

Zależność między masową i liczebnościową krzywą uziarnienia

Janusz Hauryłkiewicz*

Wyprowadzono wzory matematyczne określające zależność między masową krzywą uziarnienia i krzywą liczebnościową pozwalające na konstruowanie jednej krzywej na podstawie drugiej, na przykład na konstruowanie teoretycznej krzywej liczebnościowej na podstawie znajomości krzywej masowej. Wyniki analiz teoretycznych porównano z danymi doświadczalnymi i stwierdzono dobrą zgodność w zakresie średnic większych od 0,1 mm. Podano przykłady przeliczeń oraz wzory na przesunięcia percentyli między krzywymi.

Słowa kluczowe: osady, analiza uziarnienia, rozkład liczebnościowy, rozkład masowy

Janusz Hauryłkiewicz — On the interrelation between mass- and number-grain size distributions. Prz. Geol., 47: 652–656.

S u m m a r y. Interrelations between mass-percent grain size distribution and number-percent grain size distribution have been worked out. These relations allow us to construct theoretical number-grain size distribution on the ground of the experimental mass-grain size distribution. The theoretical findings with experimental data have been compared and good fit between them within the range of grain diameter larger than 0.1 mm has been stated. Examples of calculation and equations defining percentiles shift have been also given.

Key words: sediment, particle size analysis, number distribution, mass distribution

Istotne różnicowania między masową i liczebnościową krzywą uziarnienia stwierdza Radaszewski (1998), ilustrując je wynikami badań przeprowadzonych nad piaskami eolicznymi międzyrzecza warciańsko-noteckiego z rejonu Wronek. Trzeba wszakże zauważyć, że między wspomnianymi krzywymi istnieje — przy pewnych ogólnych założeniach — związek wzajemnie jednoznaczny. Zajmowano się tym dość intensywnie już pięćdziesiąt lat temu (por. np. Ruchin, 1969; Racinowski, 1973). Chociaż od paru dziesiątków lat znane są metody bezpośredniego automatycznego pomiaru liczby ziarn w poszczególnych zakresach wartości średnic (por. Syvitski, 1997), znajomość zależności funkcyjnej określającej ten związek okazuje się przydatna w rozmaitych analizach teoretycznych i zagadnieniach praktycznych. Znane zależności nie uwzględniają wszakże różnicowania kształtu i gęstości ziarn o różnych średnicach.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie owej zależności dla pewnych typów uziarnienia wraz z jej uzasadnieniem, porównanie jej z zależnością uzyskaną z badań wspomnianych wyżej piasków oraz podanie wzorów pomocnych przy oszacowaniu wzajemnego położenia obu rodzajów krzywych.

Ogólne formy matematycznej zależności między krzywymi uziarnienia

Niech będzie dana sumowa masowa krzywa uziarnienia jako funkcja $m(D)$, gdzie m — masa ziarn o rozmiarach nie przekraczających D , i niech zadaniem będzie skonstruowanie krzywej liczebnościowej. W celu rozwiązania tego zadania zakłada się, że w przedziale dD średnic ziarna mają jednakową średnicę zastępczą D , jednakową gęstość ρ i jednakowy objętościowy współczynnik kształtu k , określający objętość pojedynczego ziarna jako kD^3 (dla ziarna w kształcie kuli $k = \pi/6 = 0,524$), a ich liczba wynosi dn .

Masę jednego ziarna określa wyrażenie $\rho k D^3$, a masę dm ziarn w rozważanym przedziale — wyrażenie $\rho k D^3 dn$, skąd wynika zależność różniczkowa:

$$dn = dm / \rho k D^3$$

Jeżeli rozważania odnieść do 100 jednostek masy, na przykład do 100 dekagramów (1 kg) gruntu, to funkcja $m(D)$ będzie także masową dystrybuantą uziarnienia tego gruntu mającą wartości w procentach.

