



JULIUSZ MIECZNIK
Akademia Górniczo-Hutnicza

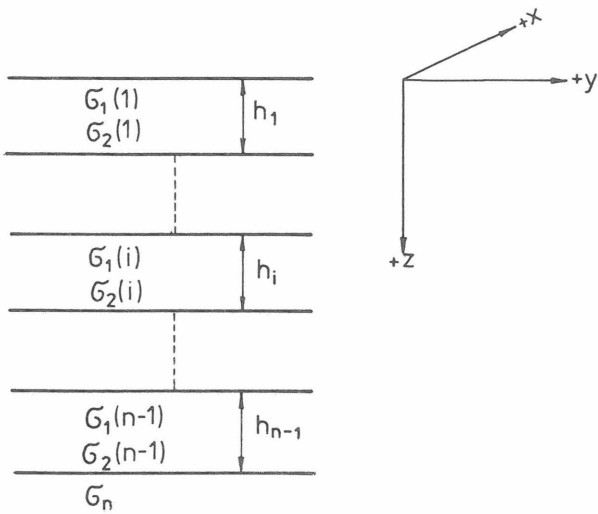
SONDOWANIA MAGNETOTELLURyczne W OŚRODKACH ANIZOTROPOWYCH

UKD 550.837.211

Liczne obserwacje pola magnetotellurycznego wskazują na silną zależność krzywych sondowań od azymutu układu pomiarowego. Spowodowane to może być zarówno obecnością niejednorodności w badanym ośrodku, jak również jego anizotropią.

Wpływ trójwymiarowych struktur na rozkład pola magnetotellurycznego jest szczegółowo analizowany przez licznych geofizyków (4). Zagadnienie anizotropii ośrodka i jej wpływu na wyniki sondowań jest w literaturze znac-

nie skromniej reprezentowane. Z drugiej strony, szczegółowa analiza wielu krzywych sondowań magnetotellurycznych wskazuje, że nie zawsze zarejestrowana zależność krzywych oporności pozornej i przesunięcia fazowego od azymutu układu pomiarowego może być wyjaśniona obecnością struktur w badanym ośrodku geologicznym. Przyjęcie natomiast modelu anizotropowego ośrodka daje często dobrą zgodność krzywej teoretycznej z zaobserwowaną.



Ryc. 1. N-warstwowy anizotropowy przekrój geoelektryczny

$\sigma_1(j)$, $\sigma_2(j)$ – przewodnictwa elektryczne w j warstwie, h_j – miąższość j warstwy, x, y, z – osie prostokątnego układu pomiarowego

Fig. 1. N-layered anisotropic geoelectric profile

$\sigma_{1(j)}$, $\sigma_{2(j)}$ – electric conductivity of layer j, h_j – thickness of layer j, x, y, z – axes of orthogonal measurement system

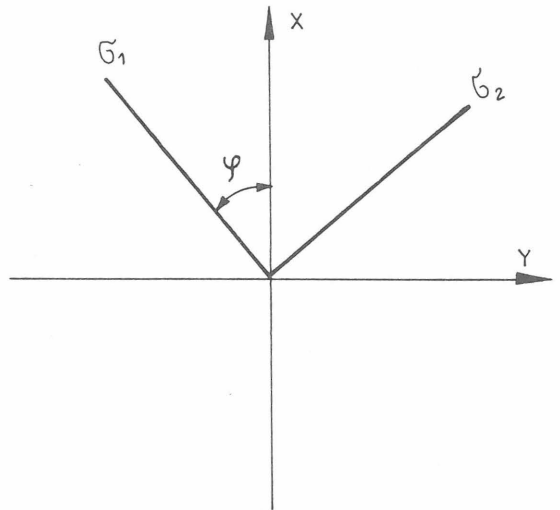
Celowość wykorzystywania zjawiska anizotropii w procesie interpretacji sondowań magnetotellurycznych powoduje konieczność posługiwania się algorytmem dla składowych tensora impedancji obliczonych przy założeniu anizotropowości przewodzącej, warstwowanej półprzestrzeni. Algorytm taki jest podstawą obliczania amplitudowych i fazowych krzywych sondowań magnetotellurycznych.

IMPEDANCJA WARSTWOWANEJ ANIZOTROPOWEJ PÓLPRZESTRZENI

Model geoelektryczny składa się z N poziomych warstw o płaskich granicach rozdziału (ryc. 1). W każdej warstwie przewodnictwo elektryczne ma postać tensora o postaci (2):

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \sin^2 \varphi & (\sigma_2 - \sigma_1) \sin \varphi \cos \varphi \\ (\sigma_2 - \sigma_1) \sin \varphi \cos \varphi & \sigma_1 \sin^2 \varphi + \sigma_2 \cos^2 \varphi \end{bmatrix} \quad [1]$$

gdzie σ_1 i σ_2 są głównymi osiami anizotropii, a oś σ_1 tworzy



Ryc. 2. Oś +x układu pomiarowego tworzy kąt φ z osią σ_1 anizotropii przewodnictwa

x, y – osie układu pomiarowego, σ_1 , σ_2 – osie anizotropii przewodnictwa

Fig. 2. Axis +x of the measurement system, set at the angle φ to the axis σ_1 of the anisotropy of conductivity

x, y – axes of measurement system, σ_1 , σ_2 – axes of anisotropy of conductivity

kąt φ z osią +x prostokątnego układu pomiarowego x, y, z (oś +z skierowana pionowo w dół) (ryc. 2). Na powierzchnię takiego modelu pada normalnie płaska fala elektromagnetyczna o harmonicznej zależności od czasu t, tzn. $e^{-i\omega t}$, gdzie ω jest częstością zmian pola.

