

## MODELOWANIE PRZEPŁYWU WÓD GRUNTOWYCH W UJĘCIU OBSZAROWYM

### REGIONAL GROUNDWATER FLOW MODELLING

HENRYK ZARADNY<sup>1</sup>

**Abstrakt.** W pracy omówiono metody postępowania przy modelowaniu filtracji w ujęciu obszarowym, z podkreśleniem szczególnej roli szacowania wartości parametrów, kalibracji i analizy wrażliwości przy tworzeniu modeli prognostycznych. Ponadto przedstawiono przykładowe wyniki symulacji otrzymane za pomocą programu HZPLASKI, opracowanego przez autora. Program ten umożliwia rozwiązywanie zagadnień filtracji obszarowej dla stanów ustalonych, przy wykorzystaniu metody elementów skończonych.

**Słowa kluczowe:** modele filtracji obszarowej, szacowanie parametrów, kalibracja i analiza wrażliwości modelu, program HZPLASKI.

**Abstract.** The paper presents a modelling approach to the two-dimensional groundwater flow in a horizontal plane. Particular attention is paid to the parameter estimation procedure, model calibration and sensitivity analysis. Examples of numerical simulations, performed with the HZPLASKI code developed by the author, are presented. The code was developed in order to solve steady-state groundwater flow in a horizontal plane, using the finite element method.

**Key words:** horizontal groundwater flow, parameter estimation, calibration, sensitivity analysis, HZPLASKI numerical code.

### WSTĘP

Budowa geologiczna jest z natury trójwymiarowa (3D), stąd też również model 3D obszaru ruchu z zasady pozwala na kompletne odwzorowanie natury. Takie możliwości daje na przykład GMS (*Groundwater Modeling System*) opracowany w USA. Sęk w tym, że dane dotyczące budowy geologicznej mają charakter 1D, rzadziej 2D. Stąd też potrzeba stosowania metod interpolacyjnych, aby z informacji 1D/2D przygotować zestaw danych wejściowych do modelu 3D. Jedną z najprostszych jest metoda bazująca na wagach wpływu, w której zakłada się wartości wag odwrotnie proporcjonalne do odległości od punktu pomiarowego IDWM (*inverse distance weighted method*). Taką czy inną procedurę interpolacyjną można wbudować w model 3D. W niektórych przypadkach powinny być uwzględnione jeszcze inne elementy, które mogą mieć wpływ na ruch wody w rozpatrywa-

nych obszarze ruchu, np. przykrycie obszaru ruchu od góry (trawy, drzewa, uprawy rolne, zbiorniki wodne, place utwardzone, ciekі itp). Te elementy mają wpływ na składowe zasilenia infiltracyjnego, składowe drenażowe itp. (m.in. Panday, Huyakorn, 2004).

Zachodzi pytanie, czy wybierając nawet najlepszy model 3D gwarantujemy uzyskanie wiarygodnych wyników obliczeń? Odpowiedź może być tylko jedna: uzyskana wiarygodność może być co najwyżej taka, jaka jest wiarygodność rozpoznania geologicznego, oszacowania parametrów hydraulicznych gruntów oraz doboru metody interpolacyjnej, o której wcześniej była mowa. Należy wziąć pod uwagę wiarygodność rozpoznania hydrogeologicznego. Swego czasu zwróciłem się do znanej i doświadczonej firmy o wykonanie rozpoznania geologicznego dla potrzeb modelowania filtra-

---

<sup>1</sup> Polska Akademia Nauk, Instytut Budownictwa Wodnego, ul. Kościarska 7, 80-328 Gdańsk

cji. Najtańszy, prawie 2,5 razy, był wariant bez stałego nadzoru z naszej strony w trakcie wierceń. Nie przypuszczam, aby obecność naszego pracownika była aż tak uciążliwa dla wiertaczy, że wyceniono ją wyżej niż koszt prac prowadzonych tylko we własnym towarzystwie. Nawet zakładając, że rozpoznanie gruntów w otworze było prawidłowe, to już przejście z danych 1D do 2D nosi znamiona pewnej dowolności, która w dużym stopniu zależna jest od intuicji osoby, która sporządza przekroje geologiczne. Przejście z 2D do 3D tę kwestię jeszcze bardziej komplikuje.

Trudności, jakie towarzyszą modelowaniu 3D, starano się obejść wprowadzając modele quasi-3D (m.in. Cello, Rodriguez, 2002; Batelaan i in., 2003). Przykładem może być MODFLOW. Istotą takich modeli jest założenie, że ruch w płaszczyźnie  $x-y$  odbywa się w warstwie wodonośnej (dobrze przewodzącej dla wody – *aquifer*), natomiast w warstwie słabo przepuszczalnej (*aquitard*) ruch wody odbywa się wyłącznie w kierunku osi  $z$  (w pionie).

Innym przykładem może być model filtracji obszarowej, w którym zakłada się ruch w płaszczyźnie  $x-z$ , przy jedno-

czesnym uwzględnieniu układu gruntów i jego parametrów hydraulicznych w pionie.

Do modelowania ruchu wód podziemnych najbardziej odpowiednie jest zastosowanie metod numerycznych opartych na elementach skończonych (m.in. Narasimhan i in., 1978; Zaradny, Feddes, 1979; Zaradny, Martuszewska, 1986; Zaradny, Stańczyk, 1988; Giao i in., 1999; Beckers, Frind, 2000). Poza innymi zaletami, metoda elementów kończonych (FEM) pozwala w sposób prawie naturalny na odwzorowanie złożonej geometrii obszaru ruchu, układu warstw gruntowych i ich niejednorodności dla przewodzenia wody, jak również na modelowanie pojedynczych studni z uwzględnieniem ich rzeczywistego przekroju lub w postaci „studni punktowej” przy zastosowaniu odpowiednich współczynników korekcyjnych. Istotą wspomnianej korekcji jest transformacja wielkości wydatku rzeczywistej studni do „wydatku” studni punktowej (m.in. Fiszer, 1980).

Celem tej pracy jest zajrzenie do kuchni modelu na tyle głęboko, aby łatwiej zrozumieć i ewentualnie dokonać oceny modeli komercyjnych, szeroko reklamowanych w publikacjach, internecie i różnych materiałach reklamowych.

## PODSTAWOWE RÓWNANIA

Rozpatrzmy obszar, w którym zachodzi ruch wody w układzie dwuwymiarowym  $x, y$  (fig. 1). Od dołu obszar ograniczony jest warstwą nieprzepuszczalną o znanej rzędnej  $z_{sp}$  względem przyjętego poziomu porównawczego  $z_{pp} = 0$ , a od góry zwierciadłem wody gruntowej  $H(x, y) = \frac{p}{\rho} + z$ ,

$p/\rho g = h$  – wysokość ciśnienia,  $z$  – wysokość położenia względem przyjętego poziomu odniesienia,  $\rho$  – gęstość wody,  $g$  – przyspieszenie ziemskie. Przyjmijmy ponadto, że układ gruntów w dowolnym podobszarze ruchu  $R^e$  jest znany i stąd znana jest funkcja przewodnictwa wodnego dla takiego podobszaru  $T(z) = \int_0^z k(z) dz$ , gdzie  $k(z)$  – przewodność hydrauliczna, którą dla  $z \leq z_{sp}$  przyjmuje się równą zero. Dla tak

sformułowanego zagadnienia równanie ruchu wyprowadzone z równania Darcy i równania ciągłości, dla stanu ustalonego przybiera postać:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) = W(x, y) \quad [1]$$

gdzie:

- $T_x, T_y$  – składowe przewodnictwa wodnego w kierunku osi  $x$  i  $y$ , odpowiednio,  $L^2/T$ ,
- $W(x, y)$  – funkcja wydatku źródła lub upustu,  $L/T$ ,
- $L$  oznacza wymiar, np. metr,  $T$  oznacza czas, np. doba.

