

Multifraktalne cechy przepływu lokalnej sejsmiczności indukowanej na terenie KWK „Katowice” (GZW)

Olga Polechońska*

Zbadano multifraktalne właściwości rozkładów epicentrów, czasów oraz energii zdarzeń sejsmicznych indukowanych eksploatacją w Kopalni Węgla Kamiennego „Katowice” (Górnośląskie Zagłębie Węglowe). Badania przeprowadzono dla obszaru 400x400 m wokół środka ściany 532. Wymiar fraktalny jest parametrem efektywnie opisującym rozkład przestrzenny (np. stopień sklastrowania) zjawiska rządzonego dynamiką nieliniową (chaotyczną). Policzono wymiar uogólniony D_q . Krzywe D_q - q pokazują, że proces jest multifraktalny. Policzono także funkcje korelacji pomiędzy rozkładem energii i D_2 , D_{20} i D_2 - D_{20} . Stwierdzono występowanie bardzo wysokiej korelacji pomiędzy trzema zdarzeniami o najwyższej energii i zmianami w czasie współczynników korelacji rozkładu epicentrów.

Słowa kluczowe: multifraktalność, rozkład czasowy, korelacja nieparametryczna, funkcja korelacji

Olga Polechońska — **Multifractal properties of local induced seismicity in the “Katowice” coal mine (USCB, southern Poland).** Prz. Geol., 49: 138–142.

Summary. The distribution pattern of multifractal properties of epicentres, time and also seismic activity energy induced by mining operations were examined for the “Katowice” coal-mine in the Upper Silesian Coal Basin. An area of 400x400 m located around the centre of longwall 532 in “Katowice” was taken into consideration. The fractal dimension is a good parameter for determining the spatial distribution of phenomena governed by chaotic (non-linear) dynamics, especially the degree of clustering. The generalised dimension D_q was calculated. D_q - q curves indicate that the process is multifractal. Correlation functions between the energy distribution and the D_2 , D_{20} and D_2 - D_{20} were calculated. The very strong correlation between the three highest energy events and the time changes of correlation coefficient of epicentre distribution was found.

Key words: multifractality, time distribution, non-parametric correlation, correlation function

Przewidywanie procesów zachodzących w przyrodzie jest w znacznym stopniu ograniczone wprowadzaniem na każdym etapie przetwarzania danych niewielkich błędów pomiaru, których wyeliminowanie jest niemożliwe z powodu skończonej dokładności sprzętu pomiarowego. Z tego też powodu do modelowania i symulowania przyrody zaczęto używać geometrii fraktalnej. Jej podstawową zaletą jest to, że różne elementy przyrody można opisać za pomocą prostych algorytmów. Wymiar fraktalny opisuje ilościowo samopodobieństwo — właściwości fraktali nie zależą od skali. Dla obiektów samopodobnych składających się z N części, każda pomniejszona w stosunku r do całości relacja: $N(r) \cong r^{-D}$ [1] definiuje D — wymiar fraktalny samopodobieństwa (samopowinowactwa). Grassberger i Procaccia (1983) opierają swoją definicję wymiaru fraktalnego na całce korelacji [2]:

$$C_q(r) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N n_j(r)^q \cong r^{-Dq} \quad [2]$$

$$n_j(r) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N r^{\|x_j - x_k\|} \quad [3]$$

$$\Theta(s) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } s \geq 0 \\ 0 & \text{gdy } s < 0 \end{cases}$$

gdzie:

$N(r)$ — liczba elementów w zespole;

$\Theta(s)$ — funkcja Heaviside’a;

$\|x_j - x_k\|$ — norma badanej wielkości fizycznej x .

Wymiar korelacyjny, oznaczany najczęściej D_2 , jest obliczany ze wzoru: $N(r) \cong r^{-D}$ [4], gdzie $N(r)$ jest liczbą par punktów (zdarzeń) o odległości wzajemnej mniejszej od r . Większość znanych obecnie w przyrodzie naturalnych zespołów fraktalnych jest fraktalami heterogenicznymi (Mandelbrot, 1989) — multifraktalami. Charakteryzujemy je za pomocą D_q — wymiaru uogólnionego. Można go wyznaczyć z nachylenia wykresu zależności sumy korelacyjnej $C_q(r)$ [2] w układzie bilogarytmicznym.

