

## O WARUNKACH I SPOSOBACH UWZGLĘDNIANIA POPRAWKI KSIĘŻYCOWO-SŁONECZNEJ W GRAWIMETRII

**K**ONIECZNOŚĆ UWZGLĘDNIANIA WPŁYWU Księżycy i Słońca na pomiary grawimetryczne powstała praktycznie w ostatnim dziesięcioleciu w związku z podwyższeniem dokładności pomiaru przyspieszenia siły ciężkości i nie jest na ogół kwestionowana. Zastosowanie grawimetrów wysokiej klasy w Polsce do pomiarów sieci grawimetrycznej, pomiarów bazy oraz do poszukiwań złóż sprawiło, że i w Polsce uwzględnianie poprawki K—S stało się aktualne. Tymczasem nawet w literaturze fachowej spotyka się niewłaściwe lub dziś już nieaktualne zalecenia odnośnie do sposobu uwzględniania tej poprawki (4). Utało się warunkowo słuszne przekonanie, że wpływ Księżycy i Słońca uwzględnia się przez eliminację chodu grawimetru (dryftu).

Jak wiadomo, istota grawitacyjnego wpływu Księżycy i Słońca na wartość  $g$  w danym punkcie polega na czasowej zmianie różnicy przyciągania środka ciężkości Ziemi oraz danego punktu powierzchni Ziemi przez te ciała, w zależności od wzajemnego położenia tych ciał względem punktu. Składowa pionowa tej zmiennej w czasie różnicy, przejawia się w zmianie wskazań grawimetru wysokiej klasy w danym punkcie, zaś składowa pozioma powoduje zjawisko przyptyków mas atmosfery, wód oceanicznych a nawet skorupy ziemskiej. Traktując Ziemię jako sztywną bryłę, możemy analitycznie wyrazić grawitacyjny wpływ ciała niebieskiego o masie  $m$  wzorem:

$$\Delta g = g \frac{m}{M} \sin^3 p (1 - 3 \cos^2 z) \quad (1)$$

gdzie  $g$  — średnia wartość grawitacji ziemskiej (bez udziału przyspieszenia siły odśrodkowej),

$\frac{m}{M}$  — stosunek masy ciała niebieskiego do masy Ziemi

$p$  — paralaksa równikowa ciała niebieskiego,

$z$  — odległość zenitalna ciała niebieskiego,

Oczywiście poprawka z tego tytułu będzie miała znak przeciwny; oznaczając wyrażenie przed nawiasem przez  $k' = f(p)$

możemy poprawkę dla Ziemi jako bryły sztywnej wyrazić wzorem:

$$\delta' = k' (3 \cos^2 z - 1) \quad (2)$$

Jednak całkowita poprawka ze względu na przyciąganie Księżycy i Słońca powinna uwzględniać fakt, że podczas oddziaływania grawitacyjnego tych ciał na pomiar występuje jeszcze wtórne zjawisko wysokościowej zmiany położenia stanowiska wskutek elastyczności Ziemi, powodując, że wartości obserwowane są średnio 1,20 razy większe od wartości teoretycznych obliczonych wg wzoru 1 dla Ziemi jako bryły sztywnej. Współczynnik  $G = 1,20$  nosi nazwę współczynnika grawitacyjnego; jego lokalna wartość może odbiegać od średniej ziemskiej wartości. Uwzględniając  $k = 1,20 \cdot k'$ , możemy dla całkowitej poprawki K—S napisać:

$$\delta = k (3 \cos^2 z - 1) \quad (3)$$

Ekstremalne wartości poprawek otrzymamy dla wartości  $z$  wynikającej z przyrównania pochodnej funkcji (3) do zera, to jest z równania:

$$-3k \cdot \sin^2 z = -6k \cdot \sin z \cdot \cos z = 0$$

Stąd  $z_1 = \begin{cases} 0^\circ \\ 180^\circ \end{cases}$ ,  $z_2 = 90^\circ$ . Zatem ekstrema wystąpią, gdy ciało niebieskie jest w zenicie ( $z = 0^\circ$ ), w nadirze ( $z = 180^\circ$ ) oraz w horyzoncie ( $z = 90^\circ$ ). Dla  $z = \begin{cases} 0^\circ \\ 180^\circ \end{cases}$  druga pochodna:  $-6k \cdot \cos 2z$  jest ujemna, więc w zenicie i nadirze otrzymamy największe dodatnie wartości poprawek, zaś dla  $z = 90^\circ$  druga pochodna jest dodatnia, gdy więc ciało niebieskie jest w horyzoncie, otrzymamy największe ujemne poprawki. Jeżeli jeszcze przyrównamy do zera wzór 3 na poprawkę, przekonamy się, że poprawki będą równe zeru dla  $z = \begin{cases} 54^\circ 44' \\ 125^\circ 16' \end{cases}$ .

Z powyższego wynika, że maksymalne poprawki Słońca występują w strefie międzyzwrotnikowej, tj. w strefie między  $+23^{\circ}27'$  a  $-23^{\circ}27'$  szerokości geograficznej, gdyż tylko tam Słońce może raz lub dwa razy do roku znaleźć się w zenicie. Ponieważ nachylenie orbity Księżyca względem ekliptyki wynosi  $5^{\circ}08,6'$ , więc Księżyc może występować w zenicie w nieco szerszym pasie od  $+28^{\circ}35,6'$  do  $-28^{\circ}35,6'$  szerokości geograficznej. Dla danego punktu kuli ziemskiej w szerokościach Polski będzie nas zatem interesowała tylko najmniejsza możliwa odległość zenitalna Księżyca i Słońca. Otrzymamy ją z prostej zależności między szerokością geograficzną punktu  $\varphi$ , deklinacją ciała niebieskiego  $\delta$  i jego odległością zenitalną  $z$  w górnej kulminacji:

$$z = \varphi - \delta \quad (4)$$

Ponieważ największa możliwa deklinacja Księżyca wynosi ok.  $28,5^{\circ}$ , zaś najmniejsza szerokość w granicach Polski ok.  $49^{\circ}$ , więc najmniejsza odległość zenitalna Księżyca na równoleżniku  $49^{\circ}$  wyniesie:  $49^{\circ} - 28,5^{\circ} = 20,5^{\circ}$ , a dla Warszawy ( $\varphi = 52^{\circ}$ ) około  $23,5^{\circ}$ . Podobnie przekonamy się, że najmniejsza odległość zenitalna Słońca w Polsce (dla  $\varphi = 49^{\circ}$ ) jest nie mniejsza niż  $25,5^{\circ}$ . Ze wzoru  $z = \varphi - \delta$  możemy już wnioskować, że odległość zenitalna Księżyca i Słońca będzie tym mniejsza im mniejsza jest szerokość geograficzna punktu obserwacji; zatem poprawki będą tym większe im bardziej na południe. Dla obliczenia  $\cos z$  nie możemy się jednak posługiwać wzorem 4, ponieważ jest on ważny tylko dla momentów górnej kulminacji ciała niebieskiego. W ogólnym przypadku stosuje się wzór z trygonometrii sferycznej:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t$$

