

Henry Darcy i prawo filtracji (w dwusetną rocznicę urodzin)

Marek Marciniak*

10 lipca 1803 r. w Dijon we francuskiej Burgundii, urodził się Henry Philibert Gaspard Darcy (ryc. 1). Jego ojciec Jacques Lazare Gaspard był urzędnikiem cywilnym i pracował jako poborca podatkowy. Niestety zmarł wcześnie, bo w roku 1817, kiedy Henry miał zaledwie 14 lat. Matka Agathe Angelique Serdet była kobietą wielkiego serca, która zapewniła synom staranne wykształcenie, pomimo ogromnych trudności finansowych, z którymi musiała się borykać. Henry miał jednego młodszego brata Huguesa.

Żywoć Darcy'ego przypadł na lata burzliwe w dziejach Francji i często jego losy osobiste spletały się z wydarzeniami historycznymi. W 1815 roku odrodziła się monarchia francuska po klęsce Napoleona pod Waterloo.

Studia w L'Ecole Polytechnique w Paryżu Darcy rozpoczął w roku 1821. Dwa lata później został przyjęty do L'Ecole des Ponts et Chaussées (Szkoły Mostów i Dróg) w Paryżu, która była częścią Imperial Corps des Ponts et Chaussées (Cesarskiego Korpusu Mostów i Dróg). Darcy pracował dla Korpusu przez resztę swojego życia. W 1826 roku ukończył studia uzyskując stopień inżyniera cywilnego i został przydzielony do korpusu w Departamencie Jury. Na specjalną prośbę prefekta Departamentu Côte d'Or został przeniesiony do Dijon i przydzielony do opracowania wstępnego studium wykonalności projektu publicznych wodociągów autorstwa Huguesa Sambina, XVI-wiecznego architekta Dijon.

W 1828 r. Henry ożenił się z Henriette Carey, rodowitą Angielką, której rodzina mieszkała w Dijon. Małżonkowie Darcy nie mieli potomstwa.

W następnych latach Darcy pracował nad założeniami do projektu wodociągów miejskich w Dijon. W roku 1828 został przydzielony do nadzorowania głębokich wierceń w celu poszukiwania wody, lecz wydajność studni okazała się niewystarczająca dla zaopatrzenia miasta wodę. Wkrótce po tym rozczarowaniu studniami z inicjatywy Darcy'ego przystąpiono do zaprojektowania zasilania miasta w czystą wodę ze źródeł wód powierzchniowych. W 1834 r. Darcy opublikował *Rapport A M. le Maire et au Conseil Municipal de Dijon sur les Moyens de Fournir L'Eau Necessaire a Cette Ville* (Sprawozdanie dla Burmistrza i Rady Miejskiej miasta Dijon dotyczące niezbędnych kosztów budowy wodociągów w tym mieście). Jego plan budowy wodociągu w Dijon został zaaprobowany przez Radę Miejską w dniu 5 marca 1835 r., natomiast 31 marca 1837 r. plan ten został uznany za projekt użyteczności publicznej. W lipcu 1838 r. zawarto kontrakt na realizację wodociągów w Dijon. Prace rozpoczęły się w roku następnym, a pierwsze dostarczenie wody do Dijon nastąpiło w 18 miesięcy później. Nad problemem dystrybucji wody w Dijon Darcy pracował jeszcze przez wiele lat. Ten wysiłek ostatecznie zaowocował systemem, który dostarczał 8 m³ na minutę ze źródeł w Rosoir poprzez 12,7 km zakrytych akweduktów, przesyłających wodę do zbiorników zlokalizowanych przy Porte Guillaume oraz do zbiorników w Montmusard o łącznej objętości 5700 m³. Ciśnieniowa sieć dystrybucji o

