

Parametryzacja przestrzeni porowej skał zbiornikowych za pomocą modelu sieciowego

Grzegorz Leśniak*, Piotr Such*

Scharakteryzowanie i opisanie właściwości przestrzeni porowej skał w geologii naftowej i inżynierii złożowej polega na poprawnym określeniu możliwości magazynowania i transportu płynów złożowych. Ponieważ przestrzeń porowa to ogromny zbiór różnych kształtów i wielkości pustych przestrzeni w skale, jej pełny matematyczny opis jest niemożliwy. Można natomiast sparаметryzować badaną przestrzeń porową przy pomocy modelu matematycznego. Model ten będzie rzetelny, jeśli wyliczone przy jego pomocy parametry przestrzeni porowej będą poprawnie opisywać jej właściwości zbiornikowe i filtracyjne. Model sieciowy (perkolacyjny) przestrzeni porowej zaproponowany przez autorów, a wykorzystujący wyniki dostępnych analiz i metod pomiarowych, spełnił sformułowane powyżej kryterium.

Słowa kluczowe: model sieciowy (perkolacyjny), przestrzeń porowa, mikroskopowa analiza obrazu, rachunek fraktalowy

Grzegorz Leśniak & Piotr Such — **Parameterization of the pore space of reservoir rocks with the use of the net model.** Prz. Geol., 48: 891–897.

Summary. Characterization and description of properties of a pore space of reservoir rocks in petroleum geology is based on correct prediction of abilities of storage and transport of reservoir fluids. Since the pore space consists of a large number of empty spaces of different sizes and shapes, full mathematical description of its properties is impossible. It is possible, however, to parameterize the pore space using a mathematical model. The model is reliable provided that the parameters calculated with the use of the model describe properly the pore space's reservoir and filtration properties. The net model of the pore space, proposed by the authors and based on available results of investigation fulfilled the criteria mentioned above.

Key words: net model (percolation model), pore space, microscopic analyses of images, fractal approach

Badania wykształcenia przestrzeni porowej są jednym z podstawowych narzędzi służących do scharakteryzowania transportu i magazynowania płynów złożowych przez ośrodki porowate. Poprawne opisanie właściwości tej przestrzeni wymaga zastosowania zarówno odpowiednich metod analitycznych, jak i doboru modeli oraz sposobów korelacji służących do uogólnienia otrzymanych wyników. W praktyce geologicznej zastosowane modele powinny uwzględniać procesy sedymentacyjne i diagenetyczne, którym było poddawane badane środowisko (Christoffersen & Whitson, 1995; Chilingarian, 1972; Katz & Thompson, 1986).

Przeźnię porową można scharakteryzować podając jej współczynnik porowatości i przepuszczalności, a więc określając jej możliwości magazynowania i transportu płynów złożowych. Aby jednak powiązać jej fizyczne parametry z historią sedymentacji i diagenety, konieczne jest określenie jej mikroparametrów, takich jak rozkład wielkości porów, ich kształty, system kanałów transportujących płyny. Ponieważ jednak, ze względu na charakter tej przestrzeni, niemożliwy jest jej opis analityczny, wprowadza się modele parametryzujące, które powinny ją prawidłowo opisywać w sposób statystyczny (Ioannidis i in., 1996; Novy i in., 1996).

Podstawowymi problemami, które usiłowano rozwiązać w prowadzonych badaniach począwszy od skali pojedynczego odwiertu, skończywszy na badaniach regionalnych były:

- skorelowanie parametrów przestrzeni porowych badanych rdzeni z typami skał występującymi w badanym profilu,
- określenie typowości ich wykształcenia, rozkładu poszczególnych parametrów w profilu zgodnie z głębokością,

- określenie charakteru badanych skał (ławicowość, cykliczność w profilu, trendy rozwoju parametrów przestrzeni porowej zgodnie z głębokością),

- wyznaczenie poziomów zbiornikowych i uszczelniających,

- określenie możliwości transportu płynów złożowych przez badane skały,

- określenie ciągłości hydrodynamicznej badanego profilu,

- oszacowanie zawartości wody nieredukowalnej,

- wyznaczenie oryginalnego nasycenia wodą złożową w stanie równowagi dla badanego profilu,

- ekstrapolację wyników badań przepuszczalności fazowych,

- wyznaczenie trendów rozwoju i wykształcenia przestrzeni porowej badanych skał,

- określenie typowych wykształceń, a co za tym idzie typowych właściwości zbiornikowych i filtracyjnych skał z danego regionu (złoża),

- powiązanie właściwości skał zbiornikowych z działaniem procesów diagenetycznych,

- powiązanie właściwości skał z działaniem procesów sedymentacyjnych,

- ocena jakości skał uszczelniających.

Przeźnię porowa jest mikropilarnym ośrodkiem złożonym z wielkiej ilości nieregularnie ułożonych i ukształtowanych kapilar. Scharakteryzowanie i opisanie właściwości przestrzeni porowej w geologii naftowej i inżynierii złożowej polega na poprawnym określeniu możliwości magazynowania i transportu płynów złożowych.

Można to wykonać badając makroskopowe wielkości takie jak porowatość, przepuszczalność i na ich podstawie zbudować statystyczne modele lub wypracować model przestrzeni porowej na podstawie laboratoryjnych badań mikroparametrów tej przestrzeni, takich jak rozkład promieni porów w badanej przestrzeni, wielkość powierzchni

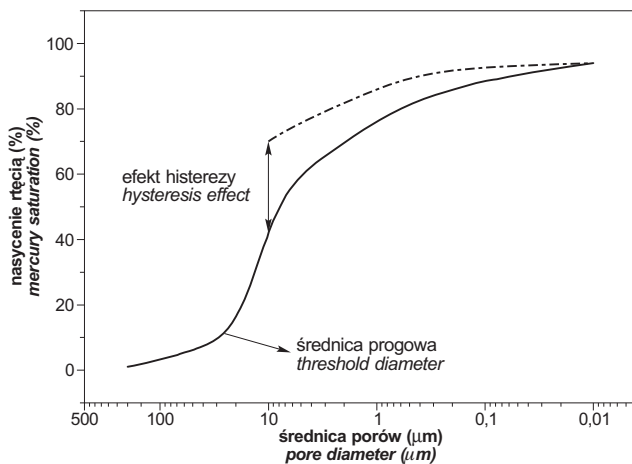
*Instytut Górnictwa Naftowego i Gazownictwa, ul. Lubicz 25a, 31-503 Kraków; e-mail: lesniak@igng.krakow.pl; e-mail: such@igng.krakow.pl

właściwej, wielkość efektu histerezy czy wartość średnicy progowej dla danej skały.