Całkowita liczba ziarn w masie 1 kg

$$n_c = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} \frac{dm}{\rho k D^3}$$

Liczba ziarn o średnicy nie większej od D :

$$n = \int_{D_{\min}}^D \frac{dm}{\rho k D^3}$$

Procentowa liczebnościowa zawartość ziarn o średnicy nie większej od D :

$$N = 100n / n_c = 100 \cdot \frac{\int_{D_{\min}}^D \frac{dm}{\rho k D^3}}{\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} \frac{dm}{\rho k D^3}} \quad [1]$$

Wzór [1] określa poszukiwaną zależność dystrybuanty liczebnościowej od średnicy ziarna, ale jeszcze nie w sposób przydatny do obliczeń w konkretnym wypadku, gdyż w całkach pojedynczych występuje kilka zmiennych. Można rozróżnić analityczne i numeryczne formy takich obliczeń.

Analityczne obliczenie wartości N według wzoru [1] może być wykonywane dopiero po sprowadzeniu występujących tam wielkości do jednej zmiennej, na przykład średnicy D lub do dystrybuanty masowej m . W pierwszym z tych wypadków należy analitycznie określić funkcje $m(D)$ — masową krzywą uziarnienia,

*Politechnika Koszalińska, Katedra Geotechniki, ul. Raclawicka 15, 75-602 Koszalin

$\rho(D)$ — gęstość szkieletu gruntowego w funkcji średnicy,

$k(D)$ — współczynnik kształtu ziarna w funkcji jego średnicy.

W drugim ze wspomnianych wyżej wypadków należy wyrazić wielkości D , ρ i k jako funkcje wielkości m , co niekiedy może uprościć rachunki analityczne — należy wtedy analitycznie określić funkcje:

$D(m)$ — funkcję odwrotną do dystrybuanty masowej,
 $\rho(m)$ — gęstość szkieletu gruntowego w zależności od dystrybuanty masowej,

$k(m)$ — współczynnik kształtu ziarna w zależności od dystrybuanty masowej.

W wielu wypadkach gęstość i współczynnik kształtu ziarna nie zależą od jego średnicy, funkcje ρD i $k(D)$ lub funkcje $\rho(m)$ i $k(m)$ są stałe, wychodzą we wzorze [1] przed znak całki i upraszczają się. Wtedy:

$$N = 100n / n_c = 100 \cdot \frac{\int_{D_{\min}}^D \frac{dm}{D^3}}{\int_{D_{\min}}^D \frac{dm}{D^3}} \quad [2]$$

i do obliczenia analitycznego wystarczy znać jedynie masową krzywą uziarnienia, tj. funkcję $m(D)$. Wyniki obliczeń wzorem [2] pokrywają się wtedy z wynikami uzyskanymi według metody Ruchina (por. Racinowski, 1973).

Przyjęcie jako jedynej zmiennej średnicy D lub dystrybuanty masowej m powoduje przekształcenie wzoru [2] do postaci (odpowiednio):

gdy jedyną zmienną jest średnica D ,

$$N = 100 \cdot \frac{\int_{D_{\min}}^D \frac{m'(D)dD}{D^3}}{\int_{D_{\min}}^D \frac{m'(D)dD}{D^3}} \quad [3a]$$

gdy jedyną zmienną jest dystrybuanta masowa m ,

$$N = 100 \cdot \frac{\int_0^m \frac{dm}{D(m)^3}}{\int_0^{100} \frac{dm}{D(m)^3}} \quad [3b]$$

gdzie $m'(D)$ we wzorze [3a] oznacza pierwszą pochodną funkcji $m(D)$.

