta_c/k$  przechodzić będzie przez zero, od dolnego lewego kwadranta do górnego prawego i dla  $0 < k < 1$  będzie zawsze zawarta w półkwadrancie między osią  $\Delta$  i dwusieczną  $\Delta = \Delta_c$ .

Ryc. 3 przedstawia trzy zespoły krzywych (X, Y, Z) i przynależnych im linii prostych (A, B, C) dla trzech kombinacji  $\sin i_{01}$  i  $\sin i_{12}$ , dla których  $k$  wynosi odpowiednio 0,1, 0,5 i 0,9. Te trzy zespoły pokrywają wystarczająco półkwadrant między osią pionową i wspomnianą dwusieczną, a ich zachowanie reprezentuje zupełnie zadawalająco pozostałe zespoły krzywych i prostych, które wynikłyby z dowolnej kombinacji współczynników  $\sin i_{01}$  i  $\sin i_{12}$ . Na rysunku tej przedstawiono również krzywe względne błędów, który wyraża się w procentach wartości  $\Delta$  różnicą między wartościami  $\Delta$  obliczonymi przy użyciu równań 7 i 8, patrz dodatek I.

Równanie 8 wyraża  $k$  jako stosunek  $\tan i_{02}$  do  $\tan i_{12}$ , przeto wartość  $k$  jest łatwo przedstawić jako funkcję współczynników  $\sin i_{01}$  i  $\sin i_{12}$ . Ta ostatnia zależność podana jest na ryc. 4, patrz dodatek I.

### WYKRESY ZALEŻNOŚCI UPADÓW

Jak widzieliśmy ryc. 2 i 3 przedstawiają zależność między różnicą upadów  $\Delta = \psi - \varphi$  w układzie trójwarstwowym i różnicą upadów  $\Delta_c = \psi_c - \varphi$  w przypadku, gdy wpływ upadu pierwszego refraktora nie zostanie uwzględniony, czyli gdy układ trójwarstwowo-wo traktować będziemy jako dwuwarstwowo. Zastępując wartości  $\Delta$  i  $\Delta_c$  w równaniu 8 przez podane różnice otrzymamy równanie upadów w formie rozwinętej:

$$\psi = 1/k \cdot \psi_c - \varphi (1/k - 1) \quad (9)$$

Równanie to daje zestaw linii prostych i dla  $k = 0,2, 0,5$  i  $0,8$  rozpatrując w granicach praktycznych wartości podane jest w formie wykresowej na ryc. 5, 6 i 7, w układzie prostokątnym  $\psi_c, \psi$  przy prędkości nadkładu  $V_0$ . Rzędne podają wartości upadu  $\psi$  warstwy  $V_2$  przy założeniu układu trójwarstwowego, gdy odcięte podają wartość tego upadu ( $\psi_c$ ) z chwilą opuszczenia wpływu upadu  $\varphi$  refraktora górnego, czyli gdy układ trójwarstwowo traktować będziemy jako dwuwarstwowo.

Zespół linii równoległych nachylonych pod kątem  $\arctan 1/k$  do osi poziomej ( $\psi_c$ ) odnosi się do kąta upadu  $\varphi$  refraktora górnego. Jak wynika z tych trzech wykresów dla jednostki upadu  $\varphi$ , odległość tych linii równoległych wzdłuż rzędnych wynosi  $1/k - 1$  a wartość ta przedstawia jednakowy błąd popełniony na  $\psi$  dla jednostki błędów popełnionego na  $\varphi$ . Im mniejsze  $k$  tym większy jest ten błąd. Tak więc  $1^\circ$  błęd na  $\varphi$  powoduje  $4^\circ$  błęd na  $\psi$  dla  $k = 0,2$  (ryc. 5),  $1^\circ$  błęd na  $\varphi$  dla  $k = 0,5$  (ryc. 6) oraz  $15'$  błęd na  $\varphi$  dla  $k = 0,8$  (ryc. 7). Z wykresu tego otrzymać można szereg interesujących wniosków i wskazówek. Wymienimy tu kilka bardziej charakterystycznych:

1. Dla jakiegokolwiek wartości  $\psi = \varphi$ , upad  $\psi_c = \psi$ , tzn. że gdy oba refraktory występują zgodnie (mają ten sam upad), wtedy upad dolnego refraktora obliczony bądź to metodą trójwarstwową lub dwuwarstwową będzie upadem prawdziwym.

2. Jeżeli górny refraktor jest poziomy ( $\varphi = 0$ ), wtedy  $\psi_c$  będzie zawsze różne od  $\psi$ . Jest to częsty błąd popełniany w interpretacji, kiedy mając układ trójwarstwowo z górnym refraktorem występującym poziomo opuszczamy ten upad i traktujemy układ jako dwuwarstwowo wskutek czego obliczony upad nie będzie upadem rzeczywistym. Należy pamiętać, że  $\psi_c = \psi$  dla  $\varphi = 0$  tylko wtedy, gdy  $\sin i_{01} = 1$ , tzn. kiedy mamy rzeczywisty układ dwuwarstwowo.