długości całkowitej 28 000 m była położona w podziemnych galeriach i dostarczała wodę do ważnych budynków oraz 142 publicznych, ulicznych hydrantów położonych w odległościach 100 m od siebie na terenie całego miasta. Pozostała część systemu dystrybucji wody działała grawitacyjnie w ten sposób, że nie wymagała pomp, ani filtrów. Darcy realizował ten projekt razem z licznymi cywilnymi zakładami pracy w rejonie Dijon. Działał także bardzo aktywnie w zarządzie miasta Dijon. W maju 1840 r. Darcy został mianowany głównym inżynierem w Departamencie Côte d'Or. W uznaniu zasług przy budowie wodociągów w Dijon Henry Darcy został odznaczony Legią Honorową (31.08.1842) po rekomendacji prefekta Côte d'Or oraz ministra spraw wewnętrznych Francji. Pod koniec 1844 r. budowa wodociągów w Dijon zastała zasadniczo ukończona. Rada Miejska Dijon postanowiła zapewnić Darcy'emu dożywotnio darmowe zaopatrzenie w wodę.

Pierwsze wzmianki o zaburzeniach nerwowych u Darcy'ego pojawiły się w 1842 roku. Cierpiał on na przewlekłe powikłania po zapaleniu opon mózgowych.

Kryzys gospodarczy we Francji w latach 1846–1847 i niepokoje społeczne doprowadziły do rewolucji lutowej 1848 r. 20 grudnia burzliwego 1848 r. utworzono w Paryżu Drugą Republikę. Ludwik Napoleon Bonaparte, po czterech latach konstytucyjnej prezydentury, proklamował Drugie Cesarstwo i mianował samego siebie cesarzem Napoleonem III.

Darcy, z przyczyn politycznych, został zmuszony do opuszczenia Dijon. Podczas rewolucji 1848 r. pracował przez krótki czas w Bourges na Kanale Berry. Był doradcą wodociągów miejskich w Brukseli, za co otrzymał Order Leopolda. W kwietniu 1850 r. Darcy pojechał do Londynu, aby nadzorować wykonanie nawierzchni ulic. Po ukończeniu tych prac wrócił do Paryża, gdzie został powołany na



Ryc. 1. Henry Darcy (1803–1858)

*Instytut Geografii Fizycznej i Kształtowania Środowiska Przyrodniczego, Uniwersytet im. A. Mickiewicza, ul. Fredry 10, 61-701 Poznań; mmarc@amu.edu.pl

stanowisko Inspektora Generalnego Mostów i Dróg (*Inspecteur Général des Ponts et Chaussées*).

Kłopoty ze zdrowiem coraz bardziej dokuczały Darcy'emu. Podczas konferencji naukowej w Paryżu w 1853 r. Darcy stracił przytomność. W 1855 r. zdecydował się na powrót do Dijon, gdzie prowadził przygotowania do badań eksperymentalnych na kolumnach filtracyjnych z piaskiem. Pierwszą sesję badań Darcy wykonał osobiście w dniach 29 i 30 października oraz 2 listopada 1855 roku. Ze względu na pogłębiający się rozstrój nerwowy Darcy był zmuszony, w grudniu 1855 r., do złożenia wniosku o zwolnienie z planowych obowiązków. Kontynuował jednak badania naukowe. Druga sesja została przeprowadzona w dniach 17 i 18 lutego 1856 r. pod nadzorem inż. M. Rittera.

Wyniki swoich prac związanych z budową systemu wodociągowego dla miasta Dijon opublikował Darcy w 1856 r. W wydawnictwie Victora Dalmonta w Paryżu ukazała się duża, prawie 650 stronicowa monografia *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon* (Fontanny publiczne w mieście Dijon). W słynnym *Appendice. Note D. — Filtrage* (Dodatek. Znak D. — Filtracja) na stronach 559–603 Darcy zamieścił wyniki swoich badań kolumnowych nad filtracją wody przez próbki piasku. Właśnie tam Darcy sformułował prawo filtracji wody przez ośrodek porowaty. Uzupełnieniem dzieła Darcy'ego był atlas zawierający 28 plansz z przepięknie wykonanymi rycinami. Na planszy 24 znajduje się figura 3 zatytułowana *Aparat zaprojektowany do wyznaczenia prawa przepływu wody przez piasek* (ryc. 2).