Numeryczne obliczanie wartości N polega na zamianie całek we wzorach [1] lub [2] na sumy rozciągnięte na pewną założoną liczbę r przedziałów wartości średnic i na zamianie różniczek dm na skończoną wartość Δm . Dla każdego j -tego przedziału średnic ($j = 1, \dots, r$) należy wtedy określić reprezentatywne wielkości średnicy ziarna D_j , gęstości ziarna ρ_j , współczynnika kształtu k_j i masy ziarn

w danym przedziale Δm_j . I tak, przez opisaną dyskretyzację otrzymuje się ze wzoru [1]:

$$N_{i.} = 100 \cdot \frac{\sum_{j=1}^i \frac{\Delta m_j}{\rho_j k_j D_j^3}}{\sum_{j=1}^r \frac{\Delta m_j}{\rho_j k_j D_j^3}} \quad [4]$$

ze wzoru [2] (tj. w wypadku niezależności gęstości ziarna i jego współczynnika kształtu od średnicy):

$$N_{i.} = 100 \cdot \frac{\sum_{j=1}^i \frac{\Delta m_j}{D_j^3}}{\sum_{j=1}^r \frac{\Delta m_j}{D_j^3}} \quad [5]$$

Numerację przedziałów należy prowadzić zgodnie ze wzrostem średnicy przeciętnej w danym przedziale D , tzn. $j = 1$ odpowiada średnicy najmniejszej, $j = r$ — średnicy największej. Wartość $j = i$ ($i = 1, \dots, r$) określa (wyznacza) przedział (i odpowiadającą mu przeciętną średnicę D_i), który należy jako ostatni uwzględnić w sumowaniu w licznikach wzorów [4] i [5], aby obliczona wartość N_i wyrażała procent liczebnościowy ziarn o średnicy D_i wraz z ziarnami mniejszymi.

Otrzymane w tym rozdziale zależności wyrażone wzorami [1] – [5] mają charakter ogólny i mogą być stosowane w rozmaitych wariantach warunków szczegółowych. W następnym rozdziale zostaną podane szczegóły obliczeń w niektórych tylko wypadkach przykładowych. Zostaną przedstawione obliczenia zarówno analityczne, jak i numeryczne, dotyczące tak wykresu masowego prostoliniowego, jak i wykresu krzywoliniowego, przy założeniu niezależności gęstości ziarna i jego współczynnika kształtu od średnicy i przy braku takiego założenia.

Przykłady obliczeń

Obliczenie analityczne, wykres masowy prostoliniowy, gęstość i współczynnik kształtu stałe. Niech ziarna gruntu mają tę samą gęstość i ten sam współczynnik kształtu, a masowy wykres uziarnienia jest określony w podziale logarytmicznej średnic równaniem:

$$m = a \ln(D/D_{\min}), \quad [6]$$

przy czym współczynnik kierunkowy prostej

$$a = 100 / \ln(D_{\max}/D_{\min}), \quad [7]$$

skąd także

$$D_{\min}/D_{\max} = \exp(-100/a). \quad [8]$$

Wtedy różniczka we wzorze [2]

$$dm = (a/D) dD \quad [9]$$

całka nieoznaczona natomiast

$$\int \frac{dm}{D^3} = a \int \frac{dD}{D^4} = \frac{a}{3D^3} \quad [10]$$

Ze wzoru [2] po wykorzystaniu zależności [10] i po prostych przekształceniach otrzymuje się funkcję $N(D)$

$$:N = \frac{\frac{1}{D_{\min}^3} - \frac{1}{D^3}}{\frac{1}{D_{\min}^3} - \frac{1}{D_{\max}^3}} \cdot 100 = \frac{1 - \left(\frac{D_{\min}}{D}\right)^3}{1 - \left(\frac{D_{\min}}{D_{\max}}\right)^3} \cdot 100 \quad [11]$$

Niekiedy użyteczniejsze może być posłużenie się funkcją $N(m)$. Należy wtedy uprzednio wyznaczyć funkcję $D(m)$. Ze wzoru [6]