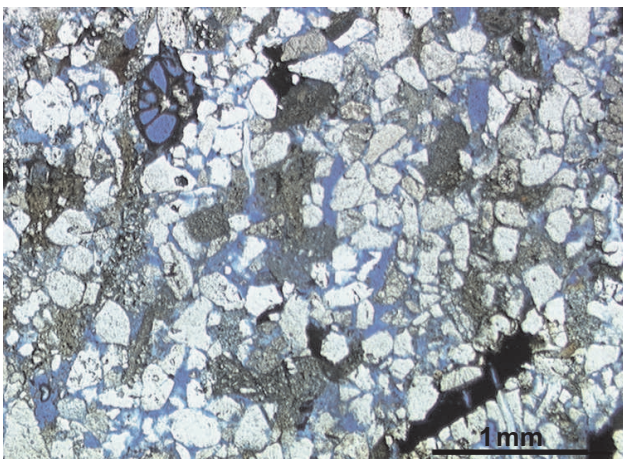
Istotą badań ciśnień kapilarnych jest przejście od badań makroparametrów takich jak porowatość czy przepuszczalność do badań struktury przestrzeni porowej. Ponieważ przestrzeń porowa to ogromny zbiór pustych przestrzeni w skale o różnych kształtach i wielkościach, jej pełny matematyczny opis jest niemożliwy. Można natomiast sparametryzować badaną przestrzeń porową przy pomocy modelu matematycznego. Model ten będzie poprawny jeśli wyliczone przy jego pomocy parametry przestrzeni porowej będą dobrze opisywać tę przestrzeń oraz jej właściwości zbiornikowe i filtracyjne. Pomiar ciśnień kapilarnych stanowią istotną część kompleksu badań petrofizycznych wiążąc się bezpośrednio zarówno z pomiarami porowatości i przepuszczalności, jak i z badaniami przepuszczalności fazowej dla których pozwalają wyliczać i ekstrapolować wielkości przepływów fazowych, a także oszacować ilość wody nieredukowalnej w badanych próbkach (Donaldson & Tiab, 1996; Morrow, 1976).

Rozwój modeli parametryzujących przestrzeń porową

Wprowadzenie do badań porozymetrów rtęciowych pozwoliło na bezpośrednie badania rozkładu wielkości porów w skałach. Urządzenia te wykorzystują ciecz niezwi-



Ryc. 1. Krzywe kumulacyjne nasiąkania i osuszania
Fig. 1. Imbibition and drainage capillary pressure curves



Ryc. 2. Zdjęcie mikroskopowe przestrzeni porowej
Fig. 2. Microscopic image of pore space

lżającą (rtęć jako płyn roboczy). Podstawy teoretyczne stworzone zostały przez Washbourne'a (Washbourn, 1921), który w 1921 r. podał wzór wiążący ciśnienie kapilarne z promieniem kapilary w której znajduje się dana ciecz. Wzór Washbourne'a opisuje model przestrzeni porowej jako wiązkę kapilar o promieniach wyznaczanych w trakcie analiz porozymetrycznych.

$$P_c = \frac{\sigma \cos(\theta)}{r}$$

gdzie: P_c — ciśnienie kapilarne (psia),
 σ — napięcie powierzchniowe (dyn/cm),
 r — promień porów (μm),
 θ — kąt kontaktu.

Teoria Washbourne'a stwierdza, że w stanie równowagi dla cieczy zwilżającej wszystkie pory mające promienie mniejsze od r są zapełnione, natomiast dla cieczy niezwilżającej są zapełnione wszystkie większe kapilary. Wynikający pomiar otrzymuje się krzywą ciśnień kapilarnych, którą wzorem Washbourne'a zmienia się na krzywą rozkładu średnic porów.

W modelach wykorzystujących badania ciśnień kapilarnych wykorzystuje się zarówno całą krzywą kumulacyjną rozkładu średnic porów, jak również inne wielkości wyliczane z tych pomiarów, a charakteryzujące środowisko kapilarne, takie jak powierzchnia właściwa, promień wejścia, średnica progowa, mediana krzywej kumulacyjnej rozkładu porów.

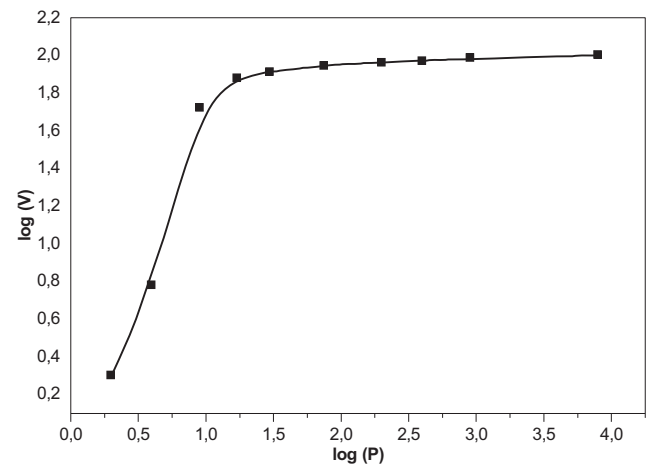
Pierwszym modelem wykorzystującym wyniki badań przestrzeni porowej jest formuła Purcella (1956 r.) postaci (Chillingar, 1972):

$$k = A_p \Phi \int_0^1 \frac{dS}{P_c^c}$$

gdzie:

A_p — stała Purcella zwana też czynnikiem litologicznym,
 k — przepuszczalność (mD),
 F — porowatość (%),
 S — wielkość nasycenia fazą zwilżającą (%),
 P — ciśnienie kapilarne.