Darcy prowadził także badania naukowe z zakresu hydrauliki. Jego asystentem był Henry Emil Bazin (1829–1917). Razem przeprowadzili szereg doświadczeń z zakresu hydrauliki przepływu w kanałach otwartych. W tamtym czasie były to najdokładniejsze badania laboratoryjne w tej dziedzinie. Szczególnym osiągnięciem była udoskonalona przez Darcy'ego rurka Pitota, bardzo podobna do modeli stosowanych obecnie.

W 1857 r. Darcy opublikował *Recherches Experimentales Relatives au Mouvement de l'eau Dans les Tuyaux* (Badania eksperymentalne dotyczące ruchu wody w rurach). Przedstawił tam wyniki swoich badań dotyczących oporów hydraulicznych występujących podczas przepływu wody w rurach. Publikacja ta dostarczyła podstaw teoretycznych do uznania równania Darcy-Weisbacha pomimo, że Weisbach opublikował swoje równanie wcześniej, bo w 1845 r. W tym samym roku Darcy został wybrany do Francuskiej Akademii Nauk i otrzymał miejsce, które przed nim zajmował Augustin Louis Cauchy (1789–1857).

Pod koniec roku 1857 Darcy zachorował na zapalenie płuc. Henry Darcy zmarł niespodziewanie dnia 2 stycznia 1858 r. w drodze do Paryża w wieku 54 lat. Jego ciało zostało przywieziono koleją do Dijon, gdzie odbył się uroczysty pogrzeb. Po śmierci wybitnego uczonego i inżyniera mieszkańcy Dijon przemianowali dawny Plac Château d'Eau (Pałacu Wodnego) na Plac Darcy'ego. Żona Darcy'ego Henrietta zmarła w 1875 roku i została pochowana obok męża.

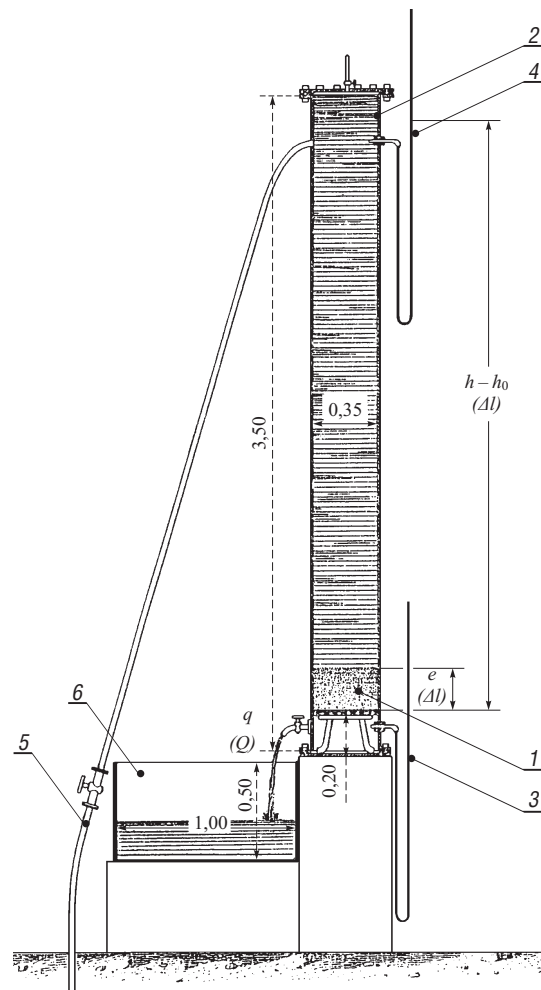
Siedem lat po śmierci Darcy'ego, w 1865 r., Bazin opublikował *Recherches Hydrauliques* (Badania hydrauliczne), jako wspólne dzieło Darcy i Bazina. Praca ta zawiera wyniki oryginalnych badań eksperymentalnych przepływu w kanałach otwartych, zaprojektowanych z pomocą Darcy'ego. W tym samym roku Arsene Jules Emile Juvenal Dupuit (1804–1866) opublikował *Traité Thé-*