Przeważnie, dla dodatnich dużych wartości q , D_q opisuje najgęściej sklastrowane części zbioru; a dla ujemnych — najrzadziej sklastrowane. Standardowo używanym wymiarem korelacyjnym jest D_q dla $q = 2$. Jeżeli wartości D_q są dla wszystkich q takie same, to badany zespół danych jest fraktalem homogenicznym (monofraktalem) (Cosentino i in., 1997). Spektrogram wymiaru uogólnionego multifraktali są łatwo rozpoznawalne: wraz ze wzrostem wartości q wartość wymiaru spada (dla monofraktali D_q nie ulega zmianie przy wzroście q).

Badania

Analiza fraktalna chyba największą popularność w polskich pracach geofizycznych zyskała w badaniach dotyczących problemów towarzyszących pracom eksploatacyjnym na terenie Górnośląskiego Zagłębia Węglowego (np.: Marczak, 1994; Mortimer & Lasocki, 1995; Teper & Idziak, 1995; Mortimer & Marchewka, 1996; Cosentino i in., 1997). Poniższe badania zostały wykonane dla katalogu wstrząsów kopalni węgla kamiennego „Katowice”, dla ściany 532 (GZW). Dane pochodzą z okresu od 1.04.1985 do 31.10.1986. Aby wyeliminować nielosowy czynnik jakim jest tempo eksploatacji, współrzędne

*Państwowy Instytut Geologiczny, ul. Rakowiecka 4, 00-975 Warszawa; opol@pgi.waw.pl

położenia epicentrów wstrząsów zostały przeliczone na układ współrzędnych związany ze środkiem eksploatawnej ściany.

Pierwszym krokiem badań było sprawdzenie, czy kolejne parametry — czasowe rozkłady odległości między kolejnymi epicentrami, energii wstrząsów oraz czasów występowania zdarzeń mają charakter multifraktalny. W tym celu policzono uogólniony wymiar fraktalny D_q , dla $-10 < q < 20$. Wymiar był estymowany z nachylenia krzywej zależności sumy korelacyjnej $C_q(r)$ [2], w układzie bilogarytmicznym. Stwierdzono, że wszystkie trzy badane wielkości mają charakter multifraktalny, ale jedynie rozkład epicentrów okazał się silnie multifraktalny. Ponieważ przebieg zmienności D_q rozkładu czasów pojawiania się kolejnych wstrząsów odbiegał znacznie od pozostałych, D_q zostało policzone ponownie dla rozkładu odstępów pomiędzy kolejnymi zdarzeniami — różnice zostały w ten sposób w znacznym stopniu zniwelowane. Ze względu na dużą ilość danych w okresie od 01.04.85 do 31.10.86 dalsze badania ograniczono do przedziału czasu 26.06.85–07.02.86. Mortimer i Marchewka (1996) badając rozkład epicentrów wstrząsów dla tej samej ściany stwierdzili, że biorąc pod uwagę dosyć wysoki dolny próg rejestracji wstrząsów (co jest związane ze znacznym zmniejszeniem liczby obserwowanych zjawisk) najlepsze wyniki uzyskać

można dla zbiorów 20-elementowych. Tej wielkości zbiorów z jednej strony zapewniają wystarczającą wiarygodność liczonego wymiaru fraktalnego (ze względu na liczbę zjawisk), z drugiej strony okres trwania jednego zbioru jest na tyle krótki, aby wyciągane wnioski na temat predykcji wstrząsów były sensowne. Uwzględniając powyższe rezultaty zdarzenia podzielono na 56 podgrup (każda zawiera 25 wstrząsów). Ze względu na zmienną częstość występowania wstrząsów kolejne zbiory są wydzielone ze zmienną „zakładką” (kolejne podgrupy „nachodzą” na siebie): od 8 do 13 zjawisk. Estymowano wymiary uogólnione: D_2 i D_{20} (jako przybliżenie wartości D_∞), a następnie różnicę $D_2 - D_{20}$ w kolejnych podgrupach. Spodziewano się bowiem, że różnica taka może być dobrym prekursorem aktywności sejsmicznej. Następnie sprawdzano istnienie zależności pomiędzy badanymi wielkościami, a rozkładem energii. Ponieważ badane zmienne nie mają rozkładu normalnego oraz z powodu ich małej liczebności nie można przeprowadzić testowania parametrycznego. Wykonano więc korelację nieparametryczną — przy pomocy współczynników Spearmana. W przypadku stwierdzenia zależności pomiędzy zmiennymi, liczono funkcję korelacji o postaci:

$$K(\tau) = \frac{\sum_i f_2(t_i) f_1(t_i - \tau)}{\sqrt{\sum_i f_1^2(t_i) \sum_i f_2^2(t_i)}} \quad [5]$$

gdzie:

$K(\tau)$ — funkcja korelacji;

f_1, f_2 — badane zmienne;

τ — czasowe przesunięcie pomiędzy dwiema zmiennymi.