Purcell zaproponował całkowanie krzywej ciśnień kapilarnych w funkcji nasycenia. Do swojej formuły wprowadził wielkość nazywaną dzisiaj stałą Purcella lub inaczej czynnikiem litologicznym. Wielkość czynnika litologicznego



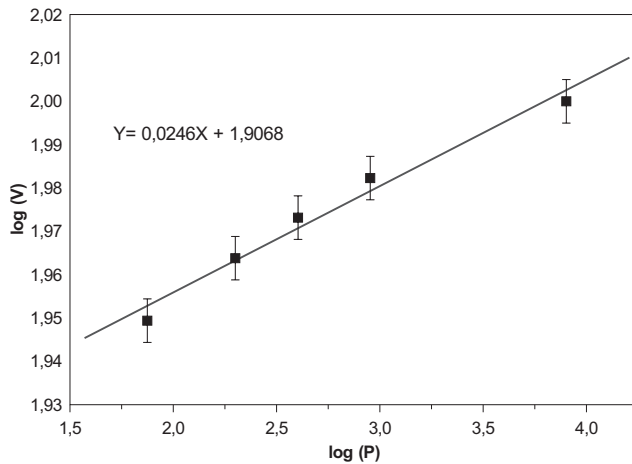
Ryc. 3. Krzywa typu log-log dla badanej próbki (Palikówka-5, 1309,8 m)

Fig. 3. Log-log curve for investigated sample (Palikówka-5, 1309.8 m)

zmienia się w zależności od rodzaju skały i jest wielkością mającą urealniać model walcowy Wasbourn'a.

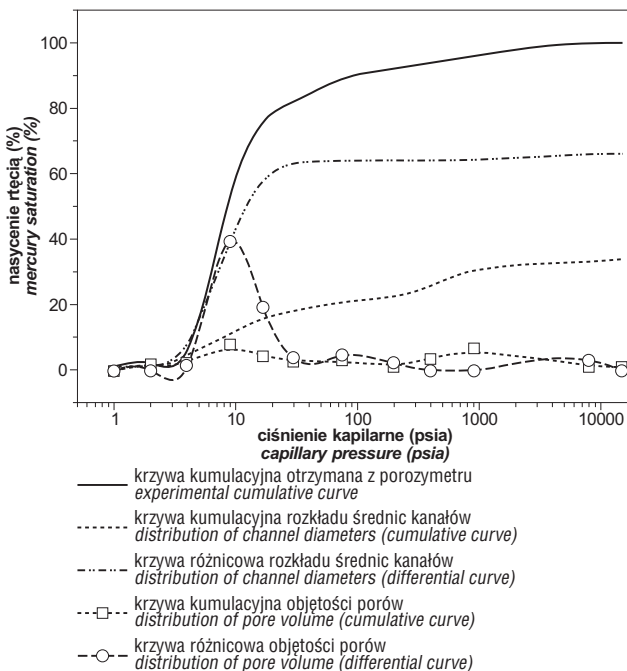
Następne lata przyniosły wiele dalszych modeli opartych o różne wielkości wyliczane z pomiarów porozymetrycznych. Należą do nich modele Kozeny-Carmana, modele oparte na korelacjach porowatości i przepuszczalności z wynikami badań elektrycznych (Chillinger, 1972; Donaldson & Tiab, 1996).

Jakościowym skokiem w analizie przestrzeni porowej była badania Katza i Thompsona, którzy powiązali porowatość i przepuszczalność badanej próbki z wielkością średnicy progowej za pomocą formuły:



Ryc. 4. Weryfikacja fraktalności struktury przestrzeni porowej i wyliczenie wymiaru fraktalnego z wpisanej krzywej trendowej 1. stopnia (Palikówka-5, 1309,8 m)

Fig. 4. Verification of fractal structure of pore space and calculation of fractal dimension with the use of trend curve (Palikówka-5, 1309.8 m)



Ryc. 5. Wyniki obliczeń modelowych dla próbki z odwiertu Palikówka-5 (1309,8 m)

Fig. 5. Obtained results for sample of Palikówka-5 borehole (1309.8 m)

$$\log(r_{th}) = A + B \times \log(k) - C \times \log(por)$$

gdzie:

r_{th} — średnica progowa (mm),

k — przepuszczalność (mD),

por — porowatość (%),

A, B, C — stałe liczbowe wyliczane dla konkretnej formacji skalnej.

Model przestrzeni porowej Katza-Thompsona wiązał makroparametry z wielkością fizyczną związaną z przepływem płynu złożowego przez daną próbkę. Średnica progowa (matematycznie będąca miejscem punktu przebiegu krzywej kumulacyjnej rozkładu średnic porów) jest tą średnicą porów przy której rozpoczyna się ciągły przepływ rてci przez próbkę.

Opisany model pozwolił na znaczne rozszerzenie możliwości interpretacyjnych wyników badań porozymetrii rてciowej:

— wyeksponował rolę transportu płynów złożowych w skałach zbiornikowych,

— ułatwił wydzielenie klas podobieństwa,

— umożliwił stwierdzenie czy dana skała ma mniej czy bardziej korzystne wykształcenie przestrzeni porowej od modelu kul kapilarnych.

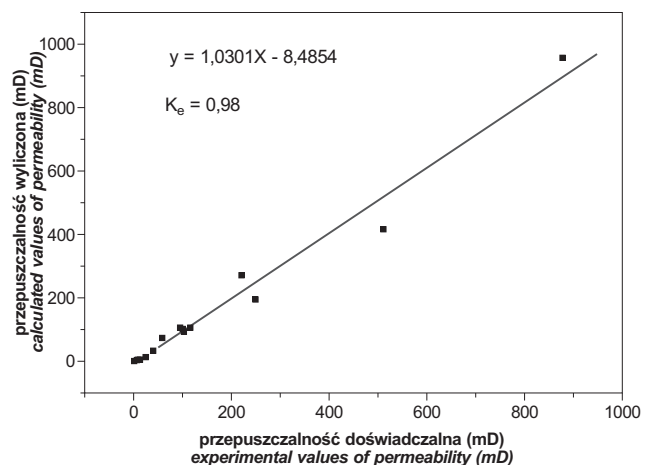
Model Katza-Thompsona jest również bardzo łatwy do modyfikowania przy pomocy innych parametrów wyliczanych z badań porozymetrycznych. Wiele tego typu modyfikacji zamieszczono w pracy.