Wynika stąd, że w ogólnym przypadku poprawki K—S będą złożoną funkcją szerokości geograficznej, deklinacji oraz kąta godzinowego  $t$  za pośrednictwem odległości zenitalnej  $z$ . Wynika też, że w danym punkcie największa wartość  $\cos z$ , a zatem i poprawki Księżyca lub Słońca występuje w momencie kulminacji, tj. gdy  $\cos t = 1$ , czyli gdy  $t = 0$ . Jeżeli więc brać pod uwagę tylko Słońce, to w danym punkcie maksymalna poprawka Słońca wystąpi w godzinach południowych i o północy. W praktyce mamy jednak do czynienia z łącznym wpływem Księżyca i Słońca (wykres 1). Zatem położenie ekstremum łącznej poprawki K—S nie zawsze wystąpi w godzinach południowych, ponieważ będzie ono zależało również od chwilowego położenia Księżyca względem Ziemi i Słońca. W okresie nowiu oraz pełni, tj. gdy Księżyc, Ziemia i Słońce znajdują się w jednej płaszczyźnie, mamy dodawanie się jednoimiennych poprawek i wówczas maksima występują w godzinach południowych w danym punkcie. W okresie pierwszej i trzeciej kwadry następuje częściowe wygaszanie się poprawek Księżyca i Słońca, w godzinach południowych występują punkty przegięcia. Natomiast we wszystkich pozostałych dniach miesiąca ekstrema poprawek nie występują w godzinach południowych, lecz przed lub po południu.

Powyższe uwagi ilustruje wykres 1 łącznej poprawki Księżyca i Słońca, obliczony w interwałach co jedną godzinę dla sierpnia 1962 r. w punkcie o szerokości Krakowa i długości Warszawy ( $\varphi = 50^{\circ}$ ,  $\lambda = 21^{\circ}$ ). Z analizy wykresu wynika, że zalecane przez Sorokina (4) uwzględnianie poprawki K—S przez trzykrotne nawiązanie (rano, w południe i wieczorem) w punktach podstawowych oraz liniową eliminację dryftu nie wystarczy, gdyż co najmniej połowa dni w miesiącu ma praktycznie szkodliwe, pozapółdniowe ekstrema poprawek, których nie wychwytyje liniowa interpolacja dryftu.

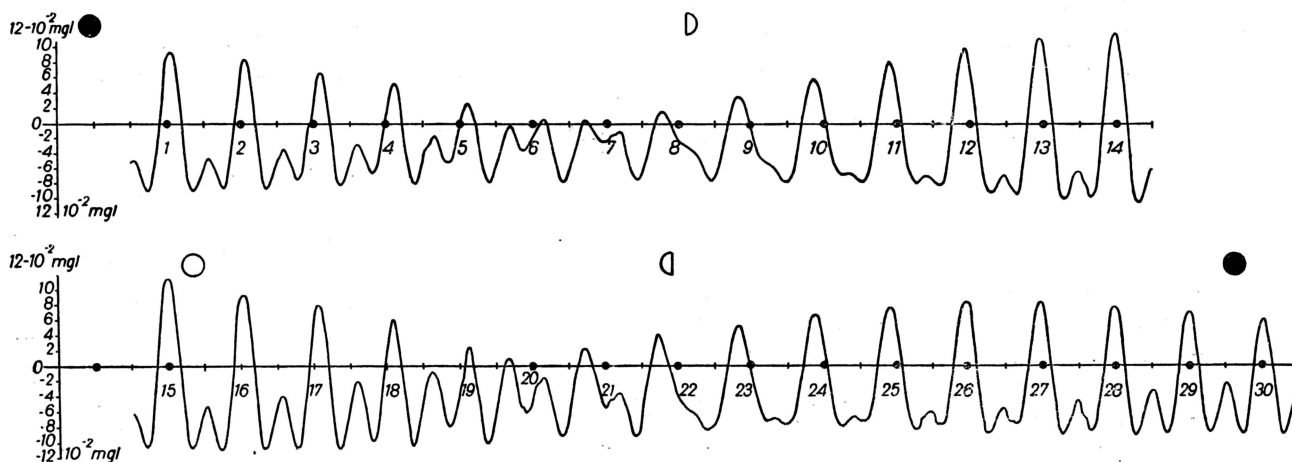
Błąd rugowania wpływu K—S przez liniową interpolację dryftu wyznaczonego na przykład w dniu 18.8.62 o godzinie 12 oraz 18 wyniesie 0,08 mgł. Ponieważ sierpień był dowolnie wybrany, więc należy się liczyć w ogólnym przypadku z jeszcze większym błędem rugowania wpływu K—S przez liniową interpolację dryftu w ten sposób. W warunkach Polski możemy spowodować błąd przekraczający trzykrotnie dokładność pomiaru równą 0,03 mgł, przy czym jak sądzi H. Watermann (6), błąd ten może się podwoić, gdy ciąg kontrolny przeprowadzimy w odwrotnym kierunku. Z tym wnioskiem trudno się zgodzić, jak wynika bowiem z ryc. 2a, w ciągu A—B pomierzonym przed południem „dryft” jest dodatni. Eliminując dryft liniowo, odejmujemy za mało w stosunku do krzywej poprawek K—S, czyli wartość  $g$  będzie za duża. W ciągu kontrolnym B—A, pomierzonym bezpośrednio po południu „dryft” jest ujemny. Eliminując liniowo ujemny dryft, dodajemy w każdym punkcie pośrednim za dużo w stosunku do krzywej poprawek K—S, wskutek czego w danym punkcie ciągu otrzymamy znowu wartość  $g$  o tę samą wartość za dużą. Zatem pomiar kontrolny jest obarczony takim samym błędem jak pomiar pierwotny i nie występuje niebezpieczeństwo podwojenia się tego błędu.