W metodzie wariacyjnej równaniu [1] odpowiada ekwiwalentny funkcjonał  $I$ , który przy uwzględnieniu występowania warunków brzegowych drugiego rodzaju (warunki Neumanna, tj. zadana wartość przepływu) przybiera postać:

$$I = \frac{1}{2} \iint_R \left[ T_x \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + T_y \left( \frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 + 2 \cdot W \cdot H \right] \cdot dx \cdot dy - \int_S \omega \cdot H \cdot ds \quad [2]$$

gdzie:

- $R$  – powierzchnia rozpatrywanego obszaru,
- $S$  – segment, wzdłuż którego określona jest wartość  $\omega$ ,
- $\omega$  – natężenie zasilania na jednostkę długości,  $L^3/T/L$ .

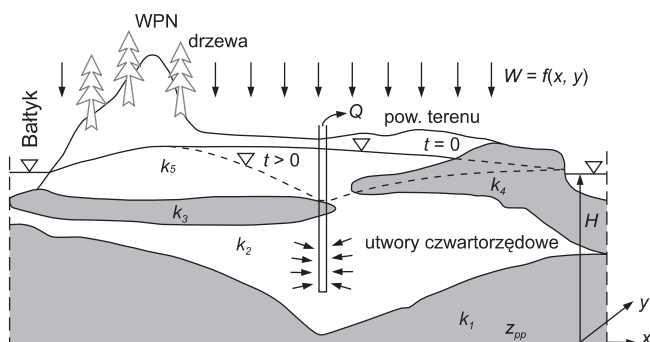


Fig. 1. Schematyzacja warstw w obszarze

Schematization of the layers in the modelled area

Dla rozwiązania tak sformułowanego funkcjonału należy obszar  $R$  podzielić na mniejsze podobzary (elementy)  $R^e$ , w których można założyć pomiędzy węzłami liniową zmienność funkcji  $H$ . Stąd możemy zapisać:

$$I_R = \sum_1^N I_{R^e} \quad [3]$$

gdzie:

- $I$  – funkcjonal dla obszaru  $R$ ,
- $I^e$  – funkcjonal dla podobzaru  $R^e$ ,
- $N$  – liczba podobzarów  $R^e$ .

W pierwszym etapie minimalizujemy funkcjonały  $I^e$ , tj.

$$\frac{\partial I^e}{\partial H^e} = 0, \text{ a stąd z zależności [3] wynika:}$$

$$\frac{\partial I}{\partial H} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial I^e}{\partial H_i} = 0 \quad [4]$$

Dla uproszczenia procesu minimalizacji na drodze numerycznej najczęściej przyjmuje się najprostsze elementy (podobzary  $R^e$ ), a mianowicie trójkąty, z liniową postacią wyrażenia aproksymującego poszukiwaną funkcję  $H$ . Funkcje te można znaleźć w literaturze, m.in. w pracy Zaradnego (1993). W efekcie takich założeń stosunkowo łatwo wylicza się wyrażenia  $\frac{\partial I^e}{\partial H^e}$  dla każdego elementu trójkątnego, a następnie dla całego obszaru  $R = \sum R^e$ , wykorzystując zależność [4]. W efekcie otrzymujemy  $M$  równań, które można zapisać w postaci macierzowej:

$$[A]\{H\} = \{B\} \quad [5]$$

gdzie:

- $M$  – liczba węzłów z poszukiwaną wartością funkcji  $H$ ,
- $[A]$  – macierz w ogólnym przypadku kwadratowa o wymiarze  $M \times M$ ,
- $\{H\}, \{B\}$  – macierze kolumnowe o  $M$  elementach.

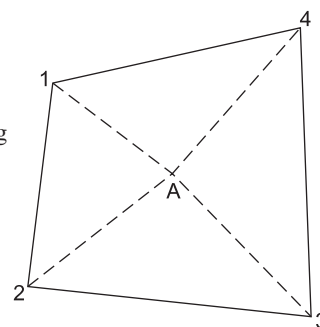
Założmy, że podobzary  $R^e$  będą w kształcie czworokąta, jak na figurze 2, który w dalszym ciągu będziemy traktować jako sumę czterech elementów trójkątnych o wspólnym węźle oznaczonym literą  $A$ , o współrzędnych  $x_A = \frac{1}{4} \sum_1^4 x_1$

oraz  $y_A = \frac{1}{4} \sum_1^4 y_i$ . Korzyści, jakie się osiąga przy takim

przyjęciu, polegają na uproszczeniu danych wejściowych, mniejszego wymiaru tablic, a także redukcji czasu obliczeń. W przypadku gdy funkcjonal  $I$  jest minimalizowany względem węzła  $A$ , wówczas niewiadome  $H$  będą się odnosiły wyłącznie do sąsiednich węzłów 1, 2, 3 i 4 (fig. 2), natomiast wartość  $H_A$  będzie określana za pomocą wyrażenia zawierającego człony  $H_1, H_2, H_3, H_4$ :

**Fig. 2. Element czworokątny zbudowany z czterech trójkątów**

Quadrilateral element consisting of four triangles



[6]

$$H_A = \frac{1}{A_{AA}} [B_A - A_{A1}H_1 - A_{A2}H_2 - A_{A3}H_3 - A_{A4}H_4]$$

gdzie:

$$A_{ij} = \sum_e \iint_{R_e} \left[ T_x \frac{\partial H}{\partial H_j} \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right) + T_y \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial}{\partial H_j} \left( \frac{\partial H}{\partial y} \right) \right] dx dy$$

oraz

[8]

$$B_A = \sum_e \iint_{R_e} W \frac{\partial H}{\partial H_A} dx dy - \int_S \omega \frac{\partial H}{\partial H_A} ds = \sum_e \left( \frac{\omega L_s}{2} - \frac{W \Delta}{3} \right)$$

gdzie:

- $L_s$  – długość boku elementu sąsiadującego z węzłem  $A$ , w którym  $\omega$  jest określone, natomiast  $\Delta$  jest powierzchnią elementu trójkątnego  $e$ .

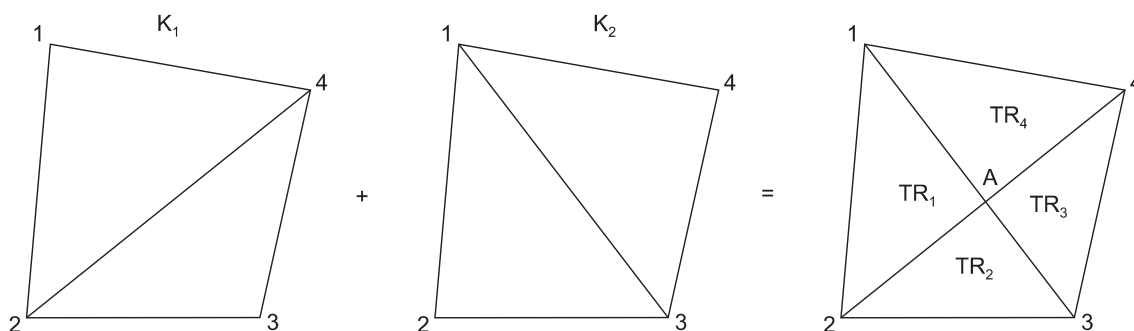
Wyrażenie [6] podstawiamy w następnym kroku do równań [5] kolejno dla węzłów 1, 2, 3 i 4. Dla przykładu dla węzła 1 w wyniku takiego podstawienia (przy założeniu, że węzeł ten ma za sąsiadów wyłącznie węzeł 2 i 4) otrzymamy:

[9]

$$\left( A_{11} - \frac{A_{1A}}{A_{AA}} A_{A1} \right) H_1 + \left( A_{12} - \frac{A_{1A}}{A_{AA}} A_{A2} \right) H_2 - \frac{A_{1A}}{A_{AA}} A_3 H_3 + \left( A_{14} - \frac{A_{1A}}{A_{AA}} A_{A4} \right) H_4 = B_1 - \frac{A_{1A}}{A_{AA}} B_A$$

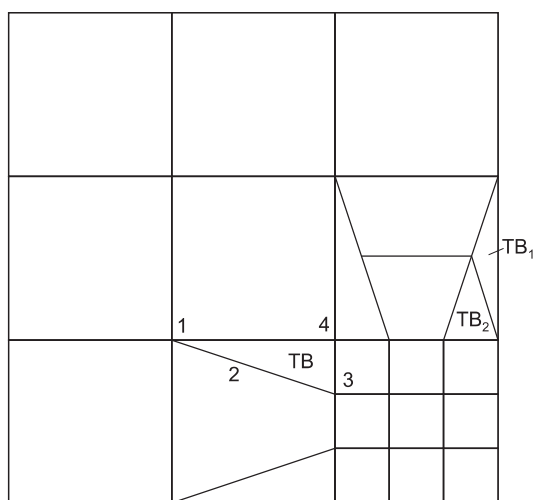
W ten sposób nieznaną potencjał  $H_A$ , dla wszystkich centralnych „węzłów”  $A$  czworokątów, jest eliminowany z wynikowego równania macierzowego [5], tym samym ilość niewiadomych z  $M$  redukuje się do  $M^*$  ( $M^* < M$ ).

Podany powyżej sposób podziału elementu czworokątnego na trójkąty różni się od sposobu zaprezentowanego przez Bear i Verruijt (1987) – figura 3.



**Fig. 3. Podział elementu czworokątnego (o węzłach 1, 2, 3, 4) na cztery elementy trójkątne (TR<sub>1</sub>, TR<sub>2</sub>, TR<sub>3</sub> i TR<sub>4</sub> ze wspólnym węzłem A) wg propozycji Bear i Verruijt (1987)**

Subdivision of a quadrilateral element (defined by nodes 1, 2, 3 and 4) into four triangular elements (TR<sub>1</sub>, TR<sub>2</sub>, TR<sub>3</sub> and TR<sub>4</sub> with common node A) according to the proposition of Bear and Verruijt (1987)



**Fig. 4. Przykład siatki obliczeniowej wg Bear i Verruijt (1987)**

(TB<sub>1</sub> i TB<sub>2</sub> – obliczeniowe elementy trójkątne powstałe z podziału elementu czworokątnego TB o węzłach 1, 2, 3 i 4)

Example of a computational grid (according to Bear and Verruijt, 1987)

TB and TB – triangular elements obtained by subdivision of the quadrilateral element defined by nodes 1, 2, 3 and 4

Tamże elementy trójkątne mają wspólny węzeł A o współrzędnych wynikających z przecięcia przekątnych trójkątów powstałych z pierwszego (K<sub>1</sub>) i drugiego (K<sub>2</sub>) podziału. W tym sposobie mogą pojawić się elementy o powierzchni zerowej, gdy w elemencie czworokątnym jeden z kątów będzie wynosił 180°. Takie elementy pokazano na figurze 4, gdzie przykładowy element czworokątny (np. element TB) po podziale będzie miał dwa trójkąty o powierzchni niezerowej (TB<sub>1</sub> i TB<sub>2</sub>).

Siatka FEM dla elementów jak na figurze 2 nie powoduje pojawienia się elementów o powierzchni zerowej.

Z uwagi na fakt, że przewodność wodna  $T = f(H)$  jest nieliniowa, stąd konieczność stosowania metody iteracyjnej dla osiągnięcia założonej dokładności obliczeń  $\Delta H_i = \left| H_i^{j+1} - H_i^j \right|_{\max} \leq \text{TOL}$ , gdzie:  $H_i^j$  – średnia wartość potencjału w elemencie  $i$  w  $j$ -tej iteracji, TOL – założona dokładność obliczeń.

## PROGRAM KOMPUTEROWY I PRZYKŁADY OBLICZEŃ

Opierając się na przedstawionych założeniach opracowano program HZPLASKI w języku FORTRAN do pracy w środowisku WINDOWS. Program ten był z powodzeniem wykorzystywany do zagadnień praktycznych, m.in. do prognozy wpływu na środowisko przyrodnicze istniejących i potencjalnych ujęć wody podziemnej zlokalizowanych na wyspie Wolin (Zaradny i in., 1986). Wówczas jednak wspomniany program był w wersji DOS.

Wyspa Wolin (fig. 5) o powierzchni 265 km<sup>2</sup> stanowi jeden z najbardziej zróżnicowanych obszarów północno-zachodniej Polski, między innymi z uwagi na różnorodność ty-

pów genetycznych rzeźby. Najwyższe wzniesienia położone są w strefie wolińskiej moreny czołowej, leżącej na północny wschód od Międzyzdrojów w tzw. Paśmie Wolińskim. Wyróżnić tutaj należy wzniesienia Grzywacz (115 m n.p.m.) i Gosań (95 m n.p.m.). Wolińska morena czołowa od strony morza kończy się klifem o wysokości ponad 80 m. Najniższe położone rejony osiągają rzędna ok. -0,5 m n.p.m. i występują w okolicach jezior Wiczo i Koprowo oraz w zasięgu tzw. Obniżenia Kodrąbskiego.

Jezioro Koprowo jest największe (466,4 ha) i obok ośmiu innych jezior rynnowych o łącznej powierzchni 273 ha Poje-



Fig. 5. Wyspa Wolin

Wolin island

zierza Warnowsko-Kołczewskiego oraz jezior Turkusowego (0,09 ha) i Gardno (3,6 ha) ma największy udział w wodach powierzchniowych wyspy. Do tych wód zaliczamy także sieć cieków – Lewińska Struga i Struga Mokrzycka oraz inne drobniejsze, a ponadto sieć melioracyjną (kanały Warnowski, Mokrzycki, Darzowicki i Płociński). Na omawianym obszarze, który bez półwyspów Przytorskigo, Rów i Międzywodzkiego ma powierzchnię ok. 200 km<sup>2</sup>, aż 38% stanowią lasy (77 km<sup>2</sup>), 38% grunty orne z przewagą łąk i pastwisk (19–20%), 24% tereny o wysokim stanie wód gruntowych, tereny podmokłe, ciek i zbiorniki wodne, drogi i zabudowania. Centralną część wyspy zajmuje Woliński Park Narodowy (WPN) o powierzchni 4844 ha, który od wschodu graniczy z lasami państwowymi.

Osady czwartorzędowe są znacznej i zróżnicowanej miąższości. W strefie powierzchniowej przeważają piaski średnio- i drobnoziarniste. Ponadto występują dwa poziomy glin zwałowych przedzielonych poziomem piaszczysto-żwirowym. Zróżnicowanie to spowodowało, że w obliczeniach uwzględniono 51 profili do przewodzenia wody. Kilka z nich zilustrowano na figurze 6.