Kolejny przełom w badaniach przestrzeni porowej skał zbiornikowych był związany z wprowadzeniem nowej generacji aparatury badawczej. Nowe porozymetry umożliwiały wykreślenie dwóch krzywych rozkładu porów:

□ pierwsza — krzywa nasiąkania (ang. *imbibition*), wykreślana jest tak jak w aparatach poprzednich generacji dla wzrastających ciśnień kapilarnych,

□ druga — krzywa osuszanie (ang. *drainage*), wykreślana jest przy ciśnieniach malejących.

Na ryc. 1 zamieszczono oba typy krzywych. Wielkość efektu histerezy, mierzona tak jak zaznaczono na ryc. 1 jest miarą odstępstwa od walcowego modelu przestrzeni porowej. Jest to miara liczby pułapek kapilarnych w badanej skale. Pułapką kapilarną nazywa się w tym przypadku duży por o wąskich gardzielach wejścia. Część z tych porów będzie również tzw. martwymi porami tj. porami o tylko jednym



Ryc. 6. Krzywa trendowa dla doświadczalnych i obliczonych wartości współczynnika przepuszczalności

Fig. 6. Trend curve for experimental and calculated values of permeability coefficients

Tab. 1. Próbkę wykorzystane w badaniach

Czerwony spagowiec			Miocen		
Odwiert; głęb. [m]	Porowatość efekt. [%]	Przepuszczalność [mD]	Odwiert; głęb. [m]	Porowatość efekt. [%]	Przepuszczalność [mD]
Gołuchów-2/3141,2	17,7	2	Palikówka-5/1309,8	24,95	877
Gołuchów-2/3200,1	15,92	24	Palikówka-5/1313,4	19,06	58
Ks. Włkp.-1/ 2938,0	14,8	221	Palikówka-5/1476,5	16,57	8
Ks. Włkp.-1/2943,0	11,65	96	Palikówka-5/1594,9	15,72	100
Klęka-14/3133,1	16,6	116	Rączyna-9k/1292,7	7,03	0,1
Kórnik-2/3548,5	15,64	33	Rączyna-9k/2392,4	18,30	274
Kórnik-2/4041,4	10,77	7	Rączyna-9k/2393,7	3,43	0,1
Kotlin-2/3153,4	12,04	339	Rączyna-9k/2395,5	14,16	40
Kotlin-2/3233,1	25,42	250	Bratkowice 4/1167,8	18,27	12
Zaniemiśl-2k/3290,4	14,64	102	Bratkowice 4/1173,8	27,18	512

połączeniu z resztą systemu przewodzącego płyny złożowe.

Kolejnym krokiem w kierunku urealnienia symulacji pracy ośrodka porowatego jest wprowadzenie modeli sieciowych (Ioannidis i in., 1996; Kamath i in., 1998; Novy i in., 1996). Te modele aktualnie znajdują się dopiero w opracowywaniu w wiodących laboratoriach na świecie.

Co to jest model sieciowy?

Na rycinie 2 zamieszczono zdjęcie preparatu (płytką cienką, z barwioną żywicą) wykonanego ze skały zbiornikowej. Puste przestrzenie porowe mają kolor niebieski. Widać, że realna przestrzeń porowa w znaczny sposób różni się od modelu cylindrów czy też kul. Podstawową cechą rzucająca się w oczy jest to, że przestrzeń porowa tworzona jest z dwóch elementów: dużych wolnych przestrzeni, które będą określane jako pory oraz z systemu relatywnie wąskich kanałów łączących te przestrzenie.

Innymi słowy realna przestrzeń porowa to duże pory połączone siecią wąskich kanałów. Liczba porów w przestrzeni porowej określa możliwości magazynowania płynów złożowych w danej skale. Sieć kanałów pozwala na transport płynów złożowych. O ile problem zdolności magazynowania płynów złożowych jest łatwy do oszacowania (bada się po prostu porowatość danej skały), o tyle sprawa transportu płynów złożowych zależy od liczby kanałów, rozkładu wielkości ich średnic oraz od sposobu w jaki łączą poszczególne pory.

Jeśli zatem, chcemy w sposób realny sparometryzować przestrzeń porową skały zbiornikowej (realny to znaczy: taki model przy pomocy którego możemy w poprawny sposób oszacować zbiornikowe i filtracyjne właściwości skały) zastosowany model musi uwzględniać, że przestrzeń porowa składa się z porów i sieci kanałów łączących te pory.

Modele tego typu nazywa się w literaturze sieciowymi lub perkolacyjnymi (Angulo i in., 1992; Matthews i in., 1993).

Założenia modelu

1. Rozbicie przestrzeni porowej na część magazynującą płyny złożowe (pory) i część transportującą (sieć kanałów).

2. Dla części magazynującej należy określić:

- pojemność łączną porów,
- kształty i wielkości porów.

3. Dla części transportującej należy określić:

- pojemność łączną kanałów,
 - rozkład wielkości średnic kanałów,
 - kształt i średnice realnych kanałów i odpowiadające im średnice walców,
 - ilość kanałów o danej średnicy,
 - sposób łączenia porów przez kanały tj. o jakich średnicach kanały łączą pory oraz ile połączeń przypada na jeden por,
 - średnia długość kanałów łączących.
4. Do szacowania zdolności filtracyjnych skały zastosuje się następującą geometrię:
- pory o dowolnych kształtach są połączone systemem walcowych kanałów o rozkładzie średnic równych ekwiwalentnym średnicom tych kanałów.

Rozwiązanie

Badania doświadczalne. Do rozwiązania opisanego problemu wykorzystano wyniki badań porozymetrycznych, komputerowej analizy obrazu, badania fraktalnej struktury przestrzeni porowej oraz wyniki analiz gęstości i porowatości (w sumie 20 próbek). Badano skały miocenu Przedgórze Karpat oraz górnego czerwonego spagowca Wielkopolski. Parametry wybranych skał zamieszczono w tabeli 1.