W każdej j warstwie wyindukowane pole elektromagnetyczne o składowych E_x , E_y , H_x i H_y jest superpozycją czterech niezależnych amplitud E_{x1}^{\pm} i E_{y2}^{\pm} związanych z propagacją pola wzdłuż osi $\pm z$ oraz z osiami anizotropii σ_1 i σ_2 (indeksy „1” i „2” przy składowych pola elektrycznego). Pole magnetyczne wyliczamy z równania Maxwella. Ostatecznie pole elektromagnetyczne można opisać układem równań liniowych, które w symbolice macierzowej mają postać:

$$A(j) \cdot X(j) = F(j) \quad j = 1, 2, \dots, N \quad [2]$$

N – numer warstwy

Macierz kwadratowa $A(j) = [a_{ik}]$ ma elementy zależne od parametrów fizycznych modelu geoelektrycznego, azymutu układu pomiarowego i częstości zmian pola:

$$[a_{ik}] = \begin{bmatrix} e^{ik_1 z} & e^{-ik_1 z} & e^{ik_2 z} \cdot \operatorname{tg} \varphi & e^{-ik_2 z} \cdot \operatorname{tg} \varphi \\ -e^{ik_1 z} \cdot \operatorname{tg} \varphi & -e^{-ik_1 z} \cdot \operatorname{tg} \varphi & e^{ik_2 z} & e^{-ik_2 z} \\ \frac{k_1}{\omega \mu} e^{ik_1 z} \cdot \operatorname{tg} \varphi & \frac{-k_1}{\omega \mu} e^{-ik_1 z} \cdot \operatorname{tg} \varphi & \frac{-k_2}{\omega \mu} e^{ik_2 z} & \frac{k_2}{\omega \mu} e^{-ik_2 z} \\ \frac{k_1}{\omega \mu} e^{ik_1 z} & \frac{-k_1}{\omega \mu} e^{-ik_1 z} & \frac{k_2}{\omega \mu} e^{ik_2 z} \cdot \operatorname{tg} \varphi & \frac{-k_2}{\omega \mu} e^{-ik_2 z} \cdot \operatorname{tg} \varphi \end{bmatrix} \quad [3]$$

k_1 i k_2 są liczbami falowymi w j warstwie, opisane zależnością:

$$k_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma_{1,2}}{2}} (1+i)$$

przy czym $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{h}{m} \right]$ jest przenikalnością próżni. Ponadto:

$$X(j) = \text{col}(X_1 = E_{x_1}^+; X_2 = E_{x_1}^-; X_3 = E_{y_2}^+; X_4 = E_{y_2}^-)$$

$$F(j) = \text{col}(E_x, E_y, H_x, H_y) \quad [4]$$

są wektorami kolumnowymi odpowiednio niewiadomych amplitud pola i wyrazów wolnych, którymi są wyindukowane w warstwie składowe pola elektrycznego i magnetycznego.

Na każdej granicy rozdziału z_j warunki graniczne sprowadzają się do ciągłości składowych stycznych całkowitego pola elektrycznego i magnetycznego. Stosując te warunki graniczne do równań [2] możemy niewiadome amplitudy pola w j warstwie wyrazić poprzez niewiadome amplitudy pola w $(j+1)$ warstwie, a więc:

$$x(j) = B(j) \cdot x(j+1) \quad [5]$$

gdzie:

$$B(j) = A^{-1}(j) \cdot A(j+1) \quad [6]$$

$A^{-1}(j)$ jest macierzą odwrotną do macierzy kwadratowej $A(j)$. Wykorzystując powyższy rekurencyjny związek dla niewiadomych amplitud pola elektrycznego i magnetycznego w pierwszej warstwie otrzymujemy:

$$X(1) = \left[\prod_{j=1}^{N-1} B(j) \right] \cdot [X(N)] \quad [7]$$

przy czym $X(N)$ jest wektorem kolumnowym niewiadomych amplitud pola w ostatniej warstwie. Ponieważ w tej warstwie nie ma fali odbitej, propagującej w kierunku osi $-z$, więc:

$$X_2(N) = E_{x_1}^- (N) = 0$$

$$X_4(N) = E_{y_2}^- (N) = 0 \quad [8]$$

Iloczyn macierzy $B(j)$ jest również macierzą o elementach b_{ik} czyli:

$$\prod_{j=1}^{N-1} B(j) = b_{ik} \quad [9]$$

Macierz $B(j)$ (równanie [6]) ma postać:

$$B(j) = \begin{bmatrix} e_1 v_1 \alpha & \bar{e}_1 \mu_1 \alpha & -e_{21} v_{21} \beta & -\bar{e}_{21} \mu_{21} \beta \\ \varepsilon_1 \mu_1 \alpha & \bar{\varepsilon}_1 v_1 \alpha & -\varepsilon_{21} \mu_{21} \beta & -\bar{\varepsilon}_{21} v_{21} \beta \\ e_{12} v_{12} \beta & \bar{e}_{12} \mu_{12} \beta & e_2 v_2 \alpha & \bar{e}_2 \mu_2 \alpha \\ \varepsilon_{12} \mu_{12} \beta & \bar{\varepsilon}_{12} \varepsilon_{12} \beta & \varepsilon_2 \mu_2 \alpha & \bar{\varepsilon}_2 v_2 \alpha \end{bmatrix} \quad [10]$$