$$D = D_{\min} \exp(m/a) = D_{\min} (D_{\max}/D_{\min})^{m/100} \quad [12]$$

co wykorzystane we wzorze [11] przekształca go do postaci

$$N = 100 (1 - R^{3m/100}) / (1 - R^3) \quad [13]$$

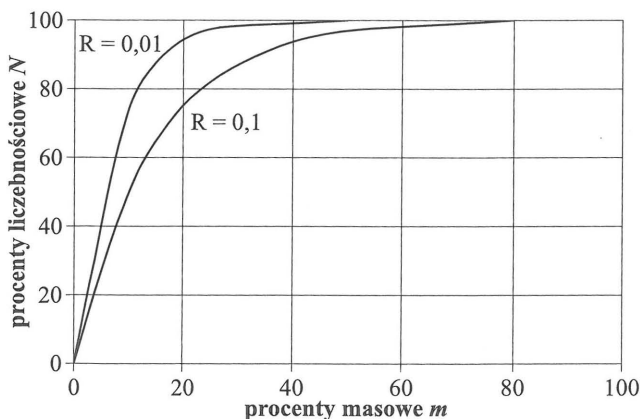
gdzie

$$R = D_{\min} / D_{\max} \quad [14]$$

Funkcję $N(m)$ dla $R = 0,1$ i $0,01$ pokazano na ryc. 1. Rysunek ten ilustruje prawidłowość polegającą na wzroście deformacji wykresu uziarnienia (przy zamianie procentów masowych na liczebnościowe) wraz ze wzrostem stosunku D_{\max} do D_{\min} (tj. wraz ze zmniejszaniem się wartości R).

Obliczenie analityczne, wykres masowy krzywoliniowy, gęstość i współczynnik kształtu stałe. Krzywoliniowy kształt krzywej uziarnienia otrzymanej doświadczalnie w wielu wypadkach dobrze aproksymuje krzywa logistyczna na ryc. 2 o równaniu (we współrzędnych $\ln D$ i m):

$$m = \frac{a}{1 + se^{-b \ln D}} = \frac{a}{1 + sD^{-b}} \quad [15]$$



Ryc. 1. Zależność procentów liczebnościowych od procentów masowych dla prostoliniowego masowego wykresu uziarnienia Fig. 1. Number percents versus mass percents for the straight-line mass-grain size distribution

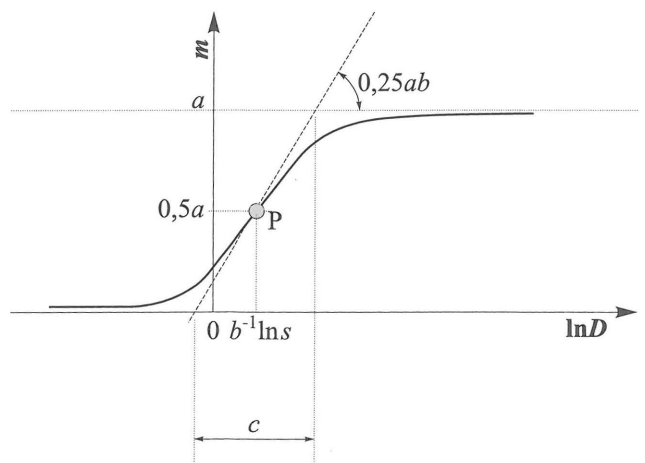
Parametry a, s, b krzywej wyznaczają różne aspekty jej kształtu, jak to ilustruje ryc. 2. Dla określonej doświadczalnej krzywej uziarnienia $a = 100\%$, $b = 4/c$, $s = D_p^{4/c}$, gdzie c jest rzutem na oś poziomą odcinka stycznej (w punkcie przecięcia P) zawartego w zakresie a osi pionowej, D_p zaś – średnicą ziarna odpowiadającą punktowi P. Wartości c i D_p można odczytać z danej masowej krzywej uziarnienia. W analizowanym zagadnieniu znajomość D_p okazuje się zbędna, gdyż wyrażenie ze wzoru [15] średnicy D w funkcji procentu masowego m , podstawienie do wyrażenia [2] i wykonanie rutynowych przekształceń algebraicznych prowadzi do funkcji procentów liczebnościowych N w zależności od procentów masowych m :

$$N = 100 \frac{\int_0^m \left(\frac{100}{m} - 1\right)^{0,75c} dm}{\int_0^{100} \left(\frac{100}{m} - 1\right)^{0,75c} dm} \quad [16]$$