A. Dla każdej badanej próbki wykonano oznaczenia przepuszczalności dla gazu, a jako gazu roboczego użyto azotu. Pomiar wykonano na próbce walcowej. Z walców na których wykonano oznaczenia przepuszczalności pobrano próbki do badań porozymetrycznych i komputerowej analizy obrazu.

B. Badania porozymetryczne. Dla analizowanych próbek wykonano oznaczenia gęstości i porowatości przy pomocy piknometru helowego a następnie, dla tych samych próbek, wykonano analizę porozymetryczną. Wyznaczono wartość współczynnika porowatości, gęstość materiałową i szkieletową, wielkość średnicy progowej, wielkość powierzchni właściwej oraz wykreślono dla każdej próbki kumulacyjne krzywe nasiąkania i osuszania. Dobrano próbki do badań tak by w bazie danych znalazły się skały od bardzo dobrych do praktycznie nieprzepuszczalnych.

C. Komputerowe analizy obrazu mikroskopowego. Dobierając próbki do badań kierowano się tylko wynikami badań porozymetrycznych. Starano się dobrać próbki o zróżnicowanej porowatości. Dla każdej analizowanej próbki wykonano płytkę cienką z barwioną żywicą.

Parametry przedstawione w formie tabeli (tab. 2) wybrano pod kątem prowadzonych badań. Parametry

Tab. 2. Parametry wykształcenia przestrzeni porowej uzyskane z komputerowej analizy obrazu

Odwiert; głęb.	Parametry	Ekwiwal. śred.	Obj. ekw. kuli	Obj. ekw. cyindra	Obwód	Średnia	Długość	Szerokość	MaxFeret	MinFeret	Kulistość	Wydłużenie
Palikówka-5, 1476,55	Średnia	0,007820	1,84E-06	5,99E-07	0,03766	0,004510	0,015971	0,0036093	0,012826	0,007124	0,76351	1,7013
	Odech.stand.	0,008284	0	0	0,060484	0,003158	0,028294	0,0024552	0,01675	0,008780	0,26747	0,64477
	Minimum	0,002040	4,45E-09	3,10E-09	0,004849	0,002036	0,001808	0,001498	0,001808	0,001808	0,074618	1
	Maksimum	0,094172	0,000437	7,45E-05	1,0413	0,023219	0,50693	0,017737	0,23077	0,095629	1	8
Palikówka -5, 1309,80	Średnia	0,037508	0,000301	6,94E-05	0,21347	0,019872	0,094694	0,015567	0,067446	0,03717	0,74739	1,7301
	Odech.stand.	0,045083	0,001928	0,000300	0,45781	0,013012	0,22196	0,0094517	0,10359	0,057407	0,29278	0,69554
	Minimum	0,010075	5,35E-07	3,73E-07	0,023942	0,01046	0,008928	0,0073964	0,008928	0,008928	0,027414	1
	Maksimum	0,495	0,063506	0,007494	9,3923	0,11205	4,6548	0,075816	1,2988	0,6999	1	6,0076
Palikówka -5, 1594,90	Średnia	0,009097	6,62E-06	1,66E-06	0,050469	0,004778	0,022267	0,003726	0,015626	0,008619	0,76199	1,7042
	Odech.stand.	0,012893	4,54E-05	0	0,11368	0,004284	0,054454	0,0031142	0,026606	0,014499	0,28594	0,69232
	Minimum	0,002040	4,45E-09	3,10E-09	0,004849	0,002118	0,001808	0,001498	0,001808	0,001808	0,041962	1
	Maksimum	0,14267	0,001520	0,000193	2,1001	0,036933	1,0346	0,027057	0,32572	0,16197	1	6,6541
Kotlin-2, 3223,10	Średnia	0,022713	5,59E-05	1,61E-05	0,10015	0,014851	0,042294	0,011933	0,036405	0,019718	0,82454	1,7464
	Odech.stand.	0,023475	0,000578	9,29E-05	0,20386	0,008091	0,097142	0,0063314	0,054011	0,026585	0,24908	0,86012
	Minimum	0,010075	5,35E-07	3,73E-07	0,023942	0,01046	0,008928	0,0073964	0,008928	0,008928	0,037837	1
	Maksimum	0,38456	0,029778	0,003723	5,7465	0,079843	2,8322	0,065477	1,2611	0,48744	1	11
Kórnik-2, 4014,4	Średnia	0,025925	9,94E-05	3,22E-05	0,11541	0,016516	0,048563	0,013291	0,041663	0,022876	0,82111	1,7192
	Odech.stand.	0,03004	0,000751	0,000176	0,22136	0,011543	0,1034	0,0090896	0,06252	0,032885	0,24773	0,79401
	Minimum	0,010075	5,35E-07	3,73E-07	0,023942	0,008196	0,008928	0,0060052	0,008928	0,008928	0,050937	1
	Maksimum	0,39945	0,033372	0,007356	4,6681	0,1153	2,2956	0,0944	0,89957	0,5	1	9
Kłęka-14, 3133,1	Średnia	0,025778	0,000111	3,14E-05	0,12204	0,01585	0,052416	0,012597	0,042702	0,023088	0,80432	1,76
	Odech.stand.	0,030823	0,000901	0,000183	0,25382	0,010467	0,12046	0,0078395	0,066053	0,035157	0,26288	0,82294
	Minimum	0,010075	5,35E-07	3,73E-07	0,023942	0,009428	0,008928	0,0065388	0,008928	0,008928	0,045944	1
	Maksimum	0,40488	0,034751	0,006286	5,1194	0,12443	2,5084	0,085181	0,93534	0,50851	1	9,6991

wymienione powyżej w sposób najpełniejszy opisują mierzone pory i przenoszą wyniki pomiarów poprzez statystykę na całą przestrzeń porową badanej skały (Leśniak, 1999). W sumie otrzymuje się parametryzację kształtów porów oraz większych kanałów łączących, o ile są takie w badanej próbce.