orique et Pratique de la Conduite et de la Distribution des Eaux (Rozważania teoretyczne i kontrola praktyczna dystrybucji wody). Dupuit użył w tym traktacie prawa Darcy'ego do rozwiązania ustalonego, radialnego dopływu wody do pompowanej studni. Jest to pierwsze znane zastosowanie prawa Darcy'ego do rozwiązania zagadnienia przepływu wód podziemnych (Biswas, 1978; Brown, 1999).

Doświadczenie Darcy'ego

Henry Darcy przeprowadził jako pierwszy badania laboratoryjne filtracji wody przez złożę piasku. W tym celu skonstruował on urządzenie, zwane w literaturze hydrogeologicznej aparatem Darcy'ego. Schemat konstrukcyjny tego aparatu pokazano na ryc. 2.

Głównym elementem aparatu Darcy'ego była kolumna filtracyjna (2) wykonana z rury stalowej o średnicy 0,35 m i wysokości 3,50 m. Kolumna filtracyjna została szczelnie zamknięta pokrywami kołnierzowymi z obu stron. W dolnej części kolumny filtracyjnej, na wysokości 0,20 m od dna, umieszczono ruszt podtrzymujący sito, na którym sypano badane próbki piasków (1). W dolnej części kolumny, poniżej sita zamontowano dwa króćce: do manometru rtęciowego (3) oraz do spustu wody do skrzyni pomiarowej (6). W górnej części kolumny, powyżej badanej próbki piasku, również zamontowano dwa króćce: do manometru rtę-



Ryc. 2. Aparat Darcy'ego (Darcy, 1856 z objaśnieniami autora, wymiary w [m]); 1 — badana próbka piasku, 2 — kolumna filtracyjna, 3 — manometr dolny, 4 — manometr górny, 5 — doprowadzenie wody, 6 — skrzynia pomiarowa

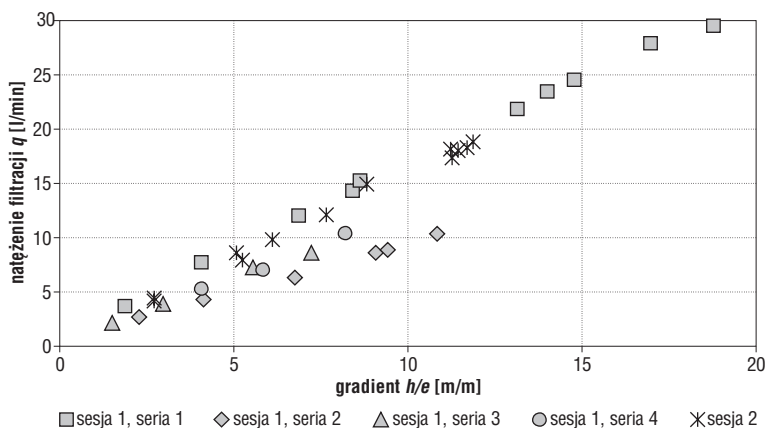
ciowego (4) oraz do doprowadzenia wody (5). Ponadto na obu krańcach kolumny zamontowano krany odpowietrzające.