Jako badane zmienne (f_1, f_2) były brane serie czasowe wartości zmiennych w kolejnych podgrupach. Na podstawie przebiegu powyższej funkcji określano przesunięcie czasowe τ , dla którego następnie określano zmienność w czasie współczynników korelacji liczonych jako:

$$K_{i,j} = \frac{\sum_{j=i-9}^i f_2(t_j) f_1(t_j - \tau)}{\sqrt{\sum_{j=i-9}^i f_1^2(t_j) \sum_{j=i-9}^i f_2^2(t_j)}} \quad [6]$$

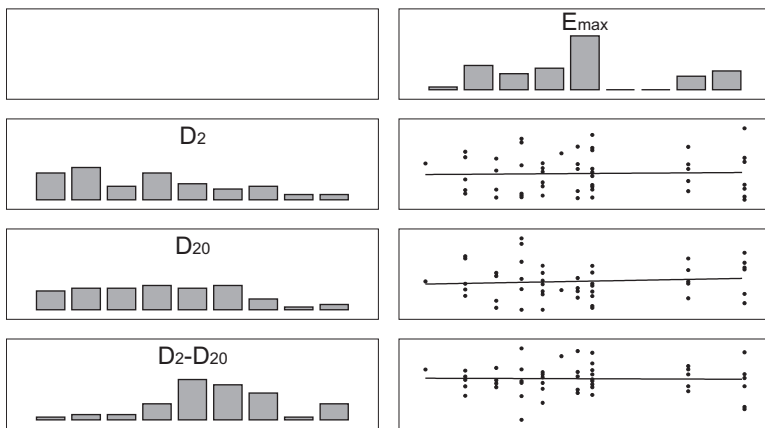
gdzie:

$K_{i,j}$ — współczynnik korelacji dla i -tej grupy;

f_1, f_2 — badane zmienne (seria czasowa 10 podgrup);

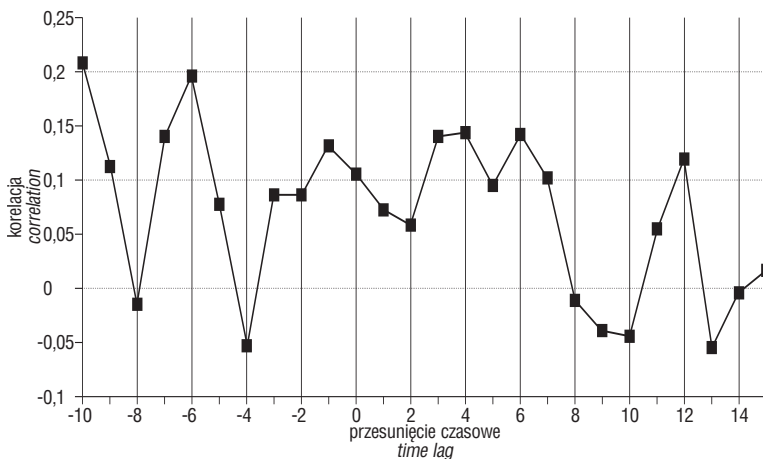
τ — wyznaczone z funkcji korelacji przesunięcie między zmiennymi.

Energia maksymalna, a uogólnione wymiary $D_2, D_{20}, D_2 - D_{20}$ rozkładu epicentrów. Jako pierwsze zbadano zestawienie maksymalnych energii w kolejnych podgrupach ze zmiennością D_q rozkładu epicentrów. Na ryc. 1 jest widoczny wyraźny podział na trzy skupiska energetyczne. Taka niejednorodność powoduje, że dla żadnego z rozpatrywanych przypadków nie można przyjąć hipotezy o istnieniu zależności pomiędzy zmiennymi (wysoki poziom istotności p). Spróbowano poprawić wyniki analizy



Ryc. 1. Korelacja rozkładu energii maksymalnych, z D_2, D_{20} , i $D_2 - D_{20}$ rozkładu epicentrów

Fig. 1. The correlation of maximal energy distribution with $D_2 - D_{20}$ of epicentre distribution