Otrzymane wyniki opracowano statystycznie, a otrzymane wielkości zamieszczono w tab. 2.

D. Badanie współczynnika łączności (ang. *connectivity*) na obrazach mikroskopowych płytek cienkich. Jest to niezwykle istotny parametr. Trzeba wyznaczyć średnią liczbę połączeń kanałów dla jednego pora. Pomiar ma charakter statystyczny: zlicza się liczbę kanałów widocznych na zdjęciu i liczbę połączonych przy ich pomocy porów. Iloraz tych wielkości daje wartość współczynnika łączności.

Obliczenia. Krzywe rozkładu średnic porów otrzymywane z porozymetru dają informacje o istniejących w skale śred-

nicach kanałów, natomiast nie dostarczają informacji o tym ile tych kanałów jest i jaka objętość porów jest do nich podłączona. Rteć wciskana do przestrzeni porowej po osiągnięciu ciśnienia progowego zaczyna płynąć w kanałach i wlewa się do porów. Ile jej się wlewa nie jesteśmy w stanie oszacować na podstawie samych badań porozymetrycznych. Z krzywych rozkładu średnic porów (nasiąkania i osuszenia) można jedynie oszacować łączną liczbę ilości pułapek kapilarnych w danej skale (Acuna i in., 1995).

Do rozwiązania problemu oszacowania liczby kanałów i porów w przestrzeni porowej oraz wyznaczeniu jakie zakresy średnic kanałów łączą pory zastosowano elementy rachunku fraktalowego.

Według Mandelbrota (1977) fraktalem nazywamy:

— obiekty, które nie są określone wzorem matematycznym, lecz tylko zależnością rekurencyjną,

— obiekty te mają cechę samopodobieństwa,

— są obiektami, których wymiar nie jest liczbą całkowitą.

Obiekt nazywa się (ściśle) samopodobny, jeżeli może być podzielony na dowolnie małe części, z których każda jest wiernym pomniejszeniem całości.

Wielkością charakteryzującą matematycznie fraktal jest jego wymiar. Dzięki jednoznaczemu przypisaniu liczby do pewnej struktury geometrycznej, zyskuje się doskonały parametr porównawczy, mogący być bezpośrednio wykorzystany w analizie korelacyjnej. Wprowadzono szereg różnych definicji wymiaru fraktalnego. W prezentowanym modelu wyko-

Tab. 3. Krzywe różnicowe

Śred.kan. [μm]	Palikówka-5, 1309,8		Palikówka-5, 1476,5		Palikówka-5, 15,94,9	
	Kanały [%]	Pory [%]	Kanały [%]	Pory [%]	Kanały [%]	Pory [%]
200	0,00	0,00	0	0	0	0
100	1,70	0,00	0	0	0	4
40	2,04	1,25	0	1	1	2
20	7,63	39,37	0	1	1	1
10	4,29	18,71	0	2	4	0
6	2,65	3,35	2	0	3,56	16,44
2,5	2,70	4,30	11,41	0	2,68	25,6
1	1,10	1,90	6,43	26,57	2,6	6,4
0,5	3,20	0,00	1,69	13,31	0,47	7,53
0,1	6,59	0,00	0,95	9,05	1,43	6,57
0,02	1,10	2,90	1,53	17,47	1,49	8,51
0,01	0,88	0,00	0,42	5,58	0,09	1,91

rzystano definicję fraktalnego wymiaru samopodobieństwa.

Wymiar samopodobieństwa. Dla dowolnego obiektu samopodobnego istnieje związek pomiędzy współczynnikiem redukcji (wielkość charakteryzująca pomniejszenie kolejnych generacji obiektu samopodobnego), a liczbą części a na które obiekt ten może być podzielony. Jest nim:

$$D = \frac{\log(a)}{\log(1/s)}$$

gdzie:

D — wymiar samopodobieństwa, s — współczynnik redukcji, a — ilość części. Dla prostej, kwadratu i sześciangu otrzymujemy odpowiednio $D = 1, 2, 3$.

W modelu zastosowano wypracowany w Laboratorium Petrofizyki Zakładu Geologii i Geochemii model fraktalnej przestrzeni porowej (Such, 1998a, b, c), dla której podstawową zależnością fraktalną opisującą przestrzeń porową, jest wzór podany przez Turcotte'a (Turcotte, 1997):

$$V \approx P^{(3-D)}$$

gdzie:

V — objętość przestrzeni porowej,

P — ciśnienie kapilarne,

D — wymiar fraktalny.

Jest to zależność otrzymywana z pomiarów porozymetrycznych. Logarytmując ją otrzymujemy równanie prostej

$$\log(V) \approx (3-D) \times \log(P)$$

Fizycznie natomiast zależność objętości (V) wstrzykiwanej rtęci od ciśnienia kapilarnego otrzymuje się z analiz porozymetrycznych (krzywa kumulacyjna). Kryterium fraktalności jest więc prostoliniowa zależność $\log(V)$ od $\log(P)$ (Mandelbrot, 1977; Peitgen i in., 1995), wymiar zaś fraktalny oblicza się ze współczynnika kierunkowego prostej.

Podstawą modelu jest analiza krzywej typu log-log dla średnic porów mniejszych od średnicy progowej. Fraktalna struktura tej części krzywej kumulacyjnej odpowiada fraktalnej strukturze kanałów łączących duże wolne przestrzenie.

Spełnianie warunku fraktalności tej części krzywej implikuje fraktalną strukturę o tym samym wymiarze, wszystkich kanałów łączących duże przestrzenie w badanej skale (Garrison i in., 1991; Shen Pingping i in., 1995). Innymi słowy, można ekstrapolować prostoliniową część krzywej typu log-log (dla porów mniejszych od średnic progowych) na cały zakres badanej krzywej ciśnień kapilarnych. Przechodząc od krzywej typu log-log do krzywej kumulacyjnej rozkładu średnic porów wyznaczymy ilość

kanałów łączących w poszczególnych przedziałach ich średnic i oszacujemy objętość dużych komór znajdujących się w przestrzeni porowej (Such, 1998 a, b).