3. Wykres na ryc. 6 odnosi się do przypadku, gdy  $k = 0,5$  i wtedy  $\Delta = 2\Delta_c$ . Upad  $\psi_c$  będzie wtedy

zawsze średnią arytmetyczną upadów obu refraktarów, czyli

$$\psi_c = (\psi + \varphi) : 2$$

W przypadkach przedstawionych na ryc. 5 i 7, gdzie odpowiednio  $k = 0,2$  i  $0,8$ , oraz dla wszystkich innych  $k$ , powyższa równość zachodzi tylko wtedy, gdy  $\psi = \varphi$ , tj. oba refraktory występują zgodnie.

4. Jeżeli otrzymany upad  $\psi_c = 0$ , tzn. prędkości pozorne (na hodografie) są równe, wtedy z równania 9 otrzymamy:

$$\psi = -\varphi (1/k - 1)$$

i dla wartości  $k = 0,2$ ,  $0,5$  i  $0,8$  upad rzeczywisty  $\varphi$  będzie wynosił odpowiednio  $-4\varphi$ ,  $-\varphi$  lub  $1/4\varphi$ . We wszystkich tych przypadkach pozorne prędkości będą te same w obu kierunkach obserwacji i będą one zawsze większe od rzeczywistej prędkości  $1/2$  patrz rozdział następny. Prędkość ta może być obliczona z równania 8 i np. dla  $k = 0,5$ .

$$1/V_0^2 = 4/V_1^2 - 3/V_2^2$$

Na ogół w każdym układzie trójwarstwowym dla każdego zestawu  $\sin i_{01}$  i  $\sin i_{12}$  dla jakiegokolwiek wartości upadu górnego refraktora ( $\varphi$ ) będzie istniał taki upad  $\psi$  dla dolnego refraktora, który nie będzie odzwierciedlony na wartościach pozornych prędkości i prędkości te na hodografie będą równe w obu kierunkach obserwacji. Jeżeli takie prędkości zauważymy na wykresie, to refraktor dolny, do którego się odnoszą będzie poziomy tylko wtedy, gdy górny refraktor jest poziomy.

Sporządzenie wykresu upadów dla każdego układu trzech warstw jest nierzadko proste. Mając dane  $\sin i_{01}$  oraz  $\sin i_{12}$  obliczymy wartość  $k$  z równania 8 lub otrzymujemy ją wprost z ryc. 4. Otrzymana wartość  $k$  odpowiadać będzie prostej przechodzącej przez początek układu prostokątnego  $\psi_c, \psi$  i będzie nachyloną do osi  $\psi_c$  pod kątem, którego  $\tan = 1/k$ . Linia ta przedstawiać będzie zależność upadu  $\psi$  od  $\psi_c$  dla  $\varphi = 0^\circ$ . Następnie przez punkty, dla których  $\psi = \psi_c$  wykreśla się szereg linii równoległych do linii  $k$ . Odpowiadać one będą odpowiednim wartościom  $\varphi$ , dodatnie na prawo od linii  $k$ , ujemne na lewo. I tak np. linia przechodząca przez punkt  $\psi = \psi_c = 2^\circ$  i równoległa do wykreślonej uprzednio linii  $k$  dla  $\varphi = 0^\circ$  przedstawiać będzie zależność  $\psi$  od  $\psi_c$  dla  $\varphi = 2^\circ$ .

Porównując wykresy na ryc. 5, 6 i 7 zauważymy, iż różnią się one od siebie tylko nachyleniem zestawu linii równoległych odnoszących się do  $\varphi$ , gdyż ich odległość wzdłuż dwusiecznej  $\psi_c = \psi$  jest wielkością stałą. Linie równoległe, zależnie od  $k$ , obracają się dookoła punktów położonych na dwusiecznej i ich nachylenie jest  $1/k$ .

B. Zależność między  $\sin \theta_c$  i  $\sin i_{02}$  lub między  $V_0$  i  $V_2$ .

Upad warstwy górnej nie tylko wpływa na mierzony upad warstwy głębszej, lecz również na wartość prędkości sejsmicznej tej warstwy.