Podczas pierwszej sesji eksperymentów (jesień 1855) Darcy wykonał cztery serie pomiarów dla piasków o różnej granulacji i o różnych grubościach e badanej próbki piasku: 0,58 m, 1,14 m, 1,71 m oraz 1,70 m. Zwiększając dopływ wody do komory górnej wymuszał on ciśnienia piezometryczne h w zakresie od 1,11 m do 12,93 m. Gradient hydrauliczny zmieniał się w zakresie od 1,91 aż do 18,78, w zależności od ciśnienia i grubości próbki. Natężenie przepływu wody Q przez badaną próbkę piasku mierzone w skrzyni pomiarowej poprzez pomiar przyrostu objętości wody i czasu. Analizując uzyskane wyniki Darcy zauważył, że dla danej próbki piasku iloraz natężenia przepływu wody przez piasek do ciśnienia wymuszającego ten przepływ jest w przybliżeniu stały. Prawo przepływu wody przez piasek Darcy sformułował następująco: *dla piasku o tych samych właściwościach można przyjąć, że natężenie objętości wody jest proporcjonalne do obciążenia (ciśnienia) i w odwrotny sposób do grubości przechodzonej warstwy.*

Drugą sesję doświadczeń (zima 1856 r.) nadzorował inżynier M. Ritter. Celem drugiej sesji było sprawdzenie w jakim zakresie ciśnień obowiązuje prawo filtracji wody przez piasek. Tym razem próbka piasku miała grubość 1,10 m, a ciśnienia zmieniano powyżej próbki piasku (od 2,98 m do 12,88 m) oraz poniżej próbki piasku (od -3,60 m do +9,88 m). Dawało to zakres różnicy ciśnień wywołujących filtrację od 2,98 m do 13,08 m), co odpowiadało zmienności gradientów od 2,71 do 11,89. Także w drugiej sesji doświadczeń iloraz natężenia przepływu wody przez piasek do ciśnienia wymuszającego ten przepływ był w przybliżeniu stały, co potwierdziło słuszność sformułowanego prawa. Na ryc. 3 zestawiono wyniki badań kolumnowych przeprowadzonych przez Darcy'ego na przełomie lat 1855/1856. Darcy przyjął następujące oznaczenia:

- e — grubość badanej próbki piasku,
- s — powierzchnia,
- h — ciśnienie wody nad próbką piasku,
- h_0 — ciśnienie wody pod próbką piasku,
- k — współczynnik zależny od przepuszczalności próbki,
- q — natężenie filtracji. Matematyczny zapis prawa Darcy'ego w wersji oryginalnej przedstawiał się następująco:

$$q = k \frac{s}{e} [(h + e) \pm h_0] \quad \text{co redukuje się do}$$



Ryc. 3. Wyniki badań Henry Darcy'ego (na podstawie Darcy'ego, 1856; Browna, 1999)

$$q = k \frac{s}{e} (h + e) \quad \text{gdy } h_0 = 0 \quad [1]$$

Zgodnie z oznaczeniami przyjmowanymi zwyczajowo we współczesnej literaturze hydrogeologicznej, prawo Darcy'ego należałoby zapisać:

$$Q = kF \frac{h}{l} \quad [2]$$

gdzie:

- Q — natężenie przepływu wody [m^3/s],
- k — współczynnik filtracji [m/s],
- F — powierzchnia filtracji [m^2],
- Δh — przyrost ciśnienia piezometrycznego [m],
- Δl — droga filtracji [m].

Z powodu szczelnego zamknięcia kolumny filtracyjnej skonstruowanej przez Darcy'ego konieczne okazało się precyzyjne ustawianie kranu na dopływie wody, tak, ażeby uzyskać chwiejną równowagę pomiędzy natężeniem strumienia wody zasilającej kolumnę i wody filtrującej przez próbkę piasku. Skutkiem tej chwiejności równowagi były wahania ciśnienia piezometrycznego w manometrze górnym, o czym zresztą Darcy pisze w uwagach zamieszczonych w tabelach z wynikami pomiarów. Oscylacje manometru były tym większe, im wyższe ciśnienie panowało w kolumnie filtracyjnej. Powodowało to przybliżoną zgodność ilorazów natężenia przepływu wody przez piasek do ciśnienia wymuszającego ten przepływ. Pomimo tych trudności obserwacje Darcy'ego okazały się trafne, a sformułowane przez niego prawo przetrwało wiele krytyk i zastrzeżeń, o których pisał Kleczkowski (1980).