Taki sposób uwzględniania poprawki K—S jest jednak zawsze jeszcze źródłem błędów dochodzącego do 0,1 mgł i dlatego przy dzisiejszej dokładności pomiaru nie wystarcza.

Z ryc. 2a widać, że źródłem największych błędów w ogólnym przypadku jest symetryczne w czasie względem osi krzywej wyznaczanie dryftu. Natomiast na tych odcinkach krzywej, gdzie możemy ją uważać za odcinek prostej, liniowa eliminacja dryftu uwzględnia wpływ Księżyca i Słońca całkiem poprawnie. Tej właściwości nie można jednak wykorzystywać, nie znając z góry wykresu poprawek na dany dzień.

Chcąc praktycznie uwzględnić wpływ Księżyca i Słońca bez wprowadzania odpowiednich poprawek, należałoby ograniczyć czas upływający między dwoma kolejnymi nawiązaniem w punktach podstawowych do dwóch godzin. Wówczas, jak to wynika z wykresu 1, błąd liniowej interpolacji dryftu w szerokościach Polski nie przekroczy dzisiejszej dokładności pomiaru ocenianej na 0,03 mgł i możemy nie prowadzić kontroli czasowych zmian wpływu Księżyca i Słońca.

Powstaje jednak pytanie, czy jest celowe ograniczanie w ten sposób operatywności grupy pomiarowej dla samego uniknięcia konieczności wprowadzenia poprawek K—S, jeżeli do tak częstych nawiązań nie zmusza odpowiednio krótki czas liniowej zmiany dryftu danego typu grawimetru? Tak np. grawimetr Gs 11 ma długotrwały dryft liniowy wynoszą



Ryc. 1. Wykres poprawek przyspieszenia siły ciężkości ze względu na wpływ Księżyca i Słońca na miesiąc sierpień 1962 r.  
● .południe, | północ.