Dla wszystkich badanych próbek wykreślono na podstawie krzywych kumulacyjnych otrzymywanych z badań porozymetrycznych krzywe typu log-log. Wykorzystano krzywe typu log-log do zweryfikowania fraktalności struktury przestrzeni porowej dla zakresów krzywych kumulacyjnych odpowiadających mikroporom (średnice analizowanych porów mniejsze od średnicy progowej). Na podstawie wykreślonych prostych trendów wyznaczano wymiar fraktalny kanałów w przestrzeni porowej. Wymiar fraktalny wyliczano ze współczynnika kierunkowego prostej. Otrzymane równania prostych zamieszczono na rysunkach. Wymiar fraktalny liczono z zależności:

$$A = 3-D$$

gdzie:

A — współczynnik kierunkowy prostej,

D — wymiar fraktalny kanałów.

Mając wyliczony wymiar fraktalny, z krzywych log-log wyliczano krzywą kumulacyjną objętości kanałów. Następnie odejmując tą krzywą od pełnej krzywej kumulacyjnej otrzymywano krzywą kumulacyjną porów.

Na ryc. 2–5 zamieszczono wyniki otrzymane dla próbki z odwiertu Palikówka-5, 1309,8 m. Ilustrują one sposób wyznaczania parametrów modelu perkolacyjnego.

W ten sposób wydzielono część przestrzeni porowej transportującej i część magazynującą płyny złożowe. W dodatku takie rozbitcie ujawnia jaki procent przestrzeni magazynującej połączony jest kanałami o określonej średnicy. Przed wykreśleniem wszystkich krzywych dokonywano w nich poprawek na podstawie wyników badań otrzymywanych z komputerowej analizy obrazu. Dotyczy to próbek makroporowych, dla których wartość średnicy progowej jest większa od wartości 10 mm. Jest to bowiem granica od której zlicza się obiekty w komputerowej analizie obrazu. Jeśli zatem średnica progowa wynosiła 40 mm trzeba było wykonać zliczenia obiektów o ekwiwalentnej średnicy od 10 do 40 mm i wprowadzić poprawkę do ilości zliczanych porów (są to bowiem kanały a nie pory). Odbijało się to na kształcie wszystkich wykreślonych krzywych. Po wykreśleniu krzywych cyfrowano krzywe różnicowe rozkładu średnic kanałów i porów w celu oszacowania przepuszczalności badanego ośrodka oraz obliczenia objętości martwej porowatości tj. porowatości z której nie można usunąć płynów złożowych.

Oszacowanie przepuszczalności. Oszacowanie przepuszczalności wykonano na jednostkowej, sześcienniej kostce skały zbudowanej zgodnie z modelem (pory o rozkładzie zgodnym z wyliczonymi wielkościami połączone systemem cylindrycznych kanałów, przy czym kierunki ich przewodzenia są zgodne z osiami XYZ, statystycznie po 1/3 kanałów w danym kierunku, rozkład średnic zgodnie z badaniami modelowymi). Przepływ w tak skonstruowanym modelu można opisać równaniami Poiseuille'a i Darcy'ego. W tab. 3 i 4 zamieszczono scyfrowane krzywe różnicowe kanałów i porów. Pierwszym oszacowaniem, które można wykonać jest wyliczenie ilości wody nieredukowalnej. Ilość ta równa jest łącznej objętości porów, które połączone są kanałami nie-

Tab. 4. Krzywe różnicowe

Śred. kan. [μm]	Kłęka-14, 3133,1		Kórnik-2, 4041,4		Kotlin-2, 3233,1	
	Kanały [%]	Pory [%]	Kanały [%]	Pory [%]	Kanały [%]	Pory [%]
200	0,00	0,00	0	0	0	0
100	0,00	3,00	0	0	0,32	4,32
40	0,00	1,00	0	3	0,22	2,78
20	4,71	18,29	0	1	2,99	0
10	5,79	25,21	0	1	1,35	2,65
6	5,11	4,84	1	0	4,68	15,32
2,5	3,16	3,66	2	1	2,68	26,32
1	3,52	7,65	11,6	18,4	0,59	8,41
0,5	2,47	1,42	9,57	11,43	0,47	7,53
0,1	3,12	1,88	10,2	7,8	0,43	7,57
0,02	2,00	0,00	15,9	0,1	0,49	5,51
0,01	4,75	0,00	5,14	0	0,09	1,91

Tab. 5. Parametry modelu przestrzeni porowej

Próbka	Woda nieredukow. [%]	Współ. łączności	K-doświad. [mD]	K-obliczone [mD]
Palikówka-5, 1309,8	3,8	2,11	877	956
Palikówka-5, 1476,55	69	2,43	8	5,6
Palikówka-5, 1594,9	24	2,03	100	100
Kotlin-2, 3233,1	28	2,13	250	195
Kórnik-2, 4041,4	74,6	1,87	7	2
Kłęka-14, 3133,1	11	1,9	116	106

większymi od 1 mm. Wyniki oszacowania zamieszczono w tab. 5.

Porównując wielkości przepływu liczone na podstawie równań Darcy'ego i równanie Poiseuille'a otrzymuje się równanie przepuszczalności:

$$k = \frac{\Pi}{8} x \Lambda (r_{tube}^4 l_{tube} \beta) x \frac{l_{kostki}}{A_{kostki}}$$

gdzie:

k — przepuszczalność,

r_{tube} — promień kanału,

l_{tube} — długość kanału,

β — liczba kanałów w kostce jednostkowej w kierunku przepływu,

l — długość kostki jednostkowej,

A — powierzchnie przekroju kostki jednostkowej,

Λ — operator rozkładu i promieni kanałów wyliczony z fraktalnej struktury przestrzeni porowej.

Operator rozkładu i promieni porów to suma czwartych potęg poszczególnych promieni porów pomnożonych przez liczbę kanałów o danym promieniu, wyliczonym z objętości cząstkowych, wyliczanych z kolei na podstawie krzywej różnicowej.

Do obliczeń przepuszczalności przyjęto model cylindrycznych kanałów, z których statystycznie 1/3 przewodzi płyny w danym kierunku. Jako średnią długość kapilar przyjęto długość kostki jednostkowej pomniejszoną o wartość procentową równą współczynnikowi porowatości. Model zróżnicowano ze względu na ilość kontaktów. Średnią wartość współczynnika łączności podano w tab. 5.