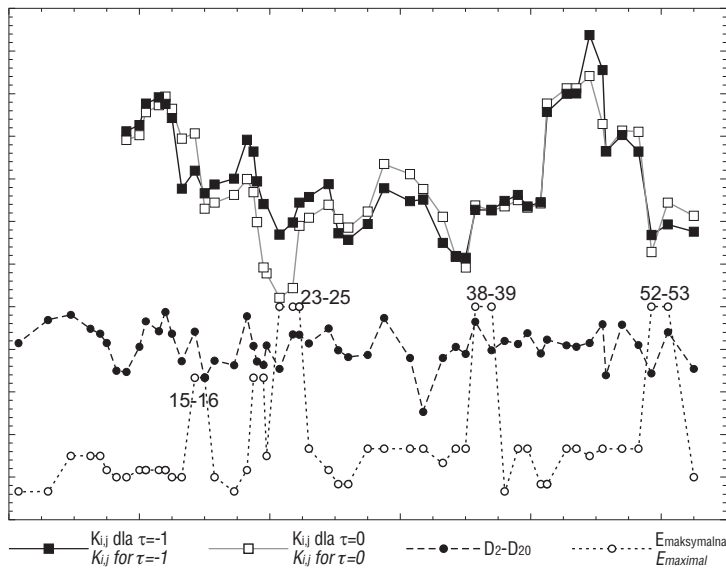
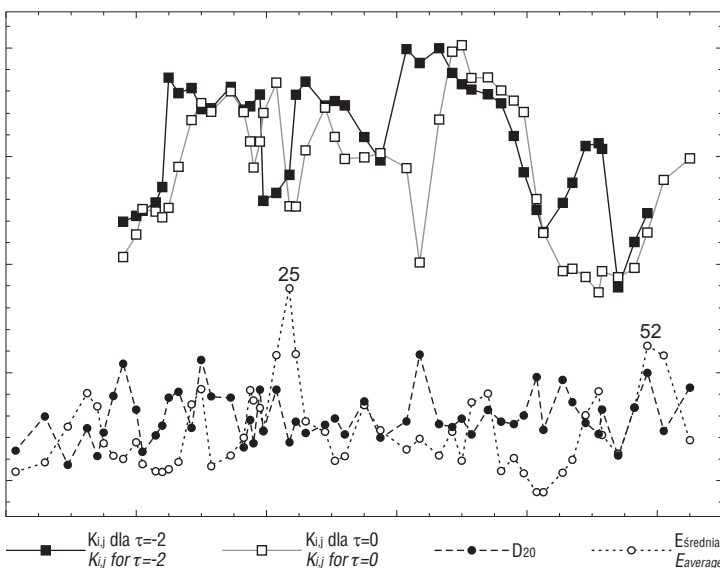
Ryc. 2. Funkcja korelacji rozkładu energii maksymalnych w grupach z $D_2 - D_{20}$ rozkładu epicentrów

Fig. 2. The correlation function of maximal energy of subset distribution with $D_2 - D_{20}$ of epicentre distribution

Tab. 1. Korelacja nieparametryczna pomiędzy rozkładem energii maksymalnych a D_2 , D_{20} i D_2-D_{20} z wydzieleniem jednorodnej grupy

	Liczba danych N	Wspól. Spearmana	Poziom istotności
D_2 (epic) i energ. maks.	29	0,084	0,663
D_{20} (epic) i energ. maks.	29	-0,454	0,013
D_2-D_{20} (epic) i energ. maks.	29	0,403	0,030

nieparametrycznej poprzez wydzielenie z pośród danych największego skupiska — poprzez odrzucenie wstrząsów o energiach powyżej 10^5 J ($E_{\max} \geq 10^5$ J). Wyniki (tab. 1) pozwalają na stwierdzenie istnienia z dużym prawdopodobieństwem zależności pomiędzy D_{20} oraz D_2-D_{20} , a energią maksymalną w podgrupach, dla słabszych wstrząsów. Funkcja korelacji, która została policzona dla wszystkich

**Ryc. 3.** Zmienność w czasie współczynnika korelacji różnicy D_2-D_{20} rozkładu epicentrow z energią maksymalną, dla przesunięć τ : 0 i -1**Fig. 3.** Time changes of D_2-D_{20} correlation coefficients of epicentre distribution with maximal energy, for time lags τ : 0 and -1**Ryc. 4.** Zmienność w czasie współczynnika korelacji D_{20} rozkładu epicentrow z energią średnią, dla przesunięć τ : 0 i -2**Fig. 4.** Time changes of D_{20} correlation coefficients of epicentre distribution with average energy, for time lags τ : 0 and -2

56 grup (ryc. 2) osiąga największą wartość dla przesunięcia $\tau = -6$ (jest to okres ok. 1 miesiąca), co oznacza, że maksymalna energia (f_2 we wzorze [5]) i-tej grupy jest najsilniej skorelowana z D_2-D_{20} rozkładu epicentrow (f_1 we wzorze [5]) dla i-6-tej grupy. Tak duże przesunięcie może jednak prowadzić do błędnych wniosków na