Obszar ruchu, jaki objęto modelowaniem, miał ok. 200 km<sup>2</sup> (bez półwyspów Przytorskigo, Rów i Międzywodzkiego) i został podzielony na 612 elementów czworokątnych z 667 węzłami. Na figurach 7 i 8 przedstawiono wyniki obliczeń dla dwóch wariantów oddziaływania ujęć wody na poziom zwierciadła wody gruntowej. W pierwszym wariantcie (fig. 7), traktowanym jako wariant „istniejący”, założono, że nie

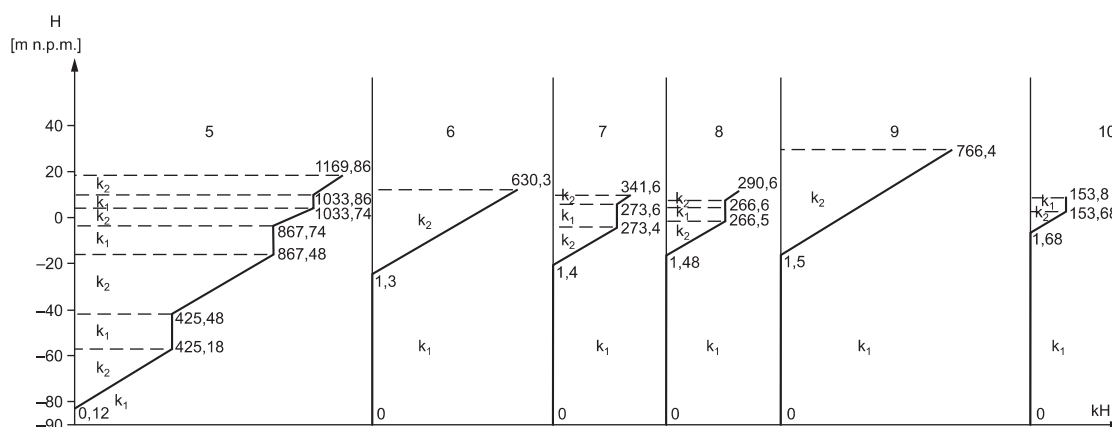


Fig. 6. Przykładowe wykresy przewodności wodnej  $T = f(H)$  dla wybranych profili o numerach 5–10, gdzie:  $k_1 = 0,02$  m/d,  $k_2 = 17,0$  m/d

Sample plots of transmissivity  $T = f(H)$  for selected profiles (numbers 5 to 10), with  $k_1 = 0.02$  m/d and  $k_2 = 17.0$  m/d

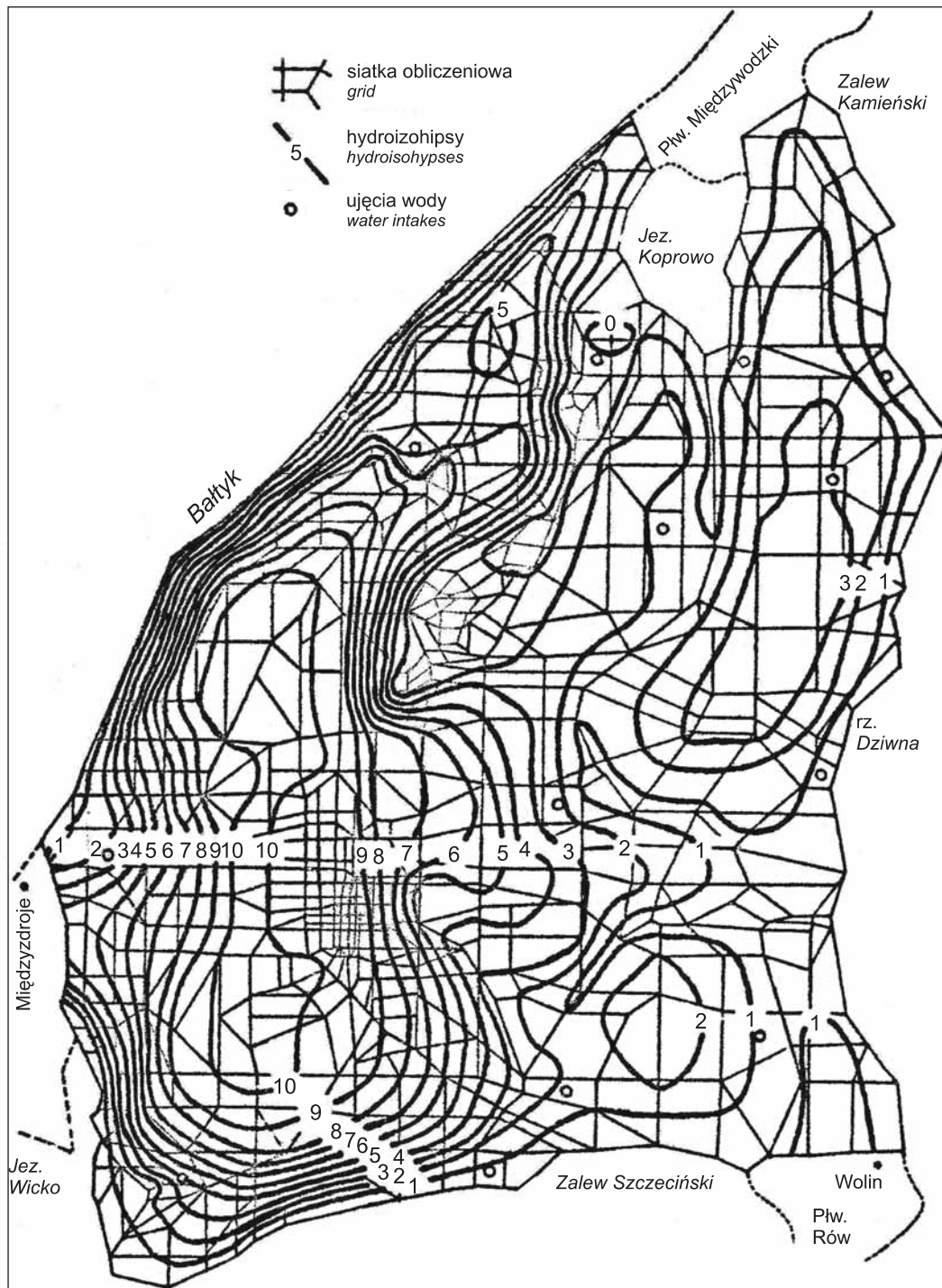


Fig. 7. Obliczone położenie zwierciadła wody dla wariantu 1: nieczynne ujęcia wody w rejonie Kodrąbek–Warnowo i w rejonie Trzciągowa (tzw. stan istniejący)

Computed location of the groundwater table for variant 1: inactive water intakes in Kodrąbek–Warnowo and Trzciągowo areas (current state)