ey kilka dziesiątych miligala na dobę. O tej właściwości grawimetru Gs 11 można się przekonać dokonując odczytu wskazania grawimetru w danym punkcie w momentach, gdy poprawki K—S są równe zeru, lub też odczytując w dowolnych momentach z uwzględnieniem poprawek K—S dla tych momentów. Czy nie lepiej byłoby prowadzić stałą kontrolę zmian wpływu Księżycy i Słońca i pozwolić grupom na całkowite wykorzystanie możliwości grawimetru? W ten sposób odpadłaby pewna ilość nieużytecznych nawiązań w ciągu sezonu, zwiększyłaby się połowa wydajność pracy, natomiast dodatkowy nakład pracy związany z potrzebą wprowadzenia poprawek na podstawie np. takich wykresów poprawek jak wykres 1, byłby nieporównanie mniejszy. Podobne wykresy poprawek na cały rok opracowuje się pod kierownictwem Szokina w Instytucie Geodezji i Kartografii w Moskwie. Jednak wykresy te nie mogą być u nas wykorzystywane, ponieważ są obliczane dla południka 90° długości wschodniej z zastrzeżoną ważnością (po przeliczeniu) dla punktów o długościach od 30° do 150°, zaś najbardziej na wschód wysunięte obszary Polski mają długość ok. 24°.

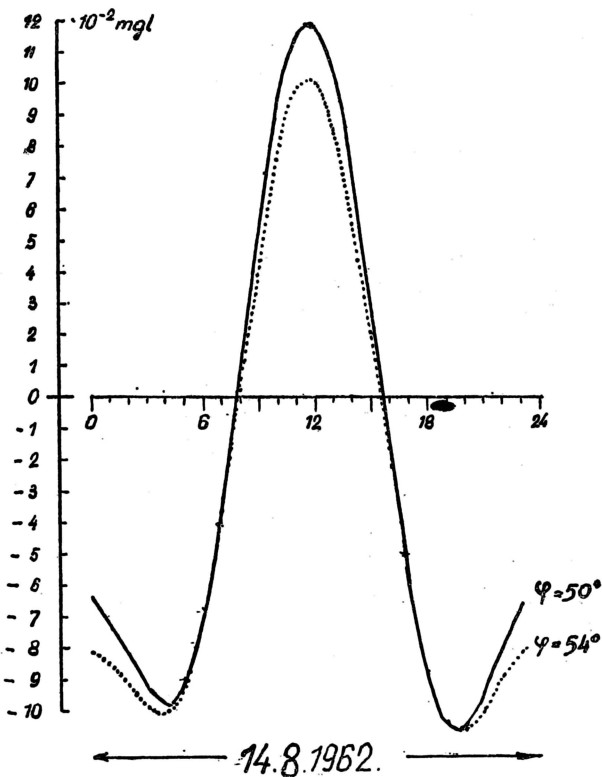
Takie wykresy podaje również Morelli dla Triestu, które z odpowiednimi poprawkami długości i szerokości geograficznej mogą być aktualne dla pasa  $\varphi_{Tr} \pm 13^\circ$ . Wykresy te nie są jednak ogólnie dostępne.

W związku z tym oraz z powodu dużej pracochłonności i zwłaszcza przy wielokrotnym obliczaniu poprawek ze wzoru roboczego:

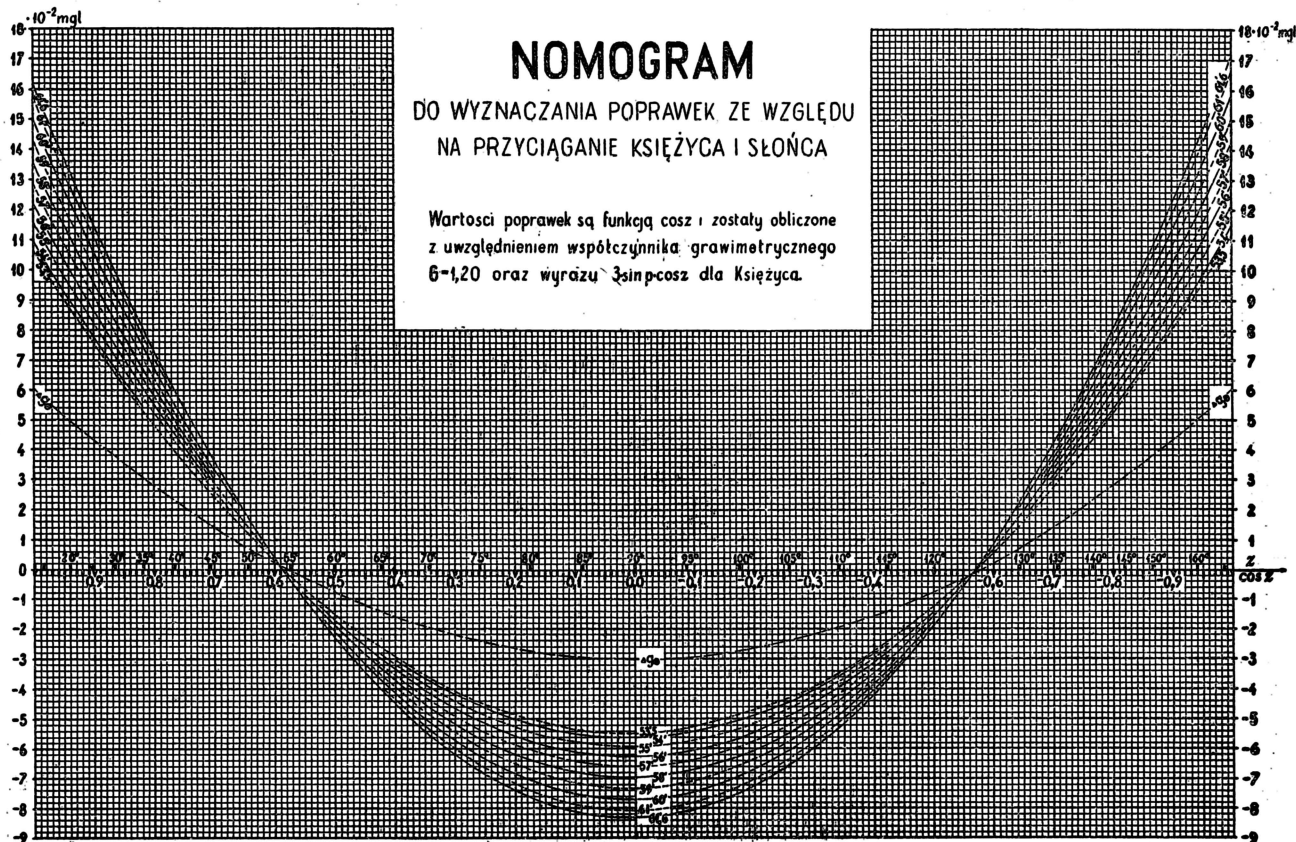
$$\delta = k [3 (\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t)^2 - 1]$$

autor opracował graficzno-tabelaryczne pomoce do szybkiego wyznaczania poprawek. Nomogram i tablice zostały opublikowane w „Przeglądzie Geodezyjnym” 1961, nr 10. Stosunkowo dokładny nomogram (ryc. 3) daje poprawki jako funkcję cosinusa odległości zenitalnej i ma charakter uniwersalny, natomiast tablice służące do wyznaczania  $\cos z = f(\varphi, \delta, t)$  są obliczone dla szerokości geograficznych Polski, 50°, 52° i 54°. Gdyby za pomocą tych czy innych środków pomocniczych sporządzać wykresy poprawek dla środkowego punktu obszaru Polski o współrzędnych  $\varphi = 52^\circ \lambda = 19^\circ$ ,

to w żadnym przypadku poprawki te nie musiałyby być przeliczane dla innych punktów Polski. Jak wynika bowiem z ryc. 2, wpływ szerokości mógłby w warunkach Polski nie



Ryc. 2. Eliminacja wpływu K—S przez liniową interpolację dryftu.