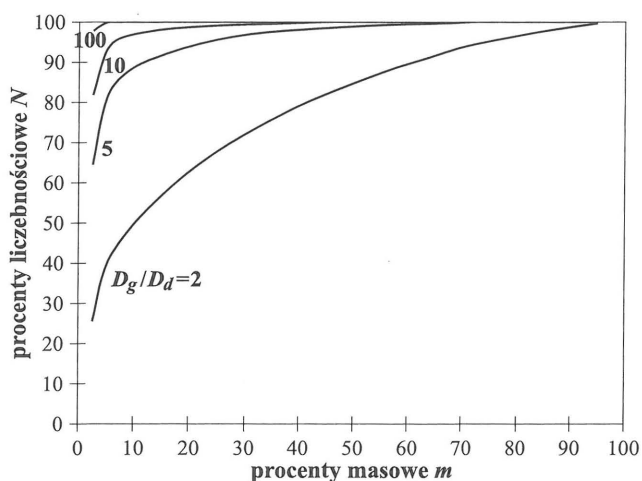
a w tym wyrażeniu wielkość D_p nie występuje. Oczywiście, można też uzyskać N w funkcji D , wyrażenie jednak jest bardziej skomplikowane niż [16] i nie przytacza się go. Rozwiązania całek we wzorze [16] zależą od nachylenia stycznej w środkowym punkcie P krzywej uziarnienia, które to nachylenie określone jest bezwymiarową liczbą c

$$c = \ln(D_g/D_d) \quad [17]$$

gdzie D_g i D_d są średnicami odpowiadającymi (odpowiednio) punktom przecięcia wspomnianej stycznej z górną (100%) i z dolną (0%) asymptotą poziomą krzywej logistycznej. Nomogram funkcji N według wzoru [16] dla stosunku D_g/D_d równego 2, 5, 10 i 100 podano na ryc. 3. Z nomogramu tego wynika, że przy wartościach D_g/D_d rzędu 100 już około 5% masowo ziarn najdrobniejszych stanowi praktycznie 100% liczby wszystkich ziarn. Dla krzywej M wg Radaszewskiego (1998) krzywa liczebnościowa skonstruowana przy założeniu, że krzywa masowa jest typu logistycznego, pokrywa się w znacznej części z krzywą H (obliczaną numerycznie, por. przykład następny) i w części nie pokrywającej się z krzywą H jest pokazana na ryc. 4 jako linia kreskowa L. Dla krzywej M wartości



Ryc. 2. Krzywa logistyczna w układzie: $\ln D - m$ Fig. 2. Logistic curve: $\ln D$ versus m



Ryc. 3. Procenty liczebnościowe N w zależności od procentów masowych m dla logistycznej funkcji masowego wykresu uziarnienia

Fig. 3. Number-percents versus mass-percents for the logistic mass-grain size distribution

potrzebne do konstrukcji krzywej L odczytano z ryc. 4 i są one następujące:

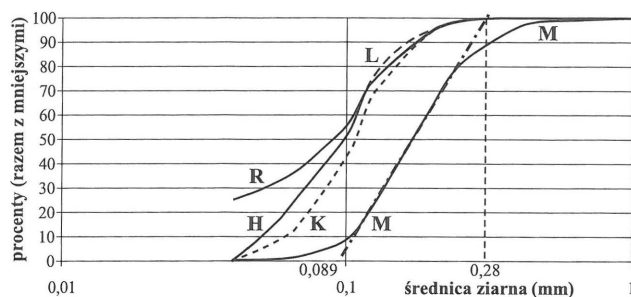
$$D_g = 0,28 \text{ mm}, D_d = 0,089 \text{ mm}, D_g/D_d = 0,28/0,089 = 3,146, c = \ln 3,146 = 1,15.$$

Z ryc. 4 wynika dobra aproksymacja numerycznej krzywej H analityczną logistyczną krzywą L .