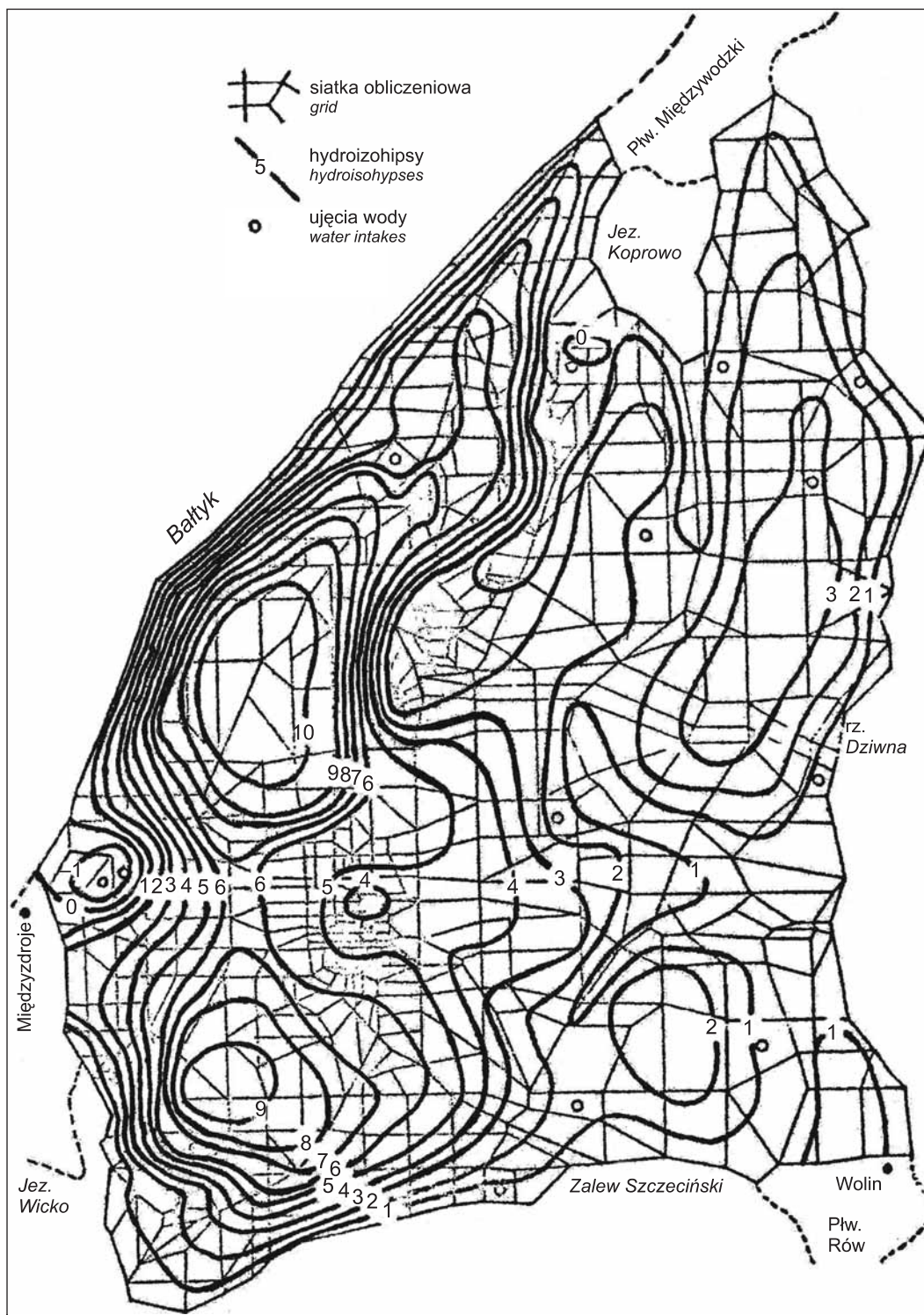


Fig. 8. Obliczone położenie zwierciadła wody dla wariantu 2: ujęcia wody w rejonie Kodrąbek–Warnowo ( $Q = 230 \text{ m}^3/\text{h}$ ) i Trzciągowa ( $Q = 47 \text{ m}^3/\text{h}$ ) oraz w Międzyzdrojach ( $Q = 255 \text{ m}^3/\text{h}$ ) i w Wiselce ( $Q = 85 \text{ m}^3/\text{h}$ )

Computed location of the groundwater table for variant 2: active water intakes in Kodrąbek–Warnowo area (flow rate  $Q = 230 \text{ m}^3/\text{h}$ ) and in Trzciągowa area ( $Q = 47 \text{ m}^3/\text{h}$ ) and increased flow rate of water intakes in Międzyzdroje ( $Q = 255 \text{ m}^3/\text{h}$ ) and in Wiselka ( $Q = 85 \text{ m}^3/\text{h}$ )

są uruchomione ujęcia wody Kodrąbek–Warnowo i ujęcie w rejonie Trzciągowa. Inne ujęcia będą czynne dla obu wariantów, z tym że ujęcie w Międzyzdrojach ma wydajność  $Q = 136 \text{ m}^3/\text{h}$ , natomiast ujęcie Wisielka  $Q = 50 \text{ m}^3/\text{h}$ .

W wariantcie drugim (fig. 8) przyjęto wydajność ujęcia w rejonie Kodrąbek–Warnowo wynoszącą  $Q = 230 \text{ m}^3/\text{h}$ , w rejonie Trzciągowa  $Q = 47 \text{ m}^3/\text{h}$ , przy jednoczesnym zwiększeniu wydajności ujęcia Międzyzdroje do  $255 \text{ m}^3/\text{h}$  i ujęcia Wisielka do  $85 \text{ m}^3/\text{h}$ .

W obu wariantach zasilanie powierzchniowe poszczególnych elementów było identyczne, identyczne były również właściwości gruntów dla przewodzenia wody.

Porównując wyniki obliczeń w obu wariantach, można zauważyć istotne różnice w położeniu zwierciadła wody. Największe zmiany występują za sprawą ujęć Kodrąbek–Warnowo i Międzyzdroje, w centralnej części WPN na linii łączącej oba ujęcia. Charakterystyczne „siedelko”, izolonia  $H = 6 \text{ m}$  n.p.m., może mieć niekorzystny wpływ na stosunki wodne ekosystemu WPN. Zwiększona wydajność ujęcia Międzyzdroje zagraża z kolei intruzją wód słonych z Bałtyku. Wskazują na to izolonia  $H \leq 0 \text{ m}$  n.p.m. w rejonie Międzyzdrojów. Ujęcie Trzciągowo o wydajności  $47 \text{ m}^3/\text{h}$  oraz zwiększona do  $85 \text{ m}^3/\text{h}$  wydajność ujęcia Wisielka nie powinny mieć niekorzystnego wpływu na położenie zwierciadła wód w najbliższym rejonie. Jedynie jez. Wisielka, jako bezodpływowe, może być zagrożone zwiększonym oddziaływaniem wywołanym przez ujęcie Wisielka, co w efekcie może prowadzić do stopniowego zaniku wody w tym jeziorze.

Na figurze 9 przedstawione są wyniki obliczeń dotyczące wpływu działania 7 studni na rozkład całkowitej wysokości

ciśnienia  $H$ . Obszar o wymiarach ok.  $950 \times 610 \text{ m}$  został podzielony na 238 „czworokątnych” podobszarów  $R^e$  z 271 węzłami. Należy tutaj zaznaczyć, że za obszar „czworokątny” uważa się także element trójkątny, w którym na jednym z boków znajdują się 3 węzły. Założono, że warstwa wodonośna jest izotropowa i jednorodna o współczynniku przewodności hydraulicznej  $k = 10 \text{ m/d}$ , stąd  $T(H) = k \cdot (H - z)$ , gdzie  $z$  – rzędna spągu warstwy. Spąg warstwy przepuszczalnej jest funkcją  $x$ , a więc  $z_{sp} = \sqrt{x}$ . Warunki brzegowe określono następująco:

– typu Dirichleta, zadana wartość  $H = f(x)$  na brzegu II–III,  
 $H = 8,0 + 0,08 \cdot x \text{ [m]}$ ,

gdzie:

$x$  – współrzędna w układzie (fig. 9),

– typu Neumanna, zadana wartość  $\omega$  na brzegu:

- $\omega = 0$  dla segmentu brzegu I–II,
- $\omega = 2,0 \text{ m}^3/\text{d} \cdot \text{m}$  dla segmentu brzegu I–IV,
- $\omega = 1,0 \text{ m}^3/\text{d} \cdot \text{m}$  dla segmentu brzegu III–IV.

Ponadto założono, że ciek przepływający przez obszar (pogrubiona linia w kierunku zbliżonym do osi  $y$ ) zasilą wody gruntowe z natężeniem  $\omega = 0,5 \text{ m}^3/\text{d} \cdot \text{m}$ , a ponadto cały obszar zasilany jest przez opady atmosferyczne z natężeniem wynoszącym  $W = 0,003 \text{ m}^3/\text{d} \cdot \text{m}^2 = 3 \text{ mm/d}$ .