Jak wynika z równania 5 średnia arytmetyczna kątów wynurzenia jest równa  $\theta_c$ , czyli

$$\theta_c = (\omega + \omega') : 2$$

Związek między  $\theta_c$  i  $i_{02}$ , gdzie  $\sin i_{02} = V_0/V_2$  można wyrazić w kilku równaniach, najprostsze jednak wynika bezpośrednio z równania 6a:

$$\sin \theta_c / \sin i_{02} = \cos \Delta / \cos \Delta_c \quad (10)$$

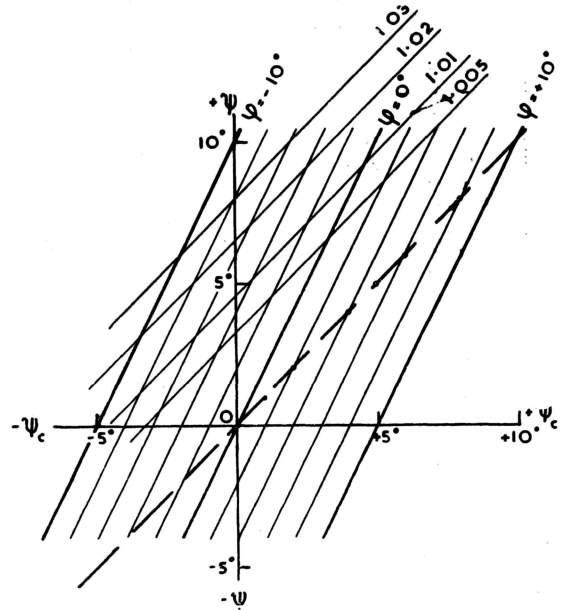
podstawiając  $\sin \theta_c = V_0/V_c$  oraz  $\sin i_{02} = V_0/V_2$  otrzymamy związek między prędkością  $V_2$  (rzeczywista prędkość warstwy dolnej w układzie trójwarstwowym), a prędkością  $V_c$  (obliczona prędkość warstwy dolnej w przypadku, gdy układ poprzedni traktować będziemy jako układ dwuwarstwowym). A więc:

$$V_c/V_2 = \cos \Delta_c / \cos \Delta \quad (11)$$

Ponieważ  $\Delta_c$  nie jest nigdy większe od  $\Delta$ , więc  $V_c$  nie będzie nigdy mniejsze od  $V_2$ . Jak więc widzimy, z chwilą gdy trójwarstwowym układ, w którym prędkość dolnego refraktora jest  $V_2$ , traktować będziemy jako uproszczony układ dwuwarstwowym przy  $V_0$  jako prędkości nadkładu, otrzymana prędkość  $V_c$  dla dolnego refraktora będzie albo równa albo zawsze większa od  $V_2$ .

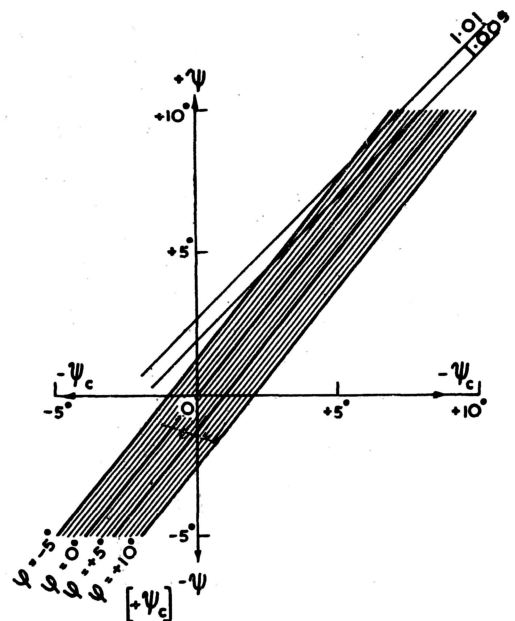
Bezpośredni związek wyrażenia  $a = \sin i_{02} / \sin \theta_c$  w odniesieniu do współczynników refrakcyjnych  $\sin i_{01}$  oraz  $\sin i_{02}$  można otrzymać z równań 6 w formie:

$$\sin^2 \Delta = (1 - 1/a^2) \cdot \frac{a^2 - \sin^2 i_{02}}{a^2 - \sin^2 i_{01}} \quad (12)$$



Ryc. 6.

Fig. 6. Dip diagram for any set of  $\sin i_{01}, \sin i_{12}$  related to  $k = 0,5$ .



Ryc. 7.

Fig. 7. Dip diagram for any set of  $\sin i_{01}, \sin i_{12}$  related to  $k = 0,8$ .



Łatwo wykazać, iż  $a$  nie będzie nigdy mniejsze od jedności lub większe od  $\sec \Delta$ , tzn.:

$$1 \leq a \leq \sec \Delta$$

Z równania 10 i 12 wynika, że dla poziomych warstw lub dla zgodnych upadów ( $\psi = \varphi$ ), prędkość  $V_c = V_2$ .