Obliczenie numeryczne, wykres masowy krzywoliniowy, gęstość i współczynnik kształtu stałe. Tytułem przykładu wykonano obliczenia dla krzywoliniowego masowego wykresu uziarnienia podanego w pracy Radaszewskiego (1998), a tutaj powtórzonego na ryc. 4 w postaci krzywej M . Korzystano ze wzoru [5], w którym sumy rozciągnięto na r przedziałów średnic wyznaczonych rozmiarami oczek sit wymienionymi we wskazanej pracy. W rezultacie obliczeń otrzymano liczebnościowy wykres uziarnienia H na ryc. 4. Wykres liczebnościowy z pracy Radaszewskiego przedstawiono tu na ryc. 4 w postaci krzywej R . Porównanie krzywych R i H wykazuje ich zgodność dla średnic ziarn większych od 0,1 mm i rozbieżności wzrastające wraz ze zmniejszaniem się średnicy ziarna. Z powodu braku danych o warunkach badań referowanych przez Radaszewskiego nie analizuje się tu przyczyn tych rozbieżności. Można jedynie wnioskować, że jeśli krzywa R jest rezultatem zliczeń ziarn, to w materiale badanym przez Radaszewskiego w przedziale średnic poniżej ok. 0,1 mm wraz ze zmniejszaniem się średnicy wzrasta udział materiału lżejszego niż materiał z przedziału średnic ponad 0,1 mm.

Obliczenie numeryczne, wykres masowy krzywoliniowy, gęstość i współczynnik kształtu zmienne. Niech do krzywej M na ryc. 4 zostaną dodane założenia (tytułem przykładu) o liniowej względem $\log D$ zmienności gęstości szkieletu gruntowego i współczynnika kształtu w przedziale średnic $D = 0,01 - 0,1$ mm, odpowiednio od 2,75 do 2,65 g/cm³ (ze wzrostem średnicy gęstość maleje) i od $2 \times 0,524$ do 0,524 (ze wzrostem średnicy kształt zmierza do kuli; w sprawie liczby 0,524 por. początek pierwszego rozdziału). Funkcje gęstości i współczynnika kształtu będą miały zatem w wskazanym przedziale średnic postać następującą:

$$\rho = 2,75 - 0,1 \lg(D/0,01) \quad [18]$$



Ryc. 4. Porównanie masowej krzywej uziarnienia (M) z krzywymi liczebnościowymi wg Radaszewskiego (R) i autora (H — obliczenia numeryczne przy założeniu że gęstość i współczynnik kształtu są stałe, L — obliczenia analityczne przy założeniu, że krzywa M jest logistyczna i że gęstość i współczynnik kształtu są stałe, K — obliczenia numeryczne przy założeniu że gęstość i współczynnik kształtu zależą od średnicy ziarna)

Fig. 4. Comparison between the mass-grain size distribution (M) and the number ones according to Radaszewski (R) and to the author (H — computed assuming density and shape coefficient are constant, L — analytically calculated assuming the curve M is the logistic one and density and shape coefficient are constant, K — computed assuming density and shape coefficient depend on grain diameter)

$$k = 1,047 - 0,524 \lg(D/0,01) \quad [19]$$

Po podstawieniu wyrażeń [18] i [19] do wzoru [4] i wykonaniu obliczeń otrzymuje się krzywą K na ryc. 4. Warto zauważyć, że wprowadzenie wymienionych wyżej założeń (o gęstości i współczynniku kształtu) spowodowało obniżenie krzywej liczebnościowej w odpowiadającym przedziale średnic.