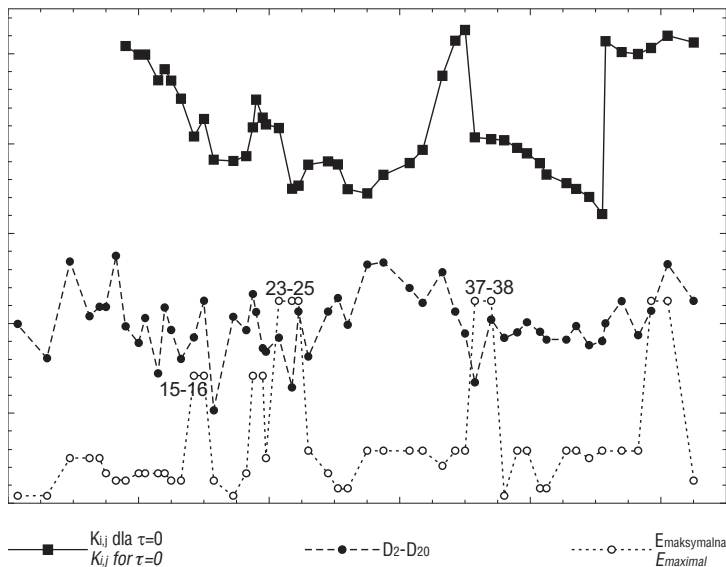
temat predykcji stosunkowo słabych zdarzeń sejsmicznych jakimi są badane wstrząsy. Do dalszej analizy wybrano przesunięcie $\tau = -1$, jako najbliższe zerowemu, a zarazem najwyższe z pośród tych, które mogłyby dać ciekawe rezultaty. Na ryc. 3 jest widoczny spadek wartości współczynnika korelacji $K_{i,j}$ w okresach około trzech tygodni (4÷5 grup) poprzedzających grupy o największych energiach maksymalnych (grupy 23–25, 38–39, 52–53, a także dla „słabszych” 15–16). Zarówno w tym przypadku, jak i we wszystkich następnach wartości krzywych: D_q i maks. energia są przeskalowane w pionie. Wartości funkcji korelacji policzonej dla pary D_{20} — energia maksymalna są bardzo wysokie (rzędu 0,75; 0,86) — co jest zgodne z wielkością p dla danego związku. Charakterystyczny jest duży skok wartości współczynnika korelacji poprzedzający dwie pary grup o największej maksymalnej energii (grupy 38–39 i 52–53). Dla trzeciego przypadku pojawienia się tak wysokich energii (grupy 23–25) skok współczynnika korelacji nie jest już tak wyraźny. Spadek $K_{i,j}$ pomiędzy D_2-D_{20} rozkładu epicentrow, a rozkładem energii oznacza, że: pomimo braku wcześniejszego zróżnicowania energii korelacja spada na skutek zmiany charakteru fraktalnego rozkładu epicentrow. Im gwałtowniej się on zmienia tym wartość korelacji szybciej maleje. Zmienność charakteru fraktalnego rozkładu epicentrow odzwierciedla pojawianie się nowych elementów kształtujących ten rozkład.

Energia średnia, a uogólnione wymiary D_2 , D_{20} , D_2-D_{20} rozkładu epicentrow. Pomimo tego, że punkty tworzą jednorodną grupę, to tak samo jak dla energii maksymalnych wynik korelacji nieparametrycznej odrzuca we wszystkich przypadkach możliwość istnienia zależności pomiędzy zmiennymi. Sprawdzone jednak jak kształtuje się funkcja korelacji dla energii średnich. Przyczyną są ciekawe wyniki dla energii maksymalnych. Dla parametru D_2-D_{20} , na podst. przebiegu funkcji korelacji, $K_{i,j}$ policzono dla $\tau = -2$. Wynikowe krzywe są zbliżone do poprzednich — spadek $K_{i,j}$ jest jednak mniej wyraźny niż w przypadku energii maksymalnych. Dla D_{20} wybrano przesunięcie $\tau = -2$. Dla takiego opóźnienia uwiadcza się (ryc. 4) to samo zjawisko co dla energii maksymalnych — duży skok wartości współczynnika poprzedzający najsilniejsze grupy (25 i 52).