Poszczególne elementy powyższej macierzy są funkcjami elektrycznych parametrów ośrodka, azymutu układu pomiarowego i częstości zmian pola:

$$e_1 = e^{i[k_1(j+1) - k_1(j)]z_j}; \quad e_{12} = e^{i[k_1(j+1) - k_2(j)]z_j}$$

$$\varepsilon_1 = e^{i[k_1(j+1) + k_1(j)]z_j}; \quad \varepsilon_{12} = e^{i[k_1(j+1) + k_2(j)]z_j}$$

$$e_2 = e^{i[k_2(j+1) - k_2(j)]z_j}; \quad e_{21} = e^{i[k_2(j+1) - k_1(j)]z_j} \quad [11]$$

$$\varepsilon_2 = e^{i[k_2(j+1) + k_2(j)]z_j}; \quad \varepsilon_{21} = e^{i[k_2(j+1) + k_1(j)]z_j}$$

$$\bar{e}_1 = e^{-i[k_1(j+1) - k_1(j)]z_j}; \quad \text{itd.}$$

$$\alpha = \frac{1 + \text{tg} \varphi(j) \cdot \text{tg} \varphi(j+1)}{2(1 + \text{tg}^2 \varphi(j))}$$

$$\beta = \frac{\text{tg} \varphi(j) - \text{tg} \varphi(j+1)}{2(1 + \text{tg}^2 \varphi(j))} \quad [12]$$

$$\mu_1 = 1 - \frac{k_1(j+1)}{k_1(j)} \quad \mu_{12} = 1 - \frac{k_1(j+1)}{k_2(j)}$$

$$v_1 = 1 + \frac{k_1(j+1)}{k_1(j)} \quad v_{12} = 1 + \frac{k_1(j+1)}{k_2(j)} \quad [13]$$

$$\mu_2 = 1 - \frac{k_2(j+1)}{k_2(j)} \quad \mu_{21} = 1 - \frac{k_1(j)}{k_2(j+1)}$$

$$v_2 = 1 + \frac{k_2(j+1)}{k_2(j)} \quad v_{21} = 1 + \frac{k_2(j+1)}{k_1(j)}$$

W N -warstwowym ośrodku mamy $(4N-2)$ niewiadomych i $(4N-4)$ równań wynikających z warunków granicznych. W celu jednoznacznego rozwiązania układu równań [2] dla N -warstwowego przekroju geoelektrycznego należy więc dodać jeszcze dwa równania. Zakładamy, że na powierzchni Ziemi ($z = 0$) pole magnetyczne o składowych $H_x(0)$ i $H_y(0)$ ma określoną polaryzację, która stosunkowo słabo zależy od parametrów fizycznych badanego ośrodka. Zatem dwa brakujące równania mają postać:

$$H_x(1) = \sum_{k=1}^4 a_{3k}(0) X_k(1)$$

$$H_y(1) = \sum_{k=1}^4 a_{4k}(0) X_k(1) \quad [14]$$

Podstawiając do tych wyrażeń niewiadome $x_1(1), \dots, x_4(1)$ znajdujemy $x_1(N)$ i $x_3(N)$, jako funkcje pola magnetycznego $H_x(1)$ i $H_y(1)$ mierzonego na powierzchni Ziemi oraz jako funkcje parametrów przekroju geoelektrycznego. Możemy więc wyrazić niewiadome amplitudy pola w pierwszej warstwie poprzez pole magnetyczne H_x i H_y (dla $z = 0$) i poprzez parametry wszystkich warstw. Na powierzchni Ziemi zakładamy związki (1):

$$E_x = Z_{xx} H_x + Z_{xy} H_y$$

$$E_y = Z_{yx} H_x + Z_{yy} H_y \quad [15]$$

gdzie $Z_{xx}, Z_{xy}, Z_{yx}, Z_{yy}$ są składowymi tensora impedancji, przy czym:

$$Z_{xx} = Z_1(1) \cdot \{u\lambda \cos^2 \varphi(1) + n \sin^2 \varphi(1) + (R_1 + \lambda R_2) \sin \varphi(1) \cos \varphi(1)\}$$

$$Z_{xy} = -Z_1(1) \{ (u\lambda - n) \sin \varphi(1) \cos \varphi(1) + \lambda R_2 \sin^2 \varphi(1) - R_1 \cos^2 \varphi(1) \}$$

$$Z_{yx} = Z_1(1) \{ (n - u\lambda) \sin \varphi(1) \cos \varphi(1) + \lambda R_2 \cos^2 \varphi(1) - R_1 \sin^2 \varphi(1) \} \quad [16]$$

$$Z_{yy} = Z_1(1) \{ u\lambda \sin^2 \varphi(1) + n \cos^2 \varphi(1) - (R_1 + \lambda R_2) \sin \varphi(1) \cos \varphi(1) \}$$