Dla dostatecznie małych kątów upadu  $\sin \theta_c$  różni się bardzo mało od  $\sin i_{02}$ , jednak prędkość  $V_c$  w stosunku do  $V_2$  może być znacząco różna. Wyrażając różnicę prędkości (11) procentowo w odniesieniu do prędkości rzeczywistej otrzymamy:

$$100 \cdot \frac{V_c - V_2}{V_2} = \frac{\cos \Delta_c - \cos \Delta}{\cos \Delta} \text{ w } \% V_2$$

Nanosząc tę wartość w układzie prostokątnym ( $\Delta_c, \Delta$ ) otrzymamy zespół krzywych hiperbolicznych bezpośrednio związanych z zespołem linii prostych  $k$  (ryc. 8). Z ryciny tej wynika, że im większe jest  $k$ , które zależy od  $\sin i_{02}$  i  $\sin i_{12}$  (ryc. 4) tym bliżej jest wartość  $V_c$  wartości  $V_2$ , gdy dla zmniejszających się  $k$ ,  $V_c/V_2$  zbliża się do  $\sec \Delta$ .

Dla małych kątów (ok.  $10^\circ$ )  $V_c$  różni się ok. 1,5% od  $V_2$  i ta różnica zmniejsza się, gdy  $k$  rośnie. Dla większych kątów upadu  $\psi$  należy pamiętać, że linie proste  $k$  zastępują krzywe przedstawiające prawdziwy stosunek  $\Delta/\Delta_c$ . Krzywe te, jak wiemy są trochę powyżej odnośnych linii  $k$  i różnią się od nich o wielkość, która jest wyrażona jako błąd procentowy na ryc. 3. Błąd ten zależy (patrz dodatek I) przede wszystkim od  $\sin i_{12}$  i można go bezpośrednio ocenić z ryc. 3. Każdą wartość  $\Delta$  odczytaną z linii  $k$  na ryc. 8 można poprawić o ten błąd i otrzymać właściwą wartość  $V_c/V_2$  dla tej nowej wartości.

W praktyce rzadko operujemy w sąsiedztwie  $\sin i_{12} = 0,96$ , dla której to wartości błędy popełnione przez używanie linii prostych, zamiast odnośnych krzywych są znaczne i rzadko spotykamy kąty większe niż  $15^\circ$ . Dla celów praktycznych więc ryc. 8 jest wystarczająco dokładny, lecz nawet w tych praktycznych granicach należy pamiętać, że prędkość  $V_c$  będzie różna od prawdziwej wartości  $V_2$  i, jak widzimy, nigdy nie będzie mniejsza od  $V_2$ .

Procentową zmianę prędkości  $V_c$  w stosunku do  $V_2$  można łatwo przenieść z ryc. 8 na każdy poszcze-

gólny przypadek przedstawiony np. na ryc. 5, 6 oraz 7. Np. dla  $k = 0,2$  (ryc. 5) przenosimy na linię prostą odpowiadającą kątowi  $\varphi = 0^\circ$  wartości przecięcia się krzywych hiperbolicznych z linią  $k = 0,2$  z ryc. 8. Przez punkty tak otrzymane prowadzimy równoległe do dwusiecznej  $\psi = \psi_c$ , które będą przedstawiały procentowe zmiany  $V_c$  dla jakiegokolwiek kombinacji  $\psi, \psi_c, \varphi$ . Można łatwo wykazać, iż gdy powiększymy wszystkie trzy kąty o tę samą wielkość różnice między tymi kątami, tj.  $\psi - \varphi$  oraz  $\psi_c - \varphi$  pozostaną niezmiennione.

### Przykład 1

Ryc. 9 przedstawia hodograf dla głębokiego refraktora. W obu kierunkach obserwacji składa się on z trzech pozornych prędkości, które wymszą od lewej ku prawej: 6150, 5510, 5815 m/sek od prawej ku lewej: 7110, 8015, 7475 m/sek.

Z innych obserwacji wiemy, iż nad głębokim refraktorem występuje płytsza warstwa o prędkości 5500 m/sek, która ma stały upad od lewej ku prawej. Nadkład ma średnią szybkość 3000 m/sek.

Wstępną interpretację głównego refraktora możemy przeprowadzić albo graficznie, albo rachunkowo lub metodą opóźnień (delay time method). Pierwsze dwa sposoby jako najprostsze w danym przypadku są podane na ryc. 9. Jeżeli nie weźmiemy pod uwagę refraktora płytkiego, wtedy prędkości pozorowane dla refraktora głębokiego wykażą, iż refraktor ten zapada pod zmiennym kątem  $\psi_c$  ( $-2,1^\circ, -5,5^\circ, -3,7^\circ$ ) stale od lewej ku prawej i prędkości jego wynosić będą  $V_c = 6600, 6500$  oraz  $6527$  m/sek. Założymy teraz, że płytszy refraktor występuje aż do stropu refraktora dolnego i poprawmy obliczone wartości, aby otrzymać właściwe wartości dla układu trójwarstwowego.

1. Przede wszystkim ustalimy wartość prędkości rzeczywistej dla dolnego refraktora. Stosownie do podanej teorii z otrzymanych prędkości  $V_c$  dla warstwy dolnej, ta będzie rzeczywista, gdzie upady są zgodne ( $\psi = \varphi$ ). Będzie to drugi segment hodografu, gdzie  $V_c = 6500$  m/sek a  $\psi_c = \varphi$ . Na ogół stosownie do ryc. 8 najmniejsza wartość  $V_c$  będzie najbliższą wartością  $V_2$ .