Osobnym problemem jest zakres stosowalności prawa Darcy'ego. Trzeba w tym miejscu zauważyć, że Darcy prowadził doświadczenia na potrzeby filtracji wody pod dużymi ciśnieniami (na filtrach pośpiesznych). Gradient hydrauliczny zmieniał się w zakresie od 1,50 do 18,78, a więc był o dwa do czterech rzędów wielkości wyższy od naturalnych gradientów występujących w warstwach wodonośnych. Na podstawie analizy literaturowej można chyba zaryzykować twierdzenie, że zagadnienie zakresu stosowalności prawa Darcy'ego, w możliwie szerokim zakresie od utworów przepuszczalnych, aż do utworów półprzepuszczalnych, ciągle czeka na swoją weryfikację doświadczalną.

Rozwój prawa Darcy'ego

Prawo Darcy'ego po raz pierwszy zastosował Dupuit, dla wyprowadzenia równania na dopływ wody do studni. Zapisując prawo Darcy'ego [2] w cylindrycznym układzie współrzędnych uzyskuje się wyrażenie na dopływ wody do studni, dla warstwy wodonośnej o zwierciadle napiętym i ustalonych warunkach filtracji:

$$Q = -2\pi r m k \frac{dh}{dr} \quad [3]$$

gdzie:

- m — miąższość warstwy wodonośnej [m],
- r — odległość od studni [m].

We współczesnych opracowaniach z zakresu hydrogeologii teoretycznej prawo Darcy'ego zapisuje się najczęściej w postaci:

$$v = -k \frac{dh}{dl} \quad [4]$$

którą łatwo można uzyskać dzieląc wyrażenie [2] przez powierzchnię F . Taki zapis prawa Darcy'ego dotyczy filtracji jednokierunkowej, gdzie współrzędną przestrzenną jest l . Przechodząc do analizy przestrzennej procesu filtracji w układzie współrzędnych kartezjańskich uzyskuje się:

$$v = -k \text{ grad } h \quad [5]$$

gdzie:

$$\text{grad} = \overset{\rightarrow}{1}_x \frac{\partial}{\partial x} + \overset{\rightarrow}{1}_y \frac{\partial}{\partial y} + \overset{\rightarrow}{1}_z \frac{\partial}{\partial z}, \text{ natomiast } \overset{\rightarrow}{1}_x, \overset{\rightarrow}{1}_y, \overset{\rightarrow}{1}_z$$

są wersorami kierunkowymi osi kartezjańskiego układu współrzędnych.

W przedstawionych wyżej rozważaniach prawo Darcy'ego dotyczy filtracji wody w nasyconym ośrodku porowatym, czyli w strefie saturacji. Uogólnienie tego prawa na strefę aeracji wyraża równanie Richardsa (Rembeza, 1998):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -K_z(\theta) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} + 1 \right) = -K_z(\theta) \frac{\partial (p / \rho g + z)}{\partial z} \quad [6]$$

gdzie:

θ — wilgotność gruntu [m^3/m^3],

t — czas [s],

$K_z(\theta)$ — współczynnik filtracji strefy aeracji, nieliniowo zależny od wilgotności θ gruntu [m/s],

φ — potencjał hydrauliczny strefy aeracji (potencjał Giryńskiego) [m],

z — współrzędną pionową [m],

p — ciśnienie hydrauliczne [N/m^2],

ρ — gęstość właściwa wody [kg/m^3],

g — przyspieszenie ziemskie [m/s^2].

Potencjał φ zdefiniowany przez Giryńskiego, jako

$$\varphi = \frac{p}{\rho g} + z$$

stanowi uogólnienie pojęcia potencjału hydraulicznego warstwy wodonośnej.