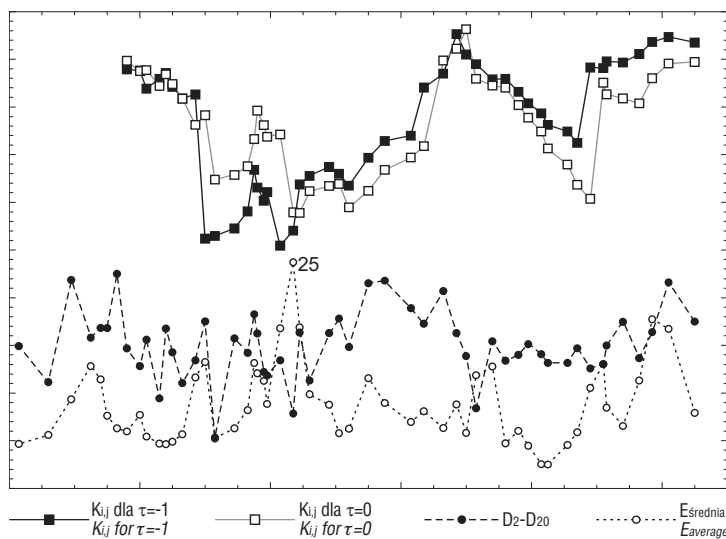
Energia maksymalna, a uogólnione wymiary D_2 , D_{20} , D_2-D_{20} rozkładu energii. Ponownie wybrano największą jednorodną grupę obserwacji. Funkcja korelacji pary: energia maksymalna — D_2-D_{20} przyjmuje znacznie (dwukrotnie) wyższe wartości, niż dla badanego wcześniej rozkładu epicentrow. Dla $\tau = -1$ i 1 wartość korelacji jest mniejsza niż

przy $\tau = 0$, co oznacza, że największej zależności należy się spodziewać przy braku czasowego przesunięcia. Uwagę zwracają duże skoki wartości wsp. korelacji towarzyszące grupom o największych maksymalnych energiach (ryc. 5).

Energia średnia, a uogólnione wymiary D_2 , D_{20} , D_2-D_{20} rozkładu energii. W tym przypadku wartości parametru p są dosyć niskie, a wykluczenie z grupy obserwacji tylko jednej, największej średniej energii ($E > 30000$ J), powoduje dodatkową poprawę. Jedynie w przypadku pary zmiennych: średnia energia — D_{20} wartość p uległa niewielkiemu zwiększeniu. Jest to zrozumiałe z tego powodu, że wymiar D_{20} opisuje najgęstsze sklastrowanie, które często towarzyszy pojawieniu się silnego wstrząsu. Wiedząc już, że pomiędzy kolejnymi badanymi zmiennymi może istnieć związek, do dalszej analizy wybrano przesunięcie $\tau = 1$.



Ryc. 5. Zmienność w czasie współczynnika korelacji różnicy D_2-D_{20} rozkładu energii z energią maksymalną, dla przesunięć τ : 0 i 1
Fig. 5. Time changes of D_2-D_{20} correlation coefficients of energy distribution with maximal energy, for time lags τ : 0



Ryc. 6. Zmienność w czasie współczynnika korelacji różnicy D_2-D_{20} rozkładu energii z energią średnią, dla przesunięcia τ : 0 i 1
Fig. 6. Time changes of D_2-D_{20} correlation coefficients of energy distribution with average energy, for time lags τ : 0 and 1

Energia i-tej grupy (ryc. 6) jest rzeczywiście silniej skorelowana z wielkością D_2-D_{20} i+1 grupy, niż z grupą i-tą. Wyjątek stanowi okres ok. 30 dni poprzedzający grupę o największej średniej energii (gr. 25). Ogólnie jednak przebiegi obu krzywych korelacyjnych są do siebie podobne.

Energia, a uogólnione wymiary D_2 , D_{20} , D_2-D_{20} rozkładu czasowego.

1. Energia maksymalna a D_2 , D_{20} , D_2-D_{20} rozkładu czasów rejestracji.

Charakter przebiegu $D_q(q)$ dla tego rozkładu jest odmienny od pozostałych. Należy jednak zbadać czy istnieje korelacja pomiędzy badanym parametrem, a rozkładem energii. Być może pomimo obciążenia mierzonego D_q faktem, że wiele danych jest stale rosnący (kolejność czasów rejestracji), wyniki korelacji okażą się zgodne z wynikami badań nad rozkładem interwałów między zdarzeniami. Pomimo