2. Mając  $V_0, V_1$  oraz  $V_2$  obliczamy  $k$  z równania 8 otrzymując  $k = 0,328$  albo wprost z ryc. 4.

3. Prawdziwy upad dla każdego segmentu może być obliczony z równania 8 lub 9, otrzymując kolejno  $\psi = +5^\circ, -5^\circ 30'$  i  $0^\circ$ . Przy większej ilości obliczeń wykreślamy prosty diagram dla  $k = 0,328$  w sposób poprzednio podany.

### Przykład 2

Założmy teraz, iż górny refraktor o prędkości 5500 m/sek ma ograniczoną, lecz jednakową miąższość i jest oddzielony od dolnego refraktora warstwą o prędkości  $V_1 = 4000$  m/sek. Jaka będzie prędkość rzeczywista refraktora i jego upad? Postępowanie jest tu analogiczne do przykładu 1 z tą różnicą, iż zamiast  $V_1$  bierzemy  $V_1'$  i otrzymamy  $k = 2/3$ , za pomocą której łatwo otrzymamy  $V_2$  oraz upady  $\psi$ .

### Przykład 3

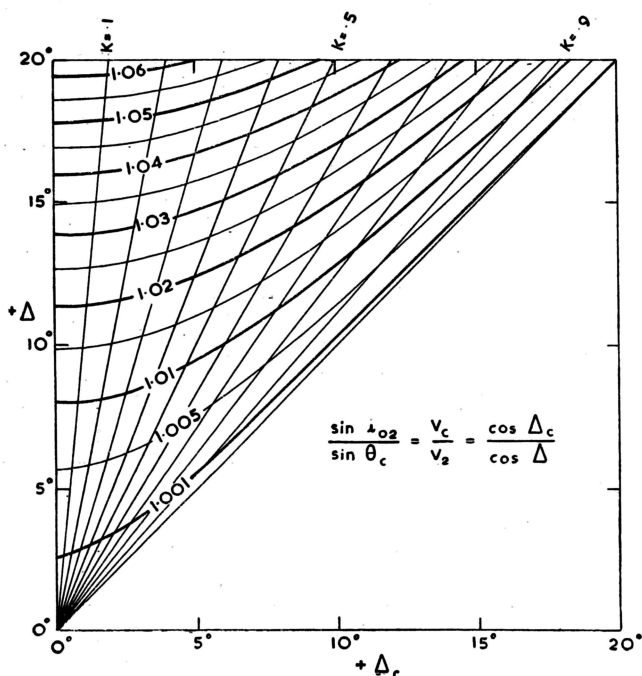
Zakładając występowanie dolnego refraktora podobnie jak na ryc. 9, jakie wartości będą miały pozorne prędkości  $V_{2u}$  i  $V_{2d}$  na hodografie przy warunkach przykładu 2?

Pozorne prędkości otrzymujemy z równań  $V_{2u} = V_0/\sin \omega$  oraz  $V_{2d} = V_0/\sin \omega'$ , gdzie  $\omega$  i  $\omega'$  są kątami wynurzenia.

Z równania 5 wiemy, że  $\psi_c = (\omega - \omega') : 2$ ,  $\theta_c = (\omega + \omega') : 2$ . Aby więc określić  $\omega$  i  $\omega'$  musimy znaleźć  $\psi_c$  i  $\theta_c$ , które otrzymamy z równań:

$$\psi_c = \psi \cdot k + \varphi (1 - k) = 1/3 \cdot (2\psi + \varphi) \text{ dla } k = 2/3$$

$$\sin i_{02} / \sin \theta_c = \sec (\psi - \varphi) : \sec (\psi_c - \varphi)$$

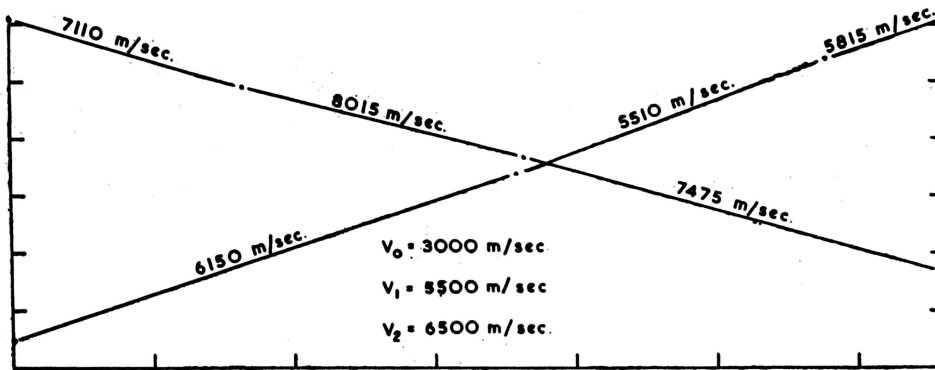


Ryc. 8.