$$u = 2\varepsilon(b_{21}b_{13} - b_{11}b_{23}); \quad n = 2\varepsilon(b_{41}b_{33} - b_{31}b_{43})$$

$$R_1 = \varepsilon \{ (b_{11} + b_{21})(b_{33} - b_{43}) - (b_{31} - b_{41})(b_{13} + b_{23}) \}$$

$$R_2 = \varepsilon \{ (b_{31} + b_{41})(b_{13} - b_{23}) - (b_{11} - b_{21})(b_{33} + b_{43}) \}$$

$$\varepsilon^{-1} = (b_{11} - b_{21})(b_{33} - b_{43}) - (b_{31} - b_{41})(b_{13} - b_{23}) \quad [17]$$

$$\lambda = \frac{k_1(1)}{k_2(1)}; \quad Z_1(1) = \frac{-i\omega\mu}{k_1(1)}$$

W powyższych wyrażeniach b_{ik} ($i, k = 1, 2, 3, 4$) są elementami macierzy [9].

Z równań [15] otrzymujemy tzw. impedancje pozorne:

$$Z_{xx}^a = \frac{E_x(0)}{H_x(0)} = Z_{xx} + Z_{xy} \frac{1}{h_{xy}}$$

$$Z_{xy}^a = \frac{E_x(0)}{H_y(0)} = Z_{xy} + Z_{xx} h_{xy}$$

$$Z_{yy}^a = \frac{E_y(0)}{H_x(0)} = Z_{yx} + Z_{yy} \frac{1}{h_{xy}} \quad [18]$$

$$Z_{yx}^a = \frac{E_y(0)}{H_y(0)} = Z_{yy} + Z_{yx} h_{xy}$$

Impedancje pozorne zależą więc od parametrów ośrodka (oporności i miąższości), kąta między osiami anizotropii przewodnictwa i układu pomiarowego $x-y$ oraz od parametru polaryzacji magnetycznej h_{xy} . Wyznaczamy go według wzoru:

$$h_{xy} = \frac{H_x(0)}{H_y(0)} = \frac{A_{H_x}}{A_{H_y}} e^{i(\varphi_{H_x} - \varphi_{H_y})} \quad [19]$$

gdzie A_{H_x} i A_{H_y} oznaczają amplitudy mierzonych na powierzchni Ziemi składowych pola magnetycznego, a φ_{H_x} i φ_{H_y} – ich fazy. Parametr ten znany z pomiarów magnetotellurycznych, natomiast dla obliczeń numerycznych jego wartość musimy założyć *a priori*. Jeżeli pole magnetyczne jest spolaryzowane liniowo, wówczas parametr h_{xy} jest wyznaczany tylko przez amplitudy pola magnetycznego.

Wzory [16] całkowicie określają pole elektromagnetyczne w warstwowanej, anizotropowej półprzestrzeni. Wyrażenia [16] i [18] pozwalają obliczyć teoretyczne krzywe sondowań magnetotellurycznych.

WYKRESY OPORNOŚCI POZORNEJ

Amplitudowe i fazowe krzywe sondowań magnetotellurycznych obliczamy według zależności:

$$\begin{aligned} \rho_{xy} &= \frac{1}{\omega\mu} \left| Z_{xy}^a \right|^2 & \varphi_{xy} &= \text{Arg} Z_{xy} \\ \rho_{yx} &= \frac{1}{\omega\mu} \left| Z_{yx}^a \right|^2 & \varphi_{yx} &= \text{Arg} Z_{yx} \end{aligned} \quad [20]$$

W ogólnym przypadku dla dowolnych parametrów fizycznych badanego ośrodka oraz dla dowolnych kątów, jakie tworzą osie anizotropii przewodnictwa w poszczególnych warstwach z osiami układu pomiarowego, napisanie wyrażen analitycznych dla krzywych sondowań jest zadaniem niezwykle trudnym. Pozostaje jedynie droga obliczeń numerycznych, za pomocą których możemy obliczać krzywe sondowań dla warstwowanych anizotropowych przekrojów geoelektrycznych. W tych przypadkach trudno jednak ustalić *explicite* wpływ poszczególnych parametrów badanego ośrodka na kształt amplitudowych i fazowych krzywych sondowań. Ograniczenia tego nie mają oczywiście wyrażenia analityczne. Otrzymanie ich znacznie upraszcza się, gdy założymy, że we wszystkich warstwach osie anizotropii przewodnictwa $\sigma_1(j)$ i $\sigma_2(j)$ tworzą jeden wspólny kąt $\varphi(1)$ z układem pomiarowym $x-y$ na powierzchni Ziemi. Zgodnie z [12] wyrażenia β są równe zero w tym przypadku. Ponadto należy zaznaczyć, że współczynniki b_{ik} we wzorach [17] są zgromadzone tylko w pierwszej i trzeciej kolumnie każdej macierzy $B(j)$.