Relacje między percentylami

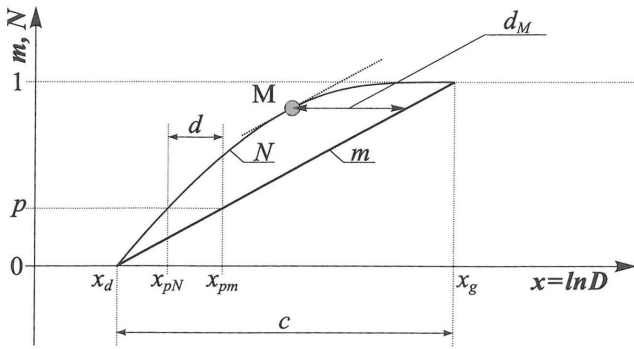
Przykłady powyższe ilustrują znaną prawidłowość polegającą na odsunięciu krzywej liczebnościowej od krzywej masowej w stronę mniejszych średnic. Nie jest to przesunięcie równoległe, gdyż punkty odpowiadające 0 i 100 % muszą pozostać bez zmiany na osi średnic. Wielkości przesunięć są różne na różnych wysokościach osi procentów, co oznacza, że zmniejszenie percentyli przy przejściu z krzywej masowej na liczebnościową zależy od procentu odpowiadającego danemu percentylowi. Ponieważ wykazano powyżej, że oba rodzaje wykresów uziarnienia są związane funkcyjnie, więc funkcyjnie też związane są ich percentyle. Związek ten formułuje się tutaj dla prostoliniowego wykresu masowego, ale analogicznie może on być uzyskany i dla innych kształtów, w których dominuje środkowa część niewiele odbiegająca od linii prostej.

Prostoliniowy wykres masowy w lognormalnej podziałce średnic D określony jest wzorem (por. ryc. 5)

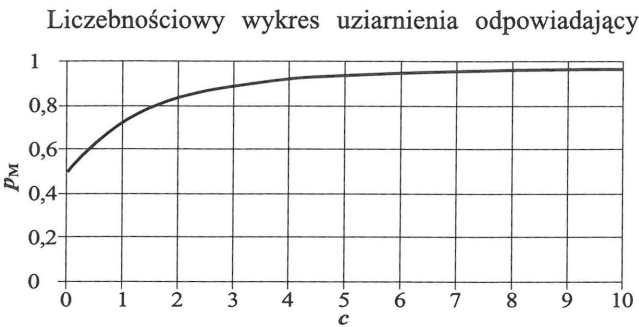
$$m = (x - x_d) / c \quad [20]$$

gdzie $x = \ln D$, $D = e^x$, c wg wzoru [17], x_d i x_g są dolnym i górnym ograniczeniem wykresu uziarnienia na osi średnic. Ze wzoru [20] wynika wzór na percentyl masowy rzędu p (p w wartościach bezwzględnych)

$$x_{pm} = x_d + cp \quad [21]$$



Ryc. 5. Przesunięcia percentyli x_p między wykresem masowym (m) i wykresem liczebnościowym (N)
 Fig. 5. Shift of percentiles x_p related to mass- (m) and to number- (N) curves



Ryc. 6. Położenie na osi procentów maksimum przesunięcia percentyli w zależności od nachylenia wykresu masowego
 Fig. 6. Localization of the percentiles shift maximum in the percent-axis versus the mass-grain size distribution slope

temu wykresowi masowemu określony jest wzorem [11], skąd podstawiając $D = e^x$, przyrównując N do $100 p$ i wykonując przekształcenia algebraiczne otrzymuje się wzór na percentyl liczebnościowy rzędu p

$$x_{pN} = x_d - (1/3) \ln [1 - (1 - e^{-3c})p] \quad [22]$$

Przesunięcie percentyli wyraża ich różnica

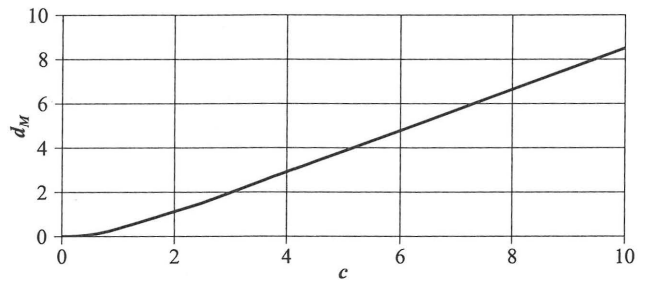
$$d = x_{pm} - x_{pN} = cp + (1/3) \ln [1 - (1 - e^{-3c})p] \quad [23]$$