Fig. 8. Ratio of velocities  $V_c : V_2$  for  $\Delta_c : \Delta$ .

Ryc. 9.

Fig. 9. Example.



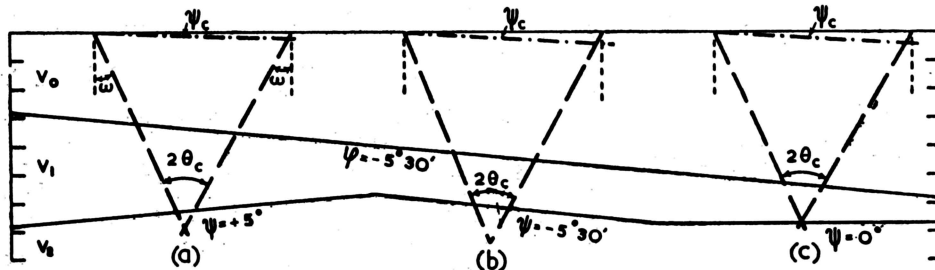
$\psi = +10^\circ$  oraz  $\varphi = -10^\circ$  może czasami być praktycznym problemem refrakcyjnym.

Załączona tabela podaje różnice  $\delta$  w minutach między wartościami  $\Delta$ , obliczonymi z równania 7 a  $\Delta_k$  obliczonymi z równania 8. Zatem  $\delta = \Delta - \Delta_k$ .

Wartości  $\Delta$  obliczone zostały dla  $\Delta_k = 10, 15$  i  $20^\circ$  przy  $k$  zmieniającym się od 0,1 do 0,9, dla  $\sin i_{12} = 0,2, 0,6, 0,8$  i  $0,96$ . Odchylenia  $\delta$  wyrażone w procentach  $\Delta$  podają błąd  $E = 100 \cdot \delta/\Delta\%$ , popelniony na  $\Delta$  przy użyciu wartości  $\Delta_k$ .

Przybliżone położenia krzywych względnego błędu podane są na ryc. 3 dla  $\sin i_{12} = 0,6, 0,8$  i  $0,96$ . Jak wynika z ryciny błędy są stosunkowo małe (2%) aż do wartości  $\sin i_{12} = 0,6$ , gdy  $k$  jest małe, gdy  $\sin i_{12}$  oraz  $\Delta$  jest stałe błąd rośnie, gdy  $\sin i_{01}$  rośnie ( $k$  rośnie) i dla  $k = 0,9$  błąd dochodzi do 5%. Gdy  $k$  i  $\Delta$  jest stałe błąd rośnie z rosnącym  $\sin i_{12}$ . Np. dla  $\Delta = 14^\circ$ , błąd wynosi 1% dla  $\sin i_{12} = 0,6$  ok. 2%, dla  $\sin i_{12} = 0,8$  i ok. 8% dla  $\sin i_{12} = 0,96$ .

Dokładność 5% w oznaczeniu upadów jako wystarczająca dla celów praktycznych osiągniemy zatem dla kątów  $\Delta = 20^\circ$  dla każdego  $k$ , aż do jego wartości 0,7 pod warunkiem, że  $\sin i_{12}$  nie przekroczy 0,8. Gdy  $\sin i_{12}$  zbliży się do wartości 0,96 wkraczamy w rejon, gdzie graniczny kąt refrakcji jest uzupełnieniem kąta upadu do  $90^\circ$ , czyli  $\sin i_{12} = \cos \Delta$ , przy którym załamane promienie z dolnego refraktora są równoległe do górnego i fala nie wraca na powierzchnię.



$$\sin \omega = \frac{3000}{7110} = \sin 24^\circ 57'$$

$$\sin \omega = \frac{3000}{8015} = \sin 21^\circ 59' 2''$$

$$\sin \omega = \frac{3000}{7475} = \sin 23^\circ 39' 7''$$

$$\sin \omega' = \frac{3000}{6150} = \sin 29^\circ 08'$$

$$\sin \omega' = \frac{3000}{5510} = \sin 32^\circ 59' 2''$$

$$\sin \omega' = \frac{3000}{5815} = \sin 31^\circ 3' 7''$$

$$\frac{\omega - \omega'}{2} = \psi_c = -2^\circ 5' 5''$$

$$\psi_c = -5^\circ 30'$$

$$\psi_c = -3^\circ 42'$$

$$\frac{\omega + \omega'}{2} = \theta_c = 27^\circ 2' 5''$$

$$\theta_c = 27^\circ 29' 2''$$

$$\theta_c = 27^\circ 21' 7''$$

$$V_c = 6600 \text{ m/sec.}$$

$$V_c = 6500 \text{ m/sec.}$$

$$V_c = 6527 \text{ m/sec.}$$

Dla pierwszego segmentu hodografu, gdzie  $\psi = 5^\circ$  i  $\varphi = -5^\circ 30'$  otrzymamy  $\psi_c = 1,5^\circ$ ,  $\theta_c = 27,1^\circ$ , a następnie  $\omega = 28,6^\circ$ ,  $\omega' = 25,2^\circ$ , zatem:  $V_{2u} = 3000/\sin 25,2 = 6940 \text{ m/sec.}$

$$V_{2d} = 3000/\sin 28,6 = 6260 \text{ m/sec.}$$

W podobny sposób otrzymamy wartości dla pozostałych segmentów.