Rozpatrzmy szczególnie przypadek trójwarstwowego przekroju ($N=3$). Według [9] możemy więc napisać:

$$b_{ik} = B(1) \cdot B(2) \quad [21]$$

Biorąc pod uwagę fakt, że elementy macierzy $B(1)$ i $B(2)$, w których występują wyrażenia β są równe zero, otrzymamy:

$$\begin{aligned} b_{11} &= b_{11}(1)b_{11}(2) + b_{12}(1)b_{21}(2) \\ b_{21} &= b_{21}(1)b_{11}(2) + b_{22}(1)b_{21}(2) \\ b_{31} &= 0 \\ b_{41} &= 0 \\ b_{13} &= 0 \\ b_{23} &= 0 \\ b_{33} &= b_{33}(1)b_{33}(2) + b_{34}(1)b_{43}(2) \\ b_{43} &= b_{43}(1)b_{33}(2) + b_{44}(1)b_{43}(2) \end{aligned} \quad [22]$$

Indeksy w nawiasach (1) i (2) w powyższych wyrażeniach oznaczają odpowiednio głębokości $z_1 = h_1$ i $z_2 = h_1 + h_2$.

Uwzględniając powyższe wyrażenia we wzorach [17] otrzymamy:

$$u = n = 0 \quad \varepsilon^{-1} = (b_{11} - b_{21})(b_{33} - b_{43}) \quad [23]$$

$$R_1 = \frac{\frac{b_{11}}{b_{21}} + 1}{\frac{b_{11}}{b_{21}} - 1}; \quad R_2 = - \frac{\frac{b_{33}}{b_{43}} + 1}{\frac{b_{33}}{b_{43}} - 1} \quad [24]$$

przy czym:

$$\begin{aligned} \frac{b_{11}}{b_{21}} &= \frac{b_{11}(1)}{b_{21}(1)} \cdot \frac{1 + \frac{b_{12}(1)}{b_{11}(1)} \cdot \frac{b_{21}(2)}{b_{11}(2)}}{1 + \frac{b_{22}(1)}{b_{21}(1)} \cdot \frac{b_{21}(2)}{b_{11}(2)}} \\ \frac{b_{33}}{b_{43}} &= - \frac{b_{33}(1)}{b_{43}(1)} \cdot \frac{1 + \frac{b_{34}(1)}{b_{33}(1)} \cdot \frac{b_{43}(2)}{b_{33}(2)}}{1 + \frac{b_{44}(1)}{b_{43}(1)} \cdot \frac{b_{43}(2)}{b_{33}(2)}} \end{aligned} \quad [25]$$

Jeżeli w miejsce poszczególnych elementów (10) macierzy $B(1)$ i $B(2)$ wstawimy wyrażenia (11), to po odpowiednich przekształceniach możemy napisać:

$$\frac{b_{11}}{b_{21}} = e^{-2ik_1(1)h_1} \frac{e^{2 \operatorname{arctg} \frac{k_1(1)}{k_1(2)} + e^{2(ik_1(2)h_2 + \operatorname{arctg} \frac{k_1(2)}{k_1(3)})}}{1 + e^{2 \operatorname{arctg} \frac{k_1(1)}{k_1(2)} e^{2(ik_1(2)h_2 + \operatorname{arctg} \frac{k_1(2)}{k_1(3)})}} \quad [26]$$

Posługując się znaną równością:

$$e^{2x} = \frac{\operatorname{cthx} + 1}{\operatorname{cthx} - 1}$$

otrzymamy:

$$\frac{b_{11}}{b_{21}} = e^{-2[ik_1(1)h_1 + \operatorname{arctg} \frac{k_1(1)}{k_1(2)} \operatorname{cth}(ik_1(2)h_2 + \operatorname{arctg} \frac{k_1(2)}{k_1(3)})]} \quad [27]$$

Wstawiając ostatnie wyrażenie do wzoru [24] ostatecznie mamy:

$$R_1 = - \operatorname{cth} \left\{ k_1(1)h_1 + \operatorname{arctg} \frac{k_1(1)}{k_1(2)} \operatorname{cth} \left(k_1(2)h_2 + \operatorname{arctg} \frac{k_1(2)}{k_1(3)} \right) \right\} \quad [28]$$

Łatwo zauważyć na podstawie tabeli [10] i wzorów [11]–[13], że jeżeli dokonamy zamiany:

$$k_1(j) \rightarrow k_2(j) \quad j - \text{numer warstwy}$$

to wówczas dla elementów macierzy $B(j)$ zachodzi zmiana:

$$\begin{aligned} b_{11}(j) &\rightarrow b_{33}(j) \\ b_{21}(j) &\rightarrow b_{43}(j) \\ b_{12}(j) &\rightarrow b_{34}(j) \\ b_{22}(j) &\rightarrow b_{44}(j) \end{aligned} \quad [29]$$

która prowadzi (wg [24] i [25]) do tego, że:

$$R_1 \rightarrow -R_2 \quad [30]$$

Wyrażenia R_1 i R_2 oznaczają znormalizowane impedancje trójwarstwowego przekroju geoelektrycznego o opornościach właściwych poszczególnych warstw równych, odpowiednio, $\rho_1(1)$, $\rho_1(2)$, $\rho_1(3)$ i $\rho_2(1)$, $\rho_2(2)$, $\rho_2(3)$.

Dla przekroju dwuwarstwowego ($N=2$) na podstawie [9] mamy:

$$b_{ik} = B(1) \quad [31]$$

Wstawiając do wzorów [24] elementy macierzy [10] otrzymamy:

$$R_1 = \operatorname{cth} \left(k_1(1)h_1 + \operatorname{arctg} \frac{k_1(1)}{k_1(2)} \right) \quad [32]$$

(Różnica w znaku wynika z określenia liczby falowej) Takie same wyrażenie dla znormalizowanej impedancji

dwuwarstwowego przekroju geoelektrycznego otrzymamy ze wzoru [28], kładąc $k_1(2) = k_1(3)$.