Ryc. 3.

być uwzględniany, gdyż maksymalnej różnicy  $\Delta\varphi = 4^\circ$  odpowiada zmiana poprawki o 0,02 mgl. Również wpływ różnicy długości (danego punktu i południka obliczeń poprawek) byłby zanedbywalnie mały. Przyjmując do obliczeń poprawek południk  $19^\circ$  ryzykujemy maksymalny błąd  $\Delta\lambda = \pm 5^\circ = \pm 20$  minut czasu, co na wykresie 2 odpowiada poziomemu przesunięciu krzywej o 1 mm, a zatem nie wprowadzi błędu większego niż 0,01 mgl. Jedynym ewentualnym błędem takich sposobów uwzględniania wpływu Księżyca i Słońca byłby błąd przyjęcia średniego współczynnika grawimetrycznego  $G = 1,20$ . Jednak jedyna wyznaczona w Polsce przez M. Dobrzycką (2) jego wartość średnia w Borówcu koło Poznania z fal południowych, pokrywa się ze średnią ziemską wartością. Gdyby nawet lokalna wartość współczynnika grawimetrycznego zmieniała się w granicach  $1,20 \pm 0,03$ , wówczas maksymalny błąd wyznaczonej w ten sposób poprawki nie przekroczyłby założonej wyżej dokładności pomiaru równej 0,03 mgl. Istnieje jednak możliwość uwzględnienia i tej ewentualności, że błąd przyjęcia średniego współczynnika grawimetrycznego  $G$  przekroczy dokładność pomiaru. W tym celu wystarczy mieć do dyspozycji dodatkowo dokładny grawimetr o małym chodzie, z automatyczną rejestracją wyników pomiaru jak np. Gs 11 lub Gs 12. Taki grawimetr, ustawiony wyłącznie stacjonnie, z dala od źródeł wstrząsów na okres badań w danym rejonie, dostarczyłby nam rzeczywistych wykresów wpływu Księżyca i Słońca zależnych od lokalnego współczynnika grawimetrycznego. Dla otrzymania poprawki na dany moment obserwacji wystarczyłoby więc zmienić znak wartości otrzymanej z wykresu dla danego momentu.

Wnioski końcowe:

1) Uwzględnianie wpływu Księżyca i Słońca przez liniową interpolację dryftu wyznaczanego rano, w południe i wieczorem jest w szerokościach Polski źródłem błędu prawie 0,1 mgl.

2) Ze względów ekonomicznych nie należy skracać odstepu czasu nawiązania do punktów podstawowych, tylko dla uniknięcia wpływu Księżyca i Słońca, jeżeli nie zmusza do tego odpowiednio krótki czas liniowej zmiany dryftu danego grawimetru.

3) Należy prowadzić stałą kontrolę czasowych zmian wpływu Księżyca i Słońca i wprowadzać w uzasadnionych przypadkach poprawki K—S do pomierzonych wartości  $g$  zamiast uwzględniania wpływu K—S przez eliminację zbyt często wyznaczonego dryftu w celu całkowitego wykorzystania małych długotrwałych dryftów liniowych takich grawimetrów jak Gs 11, Gs 12.

## L I T E R A T U R A

1. B i l s k i E. — Pomocce do wyznaczania poprawki przyspieszenia siły ciężkości ze względu na przyciąganie Księżyca i Słońca. „Przegląd Geodezyjny” 1961, nr 10.
2. D o b r z y c k a M. — Observations of Tidal-Gravity, variations at Borowiec, „Acta Geophysica Polonica” 1960 nr 3.
3. N e u m a n n R. — Role joué par la correction Luni-Solair en prospection gravimétrique. G.P. II, 1954, nr 4.
4. S o r o k i n S. — Grawimetrija i grawimetriczeskaja razwiedka. Moskwa 1951.
5. S z o k i n P.F. — Grafiki grawimetriczeskich poprawek za priliwnoje wlijanije Łuny i Solnca na 1958 god. Moskwa 1957.
6. W a t e r m a n n H. — Über systematische Fehler bei Grawimetermessungen, D.G.K.R.C. Heft r, 21,