Najbardziej uogólniona postać prawa Darcy'ego wyraża się w zapisie tensorowym (Zijl & Nawalany, 1993):

$$v = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} \text{grad} \varphi = -k \text{grad} \varphi \quad [7]$$

gdzie:

k — trójwymiarowy tensor współczynnika filtracji [m/s].

Równanie [7] jest równoważne układowi równań:

$$q_x = -k_{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - k_{xy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - k_{xz} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad [7a]$$

$$q_y = -k_{yx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - k_{yy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - k_{yz} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad [7b]$$

$$q_z = -k_{zx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - k_{zy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - k_{zz} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad [7c]$$

Prawo Darcy'ego w postaci tensorowej opisuje filtrację wody w anizotropowym ośrodku porowatym.

W przypadku, gdy płyn filtrujący przez ośrodek porowaty nie jest wodą współczynnik filtracji ośrodka zależy od przepuszczalności samego ośrodka, ciężaru właściwego płynu oraz od lepkości dynamicznej płynu:

$$k = k_p \frac{\gamma}{\mu} = k_p \frac{\rho g}{\mu} = k_p \frac{g}{\nu} \quad [8]$$

gdzie:

k_p — współczynnik przepuszczalności ośrodka [m^2],

γ — ciężar właściwy płynu filtrującego przez ośrodek [N/m^3],

μ — współczynnik lepkości dynamicznej płynu [$\text{N s}/\text{m}^2$],

ρ — gęstość właściwa płynu [kg/m^3],

ν — współczynnik lepkości kinematycznej płynu [m^2/s].

Jednostką współczynnika przepuszczalności k_p w układzie SI jest [m^2]. W stosowanym dawniej układzie CGS jednostką przepuszczalności był darcy [D]. Obecnie darcy jest jednostką przepuszczalności ośrodków skalnych stosowaną w hydrodynamice naftowej. 1 [D] oznacza przepuszczalność skały, przez którą płyn mający lepkość 1 centypuaza przemieszcza się z natężeniem 1 cm^3/s przez przekrój 1 cm^2 , pod wpływem gradientu hydraulicznego wynoszącego 1 atm na 1 cm, pod warunkiem, że ruch podlega liniowemu prawu Darcy'ego. W sensie fizycznym oznacza to w przybliżeniu przekrój kapilary o długości 1 cm, która w powyższych warunkach przepuści tę samą ilość płynu co próbka skały o przekroju 1 cm^2 .

Nazwanie miary jednego z najważniejszych parametrów hydrogeologicznych imieniem Henry Darcy'ego trzeba odczytać jako hołd złożony wielkiemu uczonemu przez jego następców. Takie wyróżnienie spotykało najwybitniejszych badaczy i było szczególnym przywilejem praktykowanym zwłaszcza w XVII i XIX wieku. Przed H. Darcy'm takie wyróżnienie spotkało: A. Celsjusza, Lorda Kelvina, I. Newtona, A. M. Ampéra, J. P. Joule, C. A. de Coulomba, A. Volta, G.S. Ohma i niewielu innych.

Literatura

- BISWAS A.K. 1978 — Historia Hydrologii. PWN.
 BROWN G. 1999 — Henry Darcy and his law.
<http://www.biosystem.okstate.edu/darcy/>
 DARCY H. 1856 — Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Dalmont. Paris.
 KLECZKOWSKI A.S. 1980 — W setną rocznicę sformułowania przez O. Smrekera krytycznej oceny fundamentalnego prawa ruchu wód podziemnych Darcy'ego-Dupuita-Thiema. Arch. Hydrotech., 27: 261–274.
 REMBEZA L. 1998 — Przepływ wody i zanieczyszczeń w gruncie. Wyd. Akad. Rol. Poznań.
 ZIJL W. & NAWALANY M. 1993 — Natural Groundwater Flow. Lewis Publishers. Boca Raton–Ann Arbor–London–Tokyo.