Tak więc, dla dwu- i trójwymiarowych anizotropowych ośrodków, przy założeniu jednakowych azymutów osi anizotropii w poszczególnych warstwach, mamy wyrażenia:

$$\begin{aligned} Z_{xy} &= Z_1(1) \{R_1 \cos^2 \varphi(1) + \lambda R_2 \sin^2 \varphi(1)\} \\ Z_{yx} &= -Z_1(1) \{R_1 \sin^2 \varphi(1) + \lambda R_2 \cos^2 \varphi(1)\} \\ Z_{xx} &= Z_1(1) \{(R_1 - \lambda R_2) \sin \varphi(1) \cos \varphi(1)\} \\ Z_{yy} &= -Z_1(1) \{(R_1 - \lambda R_2) \sin \varphi(1) \cos \varphi(1)\} \end{aligned} \quad [33]$$

Przeanalizujemy podstawowe własności krzywych sondowań. Gdy $\varphi(1) = 0$, tzn. gdy osie anizotropii przewodnictwa σ_1 pokrywają się z osią x układu pomiarowego dla oporności pozornych niezależnie od parametru polaryzacji h_{xy} , otrzymujemy:

$$\rho_{xy} = \rho_1(1) |R_1|^2; \quad \rho_{yx} = \rho_2(1) |R_2|^2 \quad [34]$$

Gdy oś σ_2 anizotropii przewodnictwa pokrywa się z osią x układu pomiarowego, tzn. gdy kąt $\varphi(1) = 90^\circ$, wówczas krzywe sondowań zamieniają się „miejscami”, co można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} \rho_{xy}(-90^\circ) &\leftrightarrow \rho_{yx}(0^\circ) \\ \rho_{yx}(-90^\circ) &\leftrightarrow \rho_{xy}(0^\circ) \end{aligned} \quad [35]$$

Wyrażenia [33]–[35] opisują krzywe sondowań magnetotellurycznych dla izotropowego ośrodka dwu- lub trójwarstwowego, w którym pierwsza warstwa ma oporność właściwą $\rho_1(1)$ lub $\rho_2(1)$. Wyznaczając zatem oporność pozorną dla tych azymutów możemy wyznaczyć główne wartości anizotropii przewodnictwa.

Jeżeli osie anizotropii przewodnictwa tworzą kąt $\varphi(1) = -45^\circ$ z osiami układu współrzędnych oporności pozorne wyrażają się wzorami:

$$\rho_{xy} = \frac{\rho_1(1)}{4} |R_1 + \lambda R_2 + (R_1 + \lambda R_2) h_{xy}|^2 \quad [36]$$

$$\rho_{yx} = \frac{\rho_1(1)}{4} |\lambda R_2 - R_1 + (R_1 + \lambda R_2) h_{xy}^{-1}|^2$$

Ponadto, gdy całkowity wektor pola magnetycznego tworzy również kąt 45° z osiami układu pomiarowego ($h_{xy} = 1$) i pokrywa się z osią σ_1 anizotropii przewodnictwa, wówczas:

$$\rho_{xy} = \rho_{yx} = \rho_2(1) |R_2|^2 \quad [37]$$

Jeżeli układ pomiarowy obrócimy o 90° w stosunku do poprzedniego położenia otrzymamy:

$$\rho_{xy} = \rho_{yx} = \rho_1(1) |R_1|^2 \quad [38]$$

W obszarze wysokich częstotliwości pola, gdy $\omega \rightarrow \infty$ znormalizowane impedencje R_1 i R_2 dążą do jedności i dla impedancji pozornych otrzymujemy następujące wyrażenia asymptotyczne:

$$Z_{xy}^a = Z_1(1) (\cos^2 \varphi + \lambda \sin^2 \varphi + (1 - \lambda) \sin \varphi \cos \varphi h_{xy})$$

$$Z_{yx}^a = -Z_1(1) (\sin^2 \varphi + \lambda \cos^2 \varphi + (1 - \lambda) \sin \varphi \cos \varphi h_{xy}^{-1})$$

Stąd wynika, że wysokoczęstotliwościowe asymptoty oporności pozornej zależą od azymutu układu pomiarowego i parametru polaryzacji magnetycznej.

W poszczególnych przypadkach otrzymujemy:

$$Z_{xy}^a = Z_1(1); \quad Z_{yx}^a = -Z_2(1) \quad \text{dla } \varphi = 0^\circ$$

$$Z_{xy}^a = Z_2(1); \quad Z_{yx}^a = -Z_1(1) \quad \text{dla } \varphi = 90^\circ$$

oraz:

$$Z_{xy}^a = \frac{Z_1(1)}{2} (1 + \lambda + (1 - \lambda) h_{xy}) \quad \text{dla } \varphi = 45^\circ$$

$$Z_{yx}^a = \frac{-Z_1(1)}{2} (1 + \lambda + (1 - \lambda) h_{xy}^{-1}) \quad \text{dla } \varphi = 45^\circ$$

$$\text{Dla } h_{xy} = 1: \quad Z_{xy}^a = -Z_{yx}^a = Z_1(1)$$

W obszarze niskich częstotliwości, gdy $\omega \rightarrow 0$, znormalizowane impedancje przyjmują wartości asymptotyczne:

$$R_1 \rightarrow \frac{k_1(1)}{k_1(2)} \quad R_2 \rightarrow \frac{k_2(1)}{k_2(2)} \quad [39a]$$

dla przekroju dwuwarstwowego oraz

$$R_1 \rightarrow \frac{k_1(1)}{k_1(3)} \quad R_2 \rightarrow \frac{k_2(1)}{k_2(3)} \quad [39b]$$

dla przekroju trójwarstwowego.