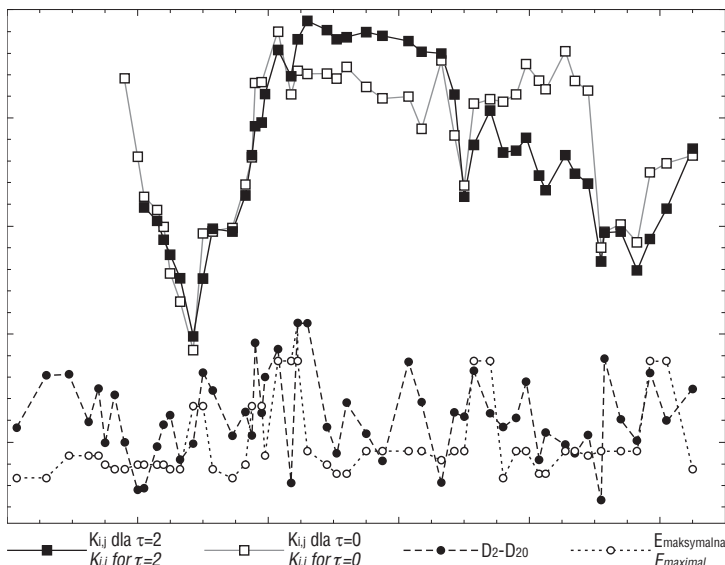
rozgrupowania obserwacji na trzy podgrupy, poziomy istotności w przypadku wymiaru D_{20} oraz D_2-D_{20} są na tyle niskie, że można założyć istnienie zależności między badanymi zmiennymi. Dla wymiaru D_2 poziom p przekracza wartość 0,1, ale w porównaniu z wcześniejszymi zależnościami jest on nadal niski. Jako pierwsza zbadana została para D_2-D_{20} — energia maksymalna (ryc. 7). Wybrano $\tau = 2$. Można stwierdzić, że podgrupy o największych energiach maksymalnych poprzedzone są gwałtownym (choć nie tak dużym jak w przypadku rozkładu epicentrow) spadkiem D_2-D_{20} . Największą wartość (dla D_{20}), w otoczeniu zerowego przesunięcia osiąga funkcja dla $\tau = 4$. Wartość ta jest o tyle kłopotliwa, że nie wiadomo czy przyjęcie tak dużego przesunięcia nie spowoduje wyciągnięcia „sztucznych” wniosków. Dla D_{20} zdecydowano się jednak na takie przesunięcie — decyzja ta jest rezultatem wyników korelacji nieparametrycznej. Współczynniki korelacji dla $\tau = 4$ tworzą bardziej wygładzoną krzywą niż dla $\tau = 0$. Nie jest to jednak pożądany efekt. Dzięki temu wygładzeniu zginęły bowiem charakterystyczne skokowe zmiany wartości współczynników dla „mocniejszych” grup.

2. Energia średnia, a D_2 , D_{20} , D_2-D_{20} rozkładu czasów rejestracji.

Ponownie uzyskane wyniki są zadowalające — w dwóch na trzy badane przypadki można przyjąć istnienie zależności pomiędzy zmiennymi ($p < 0,05$). Natomiast wartości funkcji korelacyjnej są niskie. To, że dla $\tau = 2$, wartości współczynników korelacji są najwyższe oznacza, że najsilniejszy związek istnieje dla różnicy D_2-D_{20} i-tej grupy z energią średnią i-2-giej grupy. Jeżeli zaistniałaby więc nawet jakaś ciekawa prawidłowość to byłaby to dla nas i tak informacja bezużyteczna (wymiar D_q można tu obliczyć dopiero po zaistnieniu interesującego nas wstrząsu).

3. Energia maksymalna, a D_2 , D_{20} , D_2-D_{20} rozkładu interwałowego.

Wyniki korelacji nieparametrycznej odrzucają możliwość istnienia zależności pomiędzy badanymi zmiennymi, a wycięcie zdarzeń o największych maksymalnych energiach poprawiło wyniki w bardzo niewielkim, niezadowalającym stopniu. Obliczanie D_q dla rozkładu interwałowego nie przynosi więc korzyści, a przy tym jest bardziej pracochłonne.



Ryc. 7. Zmienność w czasie współczynnika korelacji różnicy D_2-D_{20} rozkładu czasów rejestracji z energią maksymalną, dla przesunięć τ : 0 i 2
 Fig. 7. Time changes of D_2-D_{20} correlation coefficients of recording time distribution with maximal energy, for time lags τ : 0 and 2

4. Energia średnia, a D_2 , D_{20} , D_2-D_{20} rozkładu interwałowego.

Także dla energii średnich nie można przyjąć hipotezy o istnieniu zależności, nawet po usunięciu „odstającego” od reszty zdarzenia. Na uwagę zasługuje jedynie fakt, że dla podgrup o dużych energiach średnich występuje skokowe obniżenie wartości współczynnika korelacji dla przesunięcia czasowego $\tau = 2$.