Wspomniane studnie, o średnicy  $d = 0,2 \text{ m}$ , w modelu odwzorowane były przez elementy kwadratowe o boku  $a = 0,2 \text{ m}$  (na fig. 9 kropki w bezpośrednim rejonie zaciemnionym). Linie ciągłe na figurze 9 przedstawiają izolonia  $H$

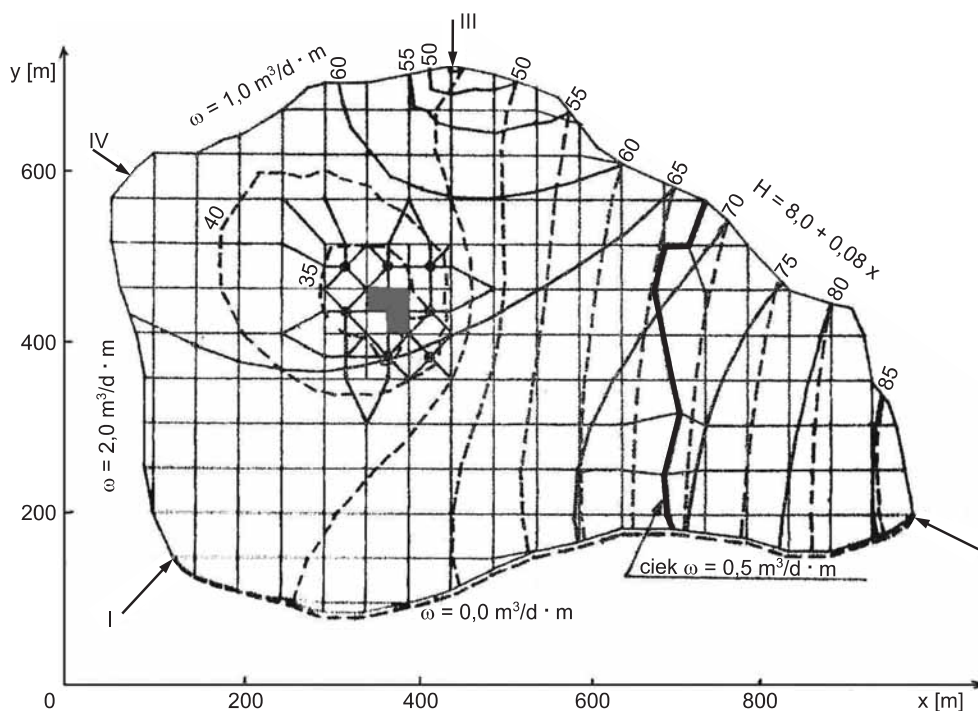


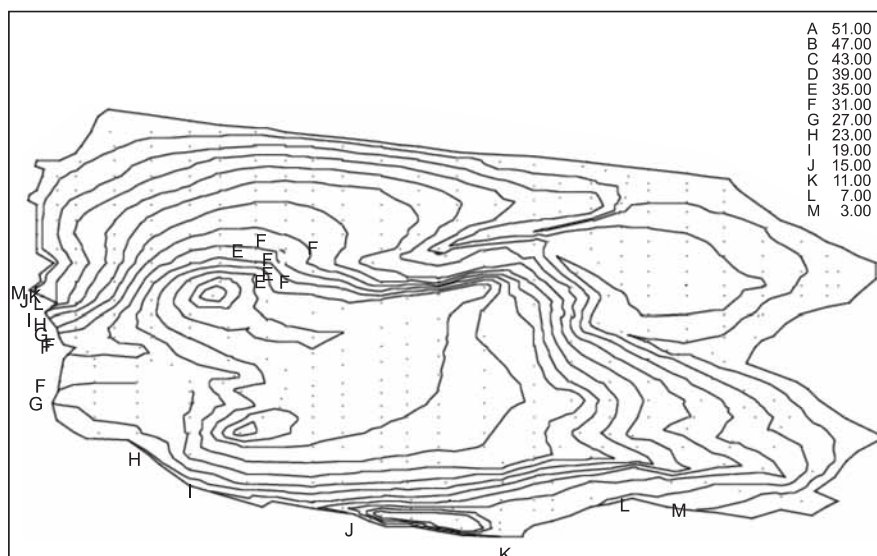
Fig. 9. Izolonia całkowitej wysokości ciśnienia  $H$  dla wydatku studni  $Q = 0 \text{ m}^3/\text{d}$  (linie ciągłe) i  $Q = 2000 \text{ m}^3/\text{d}$  (linie przerywane)

Isolines of the total hydraulic head  $H$  for well discharges  $Q = 0$  (solid lines) and  $Q = 2000 \text{ m}^3/\text{d}$  (dashed lines)



**Fig. 10. Obliczone izoliny całkowitej wysokości ciśnienia  $H$ , których wartości liczbowe są oznaczone literami A, B, ..., M (program HZPLASKI)**

Computed isolines of the total hydraulic head  $H$  obtained with HZPLASKI numerical code (the values corresponding to specific letters are listed in the upper right corner)



dla nieczynnych studni ( $Q = 0 \text{ m}^3/\text{d}$ ), natomiast linie przerywane – izoliny dla studni aktywnych ( $Q = 2000 \text{ m}^3/\text{d}$ ).

Istotą dobrego sprecyzowania zagadnienia jest między innymi określenie wartości funkcji upustu  $W$  dla studni. W omawianym przypadku wartość  $W$  wyliczono z wzoru:

$$W_i = -\frac{Q_i}{F_i} + W_{ef} \quad [10]$$

gdzie:

- $Q_i$  – wydatek  $i$ -tej studni,  $\text{m}^3/\text{d}$ ,
- $F_i$  – powierzchnia elementu odwzorowującego studnię,  $\text{m}^2$ ,
- $W_{ef}$  – powierzchniowe zasilanie elementu,  $\text{m}/\text{d}$ .

Możliwości programu HZPLASKI w jego obecnej wersji, z wbudowanymi procedurami DRAWMESH i DRAWMAP, przedstawione są na figurze 10. Obliczenia przeprowadzono dla siatki elementów skończonych o 515 elementach czworokątnych i 576 węzłach. Elementy te były w programie dzielone na 4 trójkąty, jak na figurze 2.

Procedury graficzne w dużym stopniu powodują, że obliczenia stają się przyjazne dla użytkownika programu. Programy komercyjne z reguły mają takie możliwości i to powoduje, że są bardziej atrakcyjne od programów autorskich, takich jak na przykład program HZPLASKI.

W dalszej części przedstawię te elementy, które powinny być wzięte pod uwagę przy wykorzystaniu takiego czy innego programu obliczeniowego dla celów modelowania prognozy.

#### OSZACOWANIE WARTOŚCI PARAMETRÓW W MODELU

Oszacowanie wartości parametrów jest trudne i pracochłonne. Prawie zawsze mamy niewystarczającą ilość informacji, a także i w odniesieniu do takiej bazy danych koniecz-

na jest pewna selekcja poparta doświadczeniem i rozsądkiem. Pomimo systematycznego i uważnego postępowania na etapie udoskonalania modelu występuje potrzeba wprowadzania dalszych korekt. Należy zwrócić uwagę na następujące zagadnienia (m.in. Rushton, 2003):

- szacowanie przewodnictwa wodnego i z testów pompowania. Dokładność oszacowań może być niejednoznaczna wskutek różnic, jakie mogą występować pomiędzy aktualnymi warunkami polowymi a tymi, jakie poczyniono przy analizie testów pompowań, a także innych oszacowań terenowych. Należy uwzględnić także szczególne warunki, jakie występowały w sąsiedztwie otworu badawczego;

- zastosowanie odpowiedniej metody interpolacyjnej. Należy mieć świadomość, że wynikowy rozkład np. przewodnictwa wodnego czy współczynnika filtracji może być заниżony lub zawyżony w zależności od tego, które otwory, jeśli chodzi o wydajność, dominują w dostępnym zbiorze danych pomiarowych;

- niezależnie od przyjętej metody numerycznego rozwiązania (FDM – *finite differential method* lub FEM – *finite elements method*) z rozkładu parametrów w ujęciu obszarowym w kolejnych etapach należy przejść do wyodrębnienia stref o tych samych parametrach. Dyskretyzacja obszaru ruchu musi uwzględniać nie tylko informacje hydrogeologiczne, ale także zróżnicowanie ze względu na użytkowanie terenu (uprawy, drzewa, place itp.), a także jego wykorzystanie (pobór wody z ujęć podziemnych). Kształt siatki obliczeniowej musi odwzorowywać geometrię cieków, zbiorników wody, sieci kanałów i rowów melioracyjnych itd.;