Na podstawie zależności [16]–[18] oraz [30] i [39] dla impedancji pozornych otrzymamy następujące wyrażenia asymptotyczne:

$$Z_{xy}^a = \frac{-i\omega\mu}{k_1(3)k_2(3)} \{k_1(3) \sin^2 \varphi(1) + k_2(3) \cos^2 \varphi(1) + (k_2(3) - k_1(3)) \sin \varphi(1) \cdot \cos \varphi(1) \cdot h_{xy}\} \quad [40]$$

$$Z_{yx}^a = \frac{i\omega\mu}{k_1(3)k_2(3)} \{k_1(3) \cos^2 \varphi(1) + k_2(3) \sin^2 \varphi(1) + (k_2(3) - k_1(3)) \sin \varphi(1) \cos \varphi(1) h_{xy}^{-1}\}$$

Gdy podłoże jest izotropowe, tzn. $k_1(3) = k_2(3) = k$, wówczas:

$$Z_{xy}^a = -Z_{yx}^a = \frac{-i\omega\mu}{k} \quad [41]$$

Gdy osie układu pomiarowego pokrywają się z osiami anizotropii przewodnictwa otrzymujemy:

dla $\varphi = 0^\circ$

$$Z_{xy}^a = Z_1(3); \quad Z_{yx}^a = -Z_2(3)$$

dla $\varphi = 90^\circ$

$$Z_{xy}^a = Z_2(3); \quad Z_{yx}^a = -Z_1(3)$$

Dla położenia układu pomiarowego „pomiędzy” osiami anizotropii przewodnictwa, gdy $\varphi = 45^\circ$

$$Z_{xy}^a = \frac{Z_1(3)}{2} (1 + \lambda + (1 - \lambda) h_{xy})$$

$$Z_{yx}^a = \frac{-Z_1(3)}{2} (1 + \lambda + (1 - \lambda) h_{xy}^{-1})$$

gdzie:

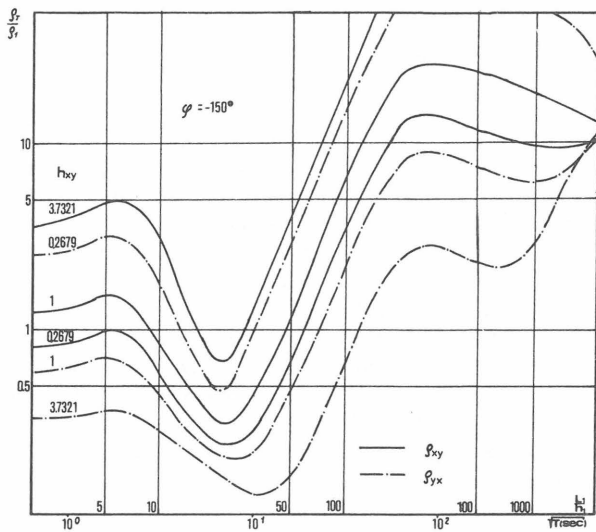
$$\lambda = \frac{k_1(3)}{k_2(3)}$$

Otrzymane wyrażenia asymptotyczne są podobne do wyrażeń asymptotycznych wysokoczęstotliwościowych, jeżeli oporności pierwszej warstwy zamienimy opornościami warstwy podścielającej. Oznacza to, że niskoczęstotliwościową asymptotą krzywych sondowań jest oporność właściwa podłoża niezależnie od azymutu układu pomiarowego i parametru polaryzacji magnetycznej. W ogólnym przypadku prawa asymptota sondowania jest funkcją zarówno anizotropii przewodnictwa, azymutu jej głównych osi, jak również polaryzacji pola magnetycznego.

Na ryc. 3 i 4 przedstawiono trójwarstwowe krzywe sondowań magnetoellurycznych policzone dla następujących parametrów:

$$\begin{aligned} \rho_1(1) &= 100 \text{ omm}; \quad \rho_2(1) = 10 \text{ omm}; \quad h_1 = 10^4 \text{ m}; \\ \rho_1(2) &= 50 \text{ omm}; \quad \rho_2(2) = 0.5 \text{ omm}; \quad h_2 = 3 \cdot 10^3 \text{ m}; \\ \rho(3) &= 10^3 \text{ omm} \end{aligned}$$

Przedstawione wykresy oporności pozornej potwierdzają silną zależność nie tylko od przewodnictwa poszczególnych warstw, ale także od azymutu osi anizotropii przewodnictwa i polaryzacji pola magnetycznego.