Kolejność obliczeń była następująca:

□ średnia długość kanału = długość kostki – (długość kostki x porowatość),

□ ilość kanałów o danym promieniu = cząstkowa objętość odczytana z krzywej różnicowej podzielona przez objętość walca o długości równej średniej długości kanału i promieniu średnim dla danego przedziału krzywej różnicowej,

□ wyliczamy przepuszczalność z równania przepuszczalności.

Pełną korelację wyników oszacowania przepuszczalności zamieszczono na ryc. 6.

Podsumowanie

Widać, że przyjęty model najlepiej dopasowuje wyliczone wartości współczynnika przepuszczalności do wyników doświadczalnych dla dobrze wysortowanych piaskowców o przepuszczalnościach rzędu 50–150 mD. Pewne różnice pojawiają się dla próbek o bardzo niskich przepuszczalnościach i dla próbek o bardzo wysokich. Dla próbek o niskich przepuszczalnościach model zanika wyniki. Jest to zrozumiałe. Przestrzeń porowa tych skał ma bardziej chaotyczną budowę. Kilka większych porów, które umykają

badaniom zmienia w sposób znaczący przepuszczalność w zakresie do 10 mD. Dla dużych próbek pojawiają się błędy popełniane dla niskich procentowo zawartości dużych kanałów o średnicach rzędu 50–150 μm . Trudno jest rozróżnić je od porów na płytce cienkiej. I ten fakt powoduje pewien rozrzut parametru przepuszczalności. Tym niemniej jakość dopasowania można określić jako bardzo dobrą. Model dobrze odwzorowuje trend rozwoju przepuszczalności (współczynnik korelacji = 0,97).

Literatura

- ACUNA J.A., IRAJ ERSHAGI, YOSTSOS Y.C. 1995 — Practical Application of Fractal Pressure — Transient Analysis in Naturally Fractured Reservoirs. SPEJ Formation Evaluation, 10: 173–180.
- ANGULO R.F., ALVARADO V., GONZALEZ H. 1992 — Fractal Dimensions from Mercury Intrusion Capillary Tests. SPE Pap. 23695.
- CHILLINGARIAN G.V. 1992 — Carbonate Reservoir Characterization: a Geologic-Engineering Analysis. Elsevier New York.
- CHRISTOFFERSEN K.R., WHITSON C.H. 1995 — Gas/Oil Capillary Pressure of Chalk at Elevated Pressures. SPEJ Formation Evaluation, 10: 153–160.
- CHILLINGAR G.V. 1972 — Oil and Gas Production from Carbonate Rocks. Elsevier New York.
- DONALDSON E.C. & DJEBBAR TIAB 1996 — Petrophysics. Elsevier, New York.
- GARRISON J.R., PEARN W.C. & VON ROSENBERG D.U. 1991 — The Fractal Nature of Geological Data Sets: Power Law Processes Everywhere. SPE Pap. 22842.
- IOANNIDIS M.A., KWIECIEŃ M.J. & CHATZIS I. 1996 — Statistical Analysis of the Porous Microstructure as a Method for Estimating Reservoir Permeability. Jour. Petr. Sc. Engineer., 16: 251–261.
- KAMATH J., XU B., LEE S.H. & YORTSOS Y.C. 1998 — Use of Network Models to Interpret Laboratory Experiments on Vugular Rocks. Jour. Petr. Sc. Engineer., 20: 109–177.
- KATZ A.J. & THOMPSON A.H. 1986 — Quantitative prediction of permeability in porous rocks. Phys. Rev. B, 34: 8179–8181.
- LEŚNIAK G. 1999 — Zastosowanie komputerowej analizy obrazu w badaniach petrofizycznych. Prz. Geol., 47: 644–651.
- MANDELBROT B.B. 1977 — The Fractal Geometry of Nature. Freeman and Company, New York.
- MATTHEWS G.P., MOSS A.K., SPEARING M.C. & VOLAND F. 1993 — Network calculation of mercury intrusion and absolute permeability in sandstone and other porous media. Powder Techn., 76: 95–107.
- MORROW N.R. 1976 — Capillary Pressure Correlations for Uniformly Wetted Porous Media. JPT, October-December: 49–57.
- NOVY R.A., DAVIS H.T. & SCRIVEN L.E. 1996 — Capillary Pressure, Water Relative Permeability, Electrical Conductivity and Capillary Dispersion Coefficient of Fractal Porous Media at Low Wetting Phase Saturations. SPE Advanced Technology Ser., 2: 136–141.
- PEITGEN H.O., JURGENS H. & SAUPE D. 1995 — Granice chaosu – fraktale. Wyd. Nauk. Warszawa.
- SHEN PINGPING, LI KEVIN & JIA FENSHU 1995 — Quantitative Description for the Heterogeneity of Pore Structure by Using Mercury Capillary Pressure Curves. SPE Paper, 29996.
- SUCH P. 1998a — Zastosowanie rachunku fraktalowego w badaniach przestrzeni porowej. Konf. Nauk. Techn.: Najnowsze osiągnięcia metodyczne w światowej geologii naftowej i ich praktyczne wykorzystanie w PGNiG. Warszawa, 19 maja 1998.
- SUCH P. 1998b — An Application of Fractal Analysis in Investigations of Reservoir Rocks. Abs. Book Conference and Exhibition: Modern Exploration and Improved Oil and Gas Recovery Methods. Cracow, Poland, 1–4 September 1998.
- SUCH P. 1998c — Analiza fraktalnej struktury przestrzeni porowej przy wykorzystaniu krzywych ciśnień kapilarnych otrzymanych metodą porozymetrii rてciowej. Prz. Geol., 46: 1186–1190.
- TURCOTTE D.L. 1997 — Fractals and Chaos in Geology and Geophysics. Cambridge University Press.
- WASHBORN W.E. 1921 — Note of the Method of Determining the distribution of pore Size in a Porous Material. Proc. Nat. Acad. Sc., 7: 115–116.