- składowe pionowe przewodności hydraulicznej są trudne do parametryzacji, stąd też stosuje się empiryczne formuły na ekwiwalentne wartości (Rushton, 2003):

$$k_x = \sum_{i=1}^n k_i t_i / \sum_{i=1}^n t_i \quad \text{dla przewodności horyzontalnej} \quad [11]$$

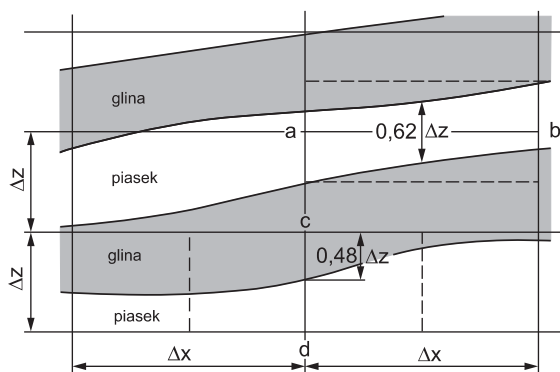


Fig. 11. Dwuwarstwowy układ gruntów z naniesioną siatką FDM (wg Rushtona, 2003)

A two-layer soil system with overlaid FDM numerical grid (after Rushton, 2003)

[12]

$$k_z = \sum_{i=1}^n t_i / \sum_{i=1}^n (t_i / k_i) \text{ dla przewodności pionowej}$$

Dla układu dwuwarstwowego (fig. 11), składającego się z piasku o  $k_1 = 5,0$  m/d i gliny o  $k_2 = 0,001$  m/d, pomiędzy a–b miąższość piasku wynosi  $t_1 = 0,62 \Delta z$ , a gliny  $t_2 = (1 - t_1) \Delta z = 0,38 \Delta z$ . Z pierwszej zależności otrzymamy  $k_x = 3,1$  m/d. Natomiast dla c–d miąższość gliny wynosi  $t_1 = 0,48 \Delta z$ , a piasku  $t_2 = 0,52 \Delta z$ . Z drugiej zależności otrzymamy  $k_z = 0,00208$  m/d;

– występujące w zagadnieniach nieustalonych takie parametry, jak odsączalność  $\mu$ , pojemność sprężysta  $S_s$  czy pojemność wodna  $S = \mu + S_s$  (współczynnik zasobności) również mogą nastręczać trudności przy ich szacowaniu; z testów pompowania otrzymuje się zaniżoną wartość  $S$ ;

– w skomplikowanych, wielowarstwowych układach wodonośnych w początkowym etapie parametryzacji pomocne może być wyrysowanie przekrojów geologicznych i/lub rozkładów w płaszczyźnie poziomej w dużej skali i nałożenie na to siatki obliczeniowej, a także dokonanie wstępnego (ręcznego) oszacowania wybranych parametrów. Może to być ważne również wtedy, gdy chcielibyśmy w dalszym etapie dokonać „kontrolni” wartości wygenerowanych przez procesory, w które mogą być wyposażone programy obliczeniowe;

– niektóre programy obliczeniowe mogą być wyposażone w graficzne interfejsy, które mogą być pomocne już na etapie przygotowania danych wejściowych do modelu; nie zawsze jednak użytkownik jest świadomy ograniczeń wspomnianego interfejsu, stąd ważna jest kontrola tego, co będzie wykorzystywane w obliczeniach.

#### KALIBRACJA MODELU NUMERYCZNEGO

Po uruchomieniu obliczeń najczęściej napotkamy na wiele niespodzianek. Najczęściej dotyczy to różnic pomiędzy wartościami wysokości położenia wody i wartościami natężenia

przepływu, wynikającymi z pomiarów i z obliczeń. Niespodzianki te są zazwyczaj efektem błędów w przygotowaniu danych wejściowych związanych z warunkami brzegowymi, wartościami parametrów bądź z błędnymi wartościami współrzędnych węzłów, opisem elementów (gdy jest wykorzystywane FEM) itp.

Naiwnością byłoby oczekiwanie pełnej zgodności wartości pomierzonych i obliczonych. Różnice, jakie wystąpią, wynikają z niedoskonałości odtworzenia natury w modelu. Wpływ na to ma np. niekompletność lub niedokładność informacji z terenu, co może wynikać z ograniczonej dokładności przyjętej metody pomiarowej, słabej reprezentacji przestrzennej, niskiej częstotliwości odczytów terenowych itp. Różnice, o których mowa, mogą również wynikać z ograniczeń modelu matematycznego, spowodowanych poczynionymi założeniami odnośnie mechanizmu przepływu, realizacją warunków brzegowych i wartościami parametrów. Musimy zatem model poddać kalibracji lub udoskonaleniu (np. Rushton, 2003).

Na tym etapie dokonuje się fizycznie uzasadnionych modyfikacji procesu przepływu, parametrów warstw gruntowych, wartości dopływów i odpływów. Wspomniane udoskonalanie modelu ma za zadanie uzyskanie zadowalających relacji całkowitej wysokości ciśnienia i przepływów pomiędzy wartościami terenowymi i obliczonymi dla wybranych lokalizacji w obszarze przepływu.

W literaturze znane są metody polepszania modelu, takie jak:

- metoda kolejnych przybliżeń (*successive corrections method*),

Tabela 1

#### Modyfikacja warunków brzegowych i parametrów w analizie wrażliwości (wg Rushtona, 2003)

Modification of the boundary conditions and soil parameters for the purposes of sensitivity analysis (after Rushton, 2003)

| Opis                                    | Proponowana modyfikacja  |
|---|--|
| Zasilanie                               | opady, wskaźniki roślinne itp. – zmiany $\pm 5\%$              |
| Przewodność koryta ciekła <sup>1)</sup> | $0,5 C_o \leq C \leq 2 C_o$ , gdzie $C_o$ – wartość oszacowana |
| Warunki brzegowe                        | zmiana dopływów na brzegu lub współczynników o $\pm 30\%$      |
| Pojemność wodna                         | zmiana o $\pm 50\%$  |
| $k_z$                                   | zwiększenie lub obniżenie wartości o pół rzędu wielkości       |
| $k_x$                                   | zmiana o $\pm 20\%$  |

<sup>1)</sup> przewodność koryta ciekła  $C$  występuje w zależności na dopływ wody z wód gruntowych do ciekła lub *vice versa*, np.  $Q_c = C [H - (H_r + \eta)]$  (m.in. Cello, Rodriguez, 2002): gdzie:  $H_r$  – poziom wody w cieklu, [m],  $\eta$  – poziom dna ciekła, [m],  $H$  – całkowita wysokość ciśnienia wody gruntowej – [m],  $Q_c$  – [m<sup>2</sup>/d],  $C$  – [m<sup>2</sup>/d/m]

- metoda tzw. nudgingu (*nudging method* zwana też *Newtonian relaxation*),
- metoda optymalnej interpolacji (*optimal interpolation method*).

Wspomniane metody są stosowane głównie w symulacjach progностycznych.

W metodzie nudgingu do równania podstawowego wprowadza się dodatkowy człon w celu relaksacji różnic pomiędzy wartościami obliczonymi i pomierzonymi.

W niektórych oprogramowaniach (np. GSM) występuje możliwość automatycznej kalibracji modelu. Istotą tutaj jest określenie danych pomiarowych, względem których będą poprawiane wielkości z obliczeń. Określić należy także parametry wejściowe, które będą poprawiane w tzw. modelu odwrotnym. Symulacje powtarza się aż do uzyskania dobrze dopasowania wartości obliczonych i pomierzonych.