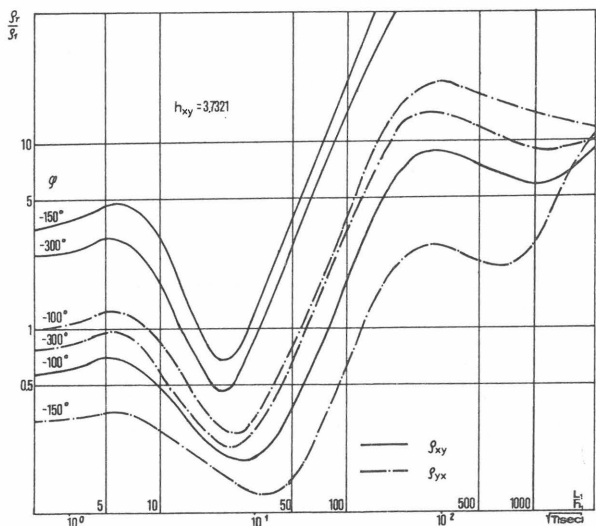


Ryc. 3. Oporność pozorna dla trójwarstwowego, anizotropowego przekroju geoelektrycznego

Parametry przekroju: $\rho_{1(1)} = 100$ omm, $\rho_{2(1)} = 10$ omm, $h_1 = 10$ km, $\rho_{1(2)} = 5$ omm, $\rho_{2(2)} = 0,5$ omm, $h_2 = 3$ km, $\rho_{(3)} = 1000$ omm; parametr krzywych sondowań $-h_{xy}$; kąt $\varphi = -150^\circ$

Fig. 3. Apparent impedance in three-layered anisotropic geoelectric profile

Parameters of the profile: $\rho_{1(1)} = 100$ omm, $\rho_{2(1)} = 10$ omm, $h_1 = 10$ km, $\rho_{1(2)} = 5$ omm, $\rho_{2(2)} = 0.5$ omm, $h_2 = 3$ km, $\rho_{(3)} = 1000$ omm; parameter of sounding curves $-h_{xy}$; angle $\varphi = -150^\circ$



Ryc. 4. Oporność pozorna trójwarstwowego anizotropowego przekroju geoelektrycznego

Parametry przekroju jak na ryc. 3; parametr krzywych sondowań $-\varphi^\circ$; $h_{xy} = 3,7321$

Fig. 4. Apparent impedance of three-layered anisotropic geoelectric profile

Parameters of the profile as in Fig. 3; parameter of sounding curves $-\varphi^\circ$; $h_{xy} = 3.7321$

Z dotychczasowych rozważań i przeprowadzonych obliczeń wynika, że wpływ azymutu układu pomiarowego na wyniki sondowań w warunkach anizotropii ośrodka jest bardzo złożony i trudny do ustalenia *explicitie*. Zależności od kątów między osiami anizotropii w poszczególnych warstwach i osiami układu pomiarowego są „ukryte” w elementach b_{ik} macierzy [9]. Jedynie na drodze obliczeń numerycznych przeprowadzonych dla licznych modeli można ustalić wpływ anizotropii na kształt krzywych sondowań i wyciągnąć odpowiednie wnioski interpretacyjne.

Wpływ parametru polaryzacji pola magnetycznego na kształt krzywych sondowań zaznacza się w postaci dodatkowych ekstremów, które można błędnie interpretować jako zmianę przewodnictwa elektrycznego z głębokością.

Nasuwa się jeszcze uwaga, że dla właściwej oceny rzeczywistych parametrów przekroju geoelektrycznego, anizotropowego należy wykonywać sondowania dla kilku azymutów układu pomiarowego.

LITERATURA

1. Bierdiczewski M.N. — Elektrieskaja razwedka metodom magnitotelluriceskogo profilirowanija. Niedra Moskwa, 1968.
2. O'Brien D.P., Morrison H.F. — Electromagnetic field in an N-layer anisotropic half-space. Geophysics, 1967 vol. 32 nr 4 s. 668–677.
3. Praus O. — The field of a plane electromagnetic wave at the surface of two-layer anisotropic Earth. Studia Geophysica et Gedeatica, 1966 nr 4.
4. Wania n L.L., Debabow A.S., Judin M.N. — Intierpietacija danych magnitotelluriceskich zondirowanij nieodnorodnych sried. Niedra Moskwa, 1984.

SUMMARY

Magnetotelluric soundings calculated in two mutually perpendicular directions are often different. One of the reasons of this behaviour is anisotropy of the medium.

In the paper the layered anisotropic half-space is considered. In each layer two main axes of conductivity anisotropy make an arbitrary angle with the measuring system. Electromagnetic field is given by four independent amplitudes of electric field related to propagation along vertical axis and along two conductivity axes. For N layers there are $(4N-2)$ unknowns and $(4N-4)$ equations resulting from boundary conditions. Two missing equations are obtained with the assumption that magnetic field $H_x(0)$ and $H_y(0)$ has specified polarization on the Earth's surface ($z = 0$). Solving the appropriate set of equations we obtain the analytical expressions for apparent impedance and, hence, for amplitude and phase of magnetotelluric soundings curves.

They depend not only on frequency of field variations and electric parameters of the medium but also on azimuth of the measuring system and magnetic field polarization. In general case the dependance is complex and may be analysed qualitatively only by means of numerical computations.

From analysis of the models whose conductivity anisotropy axes in each layer make the same angle with the measuring system axes it follows that for the angle equal to 0° or 90° , the obtained sounding curves correspond to the case of isotropic layered half-space.

Translated by the author