**Przykład 4**

Cienki piaskowiec o miąższości do 500 m i o prędkości 4700 m/sec występuje na masywnym podłożu granitowym o prędkości 5800 m/sec. Szybkość w nadkładzie do piaskowca wynosi 3000 m/sec. Piaskowiec nie został wyznaczony refrakcyjnie z powodu małej miąższości, występowanie jednak znane jest z wierceń i prac refleksyjnych. Jaki jest błąd popelniony na prawdziwym upadzie podłoża przez nieuwzględnienie piaskowca?

Współczynnik  $k = 0,427 = (\psi_c - \varphi) : (\psi - \varphi)$ , więc przyjmując, że piaskowiec jest prawie poziomy, upady podłoża powinny być 2, 3 razy większe niż obliczone.

**Przykład 5**

Wykresy upadów w formie  $\psi = 1/k \psi_c - \varphi$  ( $1/k - 1$ ) mogą być stosowane w miejsce dotychczas używanych, nie zawsze łatwych do wykonania, diagramów służących do uwzględnienia wpływu upadu refraktora górnego na upad refraktora dolnego.

**DODATEK I**

Zakres dokładności współczynnika  $k = \tan i_{02}/\tan i_{12}$ . Poprzednio nadmieniliśmy, iż dla dostatecznie małych kątów upadów, równanie 7 może być zredukowane do prostszej formy równania 8. Zbadajmy dokładność tego współczynnika dla kątów większych, powiedzmy do  $\Delta = 20^\circ$ , gdyż układ o upadach

$\Delta_k$	$k$	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	0,8	0,9
	$\sin i_{12}$	$\delta = \Delta - \Delta_k$ w minutach						
$10^\circ$	0,2	3,0	3,0	2,8	2,4	1,7	1,2	0,6
	0,6	3,1	3,1	3,3	3,3	2,9	2,4	1,4
	0,8	—	—	4,1	7,0	5,8	—	—
	0,96	4,2	7,2	12,0	24,5	34,1	33,4	23,6
$15^\circ$	0,2	10,4	10,3	9,8	8,2	5,7	4,1	2,2
	0,6	10,7	10,9	11,1	11,4	10,0	8,2	4,9
	0,8	—	—	14,3	18,8	20,6	—	—
	0,96	14,3	25,0	42,4	93,5	154,5	177,6	172,0
$20^\circ$	0,2	25,5	25,1	23,7	19,9	13,9	10,0	5,4
	0,6	26,0	28,1	27,1	27,8	24,7	20,2	12,4
	0,8	—	—	35,1	68,6	52,7	—	—
	0,96	34,7	62,0	107,8	273,5	735,0	—	—

Krytyczna wartość  $\sin i_{12} = \cos \Delta = 0,96$  jest zaznaczona na ryc. 4. Kąt  $\Delta$  wynosi w tym przypadku ok.  $16^\circ$ . Jest zrozumiałe, iż im mniejsze jest  $\sin i_{12}$  tym mniejszy błąd popełniamy przy większych kątach upadu.

Ryc. 4 podaje zależność  $k$  od współczynników  $\sin i_{02}$  oraz  $\sin i_{12}$ . Jeżeli  $k$  wyrazimy w prędkościach:

$$k^2 = (V_2^2/V_1^2 - 1) : (V_2^2/V_0^2 - 1)$$

ryc. 4 będzie jednocześnie przedstawiać zależność  $k$  od  $V_0$ ,  $V_1$  i  $V_2$ . Mnożąc bowiem pionową i poziomą skalę przez  $V_2$ , otrzymamy je w wartościach  $V_1$  pionowa i  $V_0$  pozioma, i każda krzywa na rycinie odnosić się będzie do wybranego  $V_2$ . Tak więc zakładając  $V_2 = 5000$  m/sec, odcięte podawać będą zmiany  $V_0$  od 0 do 5000 m/sec, rzędne — zmiany  $V_1$  od 0 do 5000 m/sec i wszystkie krzywe wyrażać będą  $k$  dla  $V_2 = 5000$  m/sec. Wykres prędkościowy pozwoli nam łatwo wyeliminować dla ewentualnej dyskusji wszystkie te wartości  $k$ , które nie mają praktycznego znaczenia.