### ANALIZA WRAŻLIWOŚCI MODELU

Każdy model numeryczny, kiedy już daje zadowalające rezultaty, powinien być poddany analizie wrażliwości. Wynika to stąd, że wiele mechanizmów i parametrów wprowadzonych do modelu zostało oszacowanych z reguły z lepszym lub gorszym przybliżeniem. Ta czynność jest tym bardziej konieczna, jeśli model ma służyć również do celów progностycznych. Istotą analizy jest poznanie wpływu zmian wybranych parametrów lub wartości warunków brzegowych na dane wyjściowe (*output*).

W jakim zakresie powinny być dokonana modyfikacja na etapie analizy wrażliwości? Można w tym miejscu skorzystać z propozycji Rushtona (2003) – tabela 1.

### SYMULACJE PROGностYCZNE

Modele przepływu wód gruntowych są zazwyczaj wykorzystywane dwojako. Po pierwsze, aby lepiej zrozumieć analizowany system wód podziemnych, po drugie, wynika to z potrzeb progностycznych, a więc znajomości zachowania się tego systemu w przypadku wystąpienia innych warunków zewnętrznych, spowodowanych np. zmianami klimatycznymi lub wywołanych zamierzoną lub niezamierzoną działalnością człowieka.

O jakości prognozy będzie decydować wiarygodność skalibrowanego przez nas modelu, a także wiarygodność oszacowań wielkości wynikających z przyszłych oddziaływań hydrologicznych.

Być może modele deterministyczne, które dzisiaj dominują w hydrogeologii, będą musiały być formułowane w ujęciu stochastycznym. Istota modeli stochastycznych wynika z założenia losowości parametrów oraz losowości przestrzennego rozkładu tych parametrów w poszczególnych strefach. Randomizację parametrów najczęściej wykonuje się za pomocą metody Monte Carlo, natomiast dla randomizacji przestrzennej wykorzystuje się metody liniowej oraz nieliniowej geostatystyki (np. symulację warunkową).

Moim zdaniem, w przyszłości dominować będą modele przepływu wody w gruntach, w których nie będzie podziału na strefę nasyconą i nienasyconą. Jedyne podział będzie wynikał z geometrii obszaru ruchu, układu warstw gruntowych i ich parametrów hydraulicznych itp. Podział na strefy nasycenia będzie procesem wtórnym i będzie wynikał jedynie z rozkładu potencjału ciśnieniowego wody w obszarze. Dla takiego podejścia podstawowym opisem matematycznym dla ruchu wody będzie równanie Richardsa (1931).

### PODSUMOWANIE

Z przedstawionych rozważań wynika, że dobre i dokładne rozpoznanie geologiczne w obszarze, dla którego są prowadzone symulacje ruchu wody w gruncie, jest sprawą podstawową. Jeśli takie rozpoznanie będzie nieodpowiednie, wówczas nawet najlepszy program obliczeniowy (np. 3D FEM) nie wpłynie na jakość i wiarygodność wyników obliczeń. Kolejnym istotnym elementem, który musi być starannie i z dużym wyczuciem spełniony, to:

- właściwe oszacowanie parametrów,
- kalibracja modelu,
- analiza wrażliwości modelu na wybrane parametry i wartości warunków brzegowych.

Od tego, w jakim zakresie zostaną przeprowadzone te działania, zależeć będzie jakość prognozy uzyskanej na podstawie zastosowanego modelu numerycznego.

## LITERATURA

- BEAR J., VERRUIJT A., 1987 – Modeling groundwater flow and pollution, theory and applications of transport in porous media. D. Reidel Publishing Company.
- BATELAAN O., DE SMEDT F., TRIEST L., 2003 – Regional groundwater discharge: phreatophyte mapping, groundwater modelling and impact analysis of land-use change. *Journal of Hydrology*, **275**: 86–108.
- BECKERS J., FRIND E.O., 2000 – Simulating groundwater flow and runoff for Oro Moraine aquifer system. Part I. Model formulation and conceptual analysis. *Journal of Hydrology*, **229**: 265–280.
- CELLO P.A., RODRIGUEZ L.B., 2002 – An iterative procedure for computing water surface profiles of return flows in groundwater modeling. *Mecanica Computacional*, **21**: 2372–2384. Santa Fe-Parana, Argentina.
- FISZER J., 1980 – Zastosowanie metody elementów skończonych do obliczania przepływów wód podziemnych. Matematyczne modelowanie ujęć wód podziemnych, *Studia z zakresu inżynierii*, Nr 19: 19–33.
- GIAO P.H., PHIEN-WEJ N., HONJO Y., 1999 – FEM quasi-3D modelling of responses to artificial recharge in the Bangkok multiaquifer system. *Environmental Modelling & Software*, **14**: 141–151.
- NARASIMHAN T.N., NEUMAN S.P., WITHERSPOON P.A., 1978 – Finite element method for subsurface hydrology using a mixed-implicit scheme. *Water Res. Research*, **14**, 5: 863–877.
- PANDAY S., HUYAKORN P.S., 2004 – A fully coupled physically-based spatially-distributed model for evaluating surface/subsurface flow. *Advances Water Resources*, **27**: 361–382,
- RICHARDS L.A., 1931 – Capillary conduction of liquids through porous media. *Physics*, **1**: 318–333.
- RUSHTON K.R., 2003 – Groundwater hydrology, conceptual and computational models. Wiley.
- ZARADNY H., 1993 – Groundwater flow in saturated and unsaturated soil. A.A. Balkema/Rotterdam/Brookfield.
- ZARADNY H., FEDDES R.A., 1979 – Calculation of non steady flow towards a drain in saturated-unsaturated soil by finite elements. *Agricultural Water Management*, **2**: 37–53.
- ZARADNY H. i in., 1986 – Wpływ istniejących i potencjalnych ujęć wody podziemnej zlokalizowanych na wyspie Wolin na środowisko przyrodnicze (szczególnie Wolińskiego Parku Narodowego). Etap I: Wpływ ujęć wody na głębokość zalegania wód podziemnych (wraz z aneksem), Etap II: Wpływ ujęć na środowisko przyrodnicze. Arch. Biura Studiów i Doradztwa Ekologicznego, „EKOPROJEKT” w Gdańsku.
- ZARADNY H., MARTUSZEWSKA H., 1986 – Model obszarowej filtracji dla dowolnie złożonych warunków gruntowych i brzegowych. *Pr. Nauk. Inst. Geot. PWroc.*, **49**: 363–368.
- ZARADNY H., STAŃCZYK J., 1988 – Modelowanie ujęć wody podziemnej w strefie brzegowej morza na przykładzie wyspy Wolin. *W: Aktualne problemy hydrogeologii. Cz. I. Hydrogeologia Pobrzeża i Pomorza*: 142–155. Wyd. Inst. Morskiego w Gdańsku.

## SUMMARY

One of the most important problems related to large-scale models of groundwater flow comes from the limited number of geological, hydrogeological and environmental data. It should be noted that in most cases the available data allows us to represent the variability of parameters only in 1D (one dimension) or 2D, the full 3D information being exceptional. Such data serves as the input for the groundwater flow model, which can be based on one of the three possible approaches: fully 3D, quasi-3D or 2D (i.e. horizontal flow in  $x$ - $y$  plane with a detailed representation of the variability of soil parameters in the vertical direction  $z$ ). The latter approach

has been implemented in the numerical code HZPLASKI, developed by the author. The code is described in the paper and numerical examples are provided. It has been shown that the reliability of the numerical simulation depends directly on the reliability of the data. Thus, the paper discusses in more detail the issues of parameter estimation, model calibration and sensitivity analysis which are essential for mathematical modelling of groundwater flow and should be taken into account when the model is used for predictive purposes.