Nietrudno sprawdzić, że zerowe wartości przesunięć są przy p równym 0 i 1, oraz że funkcja $d(p)$ ma zarówno lokalizację maksimum M (p_M — ryc. 6), jak i wartość maksymalną (d_M — ryc. 7) zależne od parametru c , który wyraża nachylenie wykresu masowego:

$$p_M = (1 - e^{-3c})^{-1} - (3c)^{-1} \quad [24]$$

$$d_M = c(1 - e^{-3c})^{-1} - 1/3 + (1/3) \ln [(1 - e^{-3c})/(3c)] \quad [25]$$

Należy zauważyć (ryc. 6), że maksimum przesunięcia percentyli (największa odległość w poziomie między krzywą masową i krzywą liczebnościową) przesuwa się w stronę 100% wraz ze wzrostem nachylenia wykresu masowego (ze wzrostem parametru c) oraz że wartość tego przesunięcia maksymalnego ze wzrostem nachylenia (ze wzrostem parametru c) rośnie (ryc. 7). W odniesieniu do wzoru [25] i do ryc. 7 trzeba dodać, że określane z nich wartości d_M wyrażone są w skali logarytmu naturalnego. W



Ryc. 7. Maksimum d_M przesunięcia percentyli w zależności od nachylenia wykresu masowego
 Fig. 7. Maximal shift of the percentiles versus the mass-grain size distribution slope

wypadku posługiwania się skalą logarytmu dziesiętnego należy je pomnożyć przez wartość \log_e , tj. przez 0,4343. Obliczając przesunięcie mediany uziarnienia należy we wzorze [23] przyjąć $p = 0,5$.

Podsumowanie

Liczebnościowy wykres uziarnienia jest związany funkcyjnie z wykresem masowym.

Ogólna postać związku funkcyjnego przy zmiennej gęstości i kształcie ziarn jest określona wzorem [1], a przy stałej gęstości i kształcie — wzorem [2].

Wzrost gęstości lub współczynnika kształtu ziarn w pewnym przedziale średnic — przy zachowaniu stałości masowego wykresu uziarnienia — powoduje obniżenie wykresu liczebnościowego w tym przedziale.

Relacja między wykresem liczebnościowym i wykresem masowym zarówno w wypadku prostoliniowego wykresu masowego, jak i w wypadku wykresu logistycznego, nie zależy od mediany uziarnienia (tzn. od położenia punktu 50 % na osi średnic), lecz zależy tylko od pochylenia głównej części wykresu. Wynika to ze wzoru [13] i ze wzoru [16]. Można domniemywać, że w wypadku wykresów nieregularnych relacja ta zależy od przeciętnego pochylenia głównej części wykresu masowego.

Wykres liczebnościowy jest przesunięty względem wykresu masowego w stronę mniejszych średnic, ale nie równoległe. Różnice między wykresami (i przesunięcia odpowiadających percentyli z obu wykresów) wzrastają wraz ze wzrostem odchylenia wykresu masowego od osi procentów (tj. ze wzrostem niejednorodności uziarnienia).

Wzór [16] może mieć szerokie pole zastosowań, gdyż wykresy uziarnienia przeważnie są kształtu „esowatego” dobrze aproksymowanego funkcją logistyczną.

Wzór [5] daje wyniki obliczeniowe i graficzne praktycznie nieodróżnialne od wyników uzyskanych metodami obliczeniowymi Ruchina.

Literatura

- RACINOWSKI R. 1973 — Analiza uziarnienia [W:] Metodyka badań osadów czwartorzędowych — red. E. Rühle. Wyd. Geol.
 RADASZEWSKI R. 1998 — O wiarygodności charakterystyk kinematycznych środowisk depozycyjnych odtworzonych w oparciu o standardową metodę analizy granulometrycznej [W:] Współcz. Probl. Geol. Inż. w Polsce, Mat. II Ogólnopolskiego Symp. w Kiekrzu k. Poznania, red. J. Liszkowski: 287–290.
 RUCHIN L.B. 1969 — Osnovy litologii, Nedra, Leningrad.
 SYVITSKI J. P. M. 1997 — Principles, methods, and application of particle size analysis. Cambridge Univ. Press.