#### DODATEK II

Upady i prędkości w przypadku prędkości średnich  $V_a$  nadkładu.

$$V_0 = V_a = V_1$$

Wielkości  $\psi_c$  oraz  $\theta_c$  określone w tekście przedstawiają właściwie nowe parametry układu trójwarstwowego. Pierwszy z nich jest średnią różnicą kątów wynurzenia i wynosi  $\Delta_c = k \cdot \Delta$ , drugi — średnią arytmetyczną tych kątów i może być wyrażony w formie  $V_c = V_2 \cos k / \cos \Delta$ , gdzie  $\Delta = \psi - \varphi$ ,  $\Delta_c = \psi_c = \varphi$ ,  $k = \text{tg } i_{02} / \text{tg } i_{12}$ .

Jeżeli układ trójwarstwowy traktujemy jako dwuwarstwowy, dla którego użyjemy prędkości  $V_0$  jako prędkości nadkładu, wtedy obliczony upad  $\psi_c$  i krytyczny kąt  $\theta_c$  są identyczne ze wspomnianymi parametrami. Gdy jednak zastosujemy pewną prędkość  $V_a$  jako prędkość w nadkładzie wynikającą, np. przy kombinowaniu profiliów czasowych, wtedy zmieniamy właściwe kąty wynurzenia i otrzymujemy nowe wartości, które można nazwać  $\psi_a$  oraz  $\theta_a$ . Łatwo jest wykazać, iż między tymi nowymi wielkościami a parametrami poprzednimi zachodzą następujące zależności dla stosunkowo małych kątów upadów:

$$\frac{\psi_c^2}{\psi_c} = \frac{\cos i_{02}}{\sqrt{(V_0/V_a)^2 - \sin^2 i_{02}}}$$

oraz

$$\frac{\sin \theta_c^2}{\sin \theta_c} = \frac{V_a \cdot \cos \psi_a}{V_0 \cdot \cos \psi_c^2}$$

albo

$$V_a^2/V_2 = (\cos \psi_c^2 / \cos \psi_c) \cdot (\cos \Delta_c / \cos \Delta)$$

i przez parametry  $\psi_c$  i  $\theta_c$  upad  $\psi$  i prędkość  $V_2$  mogą zostać określone.

#### SUMMARY

When interpreting the polystratal system as a simple two-stratal one we make some mistakes in estimation of dip and of velocity of the refractor studied

(in the Polish geophysical literature instead of „refractor” the term „refracting surface” is preferred, due to omission of influence of the overlying strata.

In the case of three-stratal system ( $V_0$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ) the analysis of which is discussed in this paper, when omitting the dip  $\varphi$  of the upper refractor, we obtain for the lower refractor a dip  $\psi_c$  and a velocity  $V_c$ , different from true dip  $\psi$  and velocity  $V_2$  in the three-stratal system.

For dips normally found during the refraction works, the relation of these dips amounts:

$$\frac{\psi_c - \varphi}{\psi - \varphi} = \frac{\text{tg } i_{02}}{\text{tg } i_{12}} = k$$

where

$$\sin i_{02} = V_0/V_2$$

$$\sin i_{12} = V_1/V_2$$

This relation, as may be seen, represents a stable value for given system.

Similar mistake made when interpreting the velocities, may be expressed in a relation

$$V_c/V_2 = \cos(\psi_c - \varphi) : \cos(\psi - \varphi)$$

The above presented equations or their graphical expressions are useful in changes of one system into second system and allow to avoid the troublesome interpretations or nomograms used during interpretations of polystratal systems.

#### РЕЗЮМЕ

В интерпретации многослойной системы в виде простой двухслойной системы мы допускаем ряд ошибок при определении угла падения и скорости исследуемой преломляющей поверхности, вследствие пренебрежения влиянием перекрывающих слоев.

В случае трехслойной системы ( $V_0$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ), являющейся темой настоящей статьи, пренебрегая углом падения  $\varphi$  верхней преломляющей поверхности, для нижней поверхности получим угол падения  $\psi_c$  и скорость  $V_c$ , которые не будут совпадать с действительной скоростью  $V_2$  и углом падения  $\psi$  в трехслойной системе.

Отношение падений, с которыми мы встречаемся обычно при исследованиях методом преломленных волн, равняется:

$$\frac{\psi_c - \varphi}{\psi - \varphi} = \frac{\text{tg } i_{02}}{\text{tg } i_{12}} = k$$

где

$$\sin i_{02} = V_0/V_2,$$

$$\sin i_{12} = V_1/V_2.$$

Как видим, это отношение для данной системы является постоянной величиной.

Подобным образом ошибку, совершаемую при определении скоростей, можно выразить отношением:

$$V_c/V_2 = \cos(\psi_c - \varphi) : \cos(\psi - \varphi)$$

Вышеприведенные уравнения или их графическое выражение полезны при замене одной системы в другую и позволяют избежать трудоемких интерпретаций или номограмм, применяемых в интерпретации многослойных систем.