Wnioski

Na podstawie nieparametrycznej korelacji za pomocą współczynników Spearmana można stwierdzić, że największe prawdopodobieństwo istnienia związku między zmiennością energii, a wymiarem fraktalnym istnieje w przypadku zależności pomiędzy energiami maksymalnymi, a wymiarami D_2 , D_{20} , D_2-D_{20} rozkładu epicentrow, (po oddzieleniu 10 zdarzeń o największych energiach). Co więcej dalsze wyniki badań w tym przypadku są bardzo ciekawe. Dla trzech najsilniejszych maksymalnych energii (para D_2-D_{20} rozkładu epicentrow — energia maksymalna) zaobserwować można duży spadek wartości współczynnika korelacji K_{ij} , obejmujący okres średnio ok. 1 miesiąca poprzedzającego wstrząs. W dalszym ciągu badań należałoby więc sprawdzić, czy powyższa zależność powtarza się dla innych katalogów kopalnianych. Można natomiast ograniczyć obliczenia do przypadku energii maksymal-

nych — rozkład energii średnich nie wprowadza w tym przypadku dodatkowych informacji.

Energie średnie można natomiast wykorzystać dla korelacji z wymiarem D_{20} . Właśnie dla takiej pary zmiennych otrzymano podobne wyniki jak powyżej, skróceniu uległ natomiast okres spadku — z 6 do 2 grup. Być może parametr ten okaże się przy dalszych bardziej szczegółowych badaniach prekursorem okresów aktywności o zwiększonej energii średniej.

Stanowczo najmniej interesujące są rezultaty analizy zestawień poszczególnych wymiarów rozkładu czasowego z rozkładem energii, zarówno maksymalnych, jak i średnich. Już korelacja nieparametryczna odrzuca, z dużym prawdopodobieństwem, istnienie związku pomiędzy tymi zmiennymi. Dalsza analiza także nie pozwala na wysunięcie jakichkolwiek wniosków.

Wyniki powyższego opracowania pozwalają stwierdzić, że opis sejsmiczności wywołanej działalnością górniczą, wykonany przy użyciu statystyki fraktalnej może przynieść dobre wyniki, a estymowane wymiary fraktalne mogą służyć krótkoterminowej predykcji aktywności sejsmicznej.

Należy jednak przeprowadzić dalsze badania aby stwierdzić, czy wnioski, które zostały wysunięte dla ściany 532 kopalni „Katowice” mogą być stosowane także dla innych kopalni.

Literatura

- COSENTINO P., DE LUCA L., LASOCKI S. & LUZIO D. 1997 — Evaluation of fractal dimension estimates: Quantitative differentiation of seismicity clusters. *Rockburst and Seismicity in Mines*. Gibowicz & Lasocki Balkema, Rotterdam: 49–53.
- GRASSBERGER P. & PROCACCIA I. 1983 — Measuring the Strangeness of Strange Attractors. *Physica D* 9: 189.
- HENSTCHEL H.G.E. & PROCACCIA I. 1983 — The Infinite Number of Generalized Dimensions of Fractals and Strange Attractors. *Physica D* 8: 435.
- MARCAK H. 1994 — Zastosowanie wielofraktalnej, pasmowej analizy do badania struktury zbiorów sejsmicznych wywołanych eksploatacją górniczą. *Symp. Nauk.-Techn.: Tapania'94 — Rozwiązania inżynierskie w problematyce tapani*. Ustroń: 103–114.
- MORTIMER Z. & LASOCKI S. 1996 — Variations of the fractal dimension of epicentre distribution in the mining-induced seismicity. *Acta Montana, Ser. A*, 9: 73–81.
- MORTIMER Z. & MARCHEWKA A. 1996 — Zastosowanie statystyki fraktalnej w opisie sejsmiczności indukowanej. *Geologia*, 22: 159–165.
- OTT E. 1997 — *Chaos w układach dynamicznych*. Wyd. Nauk.-Techn.
- PEITGEN H. O., JURGENS H. & SAUPE D. 1996 — *Fraktale — granice chaosu*. PWN.
- TEPER L. & IDZIAK A. 1995 — On fractal geometry in fault systems of the Upper Silesian Coal Basin. *Mechanics of Jointed and Faulted Rock*. Rossmannith Balkema, Rotterdam.