

PORÓWNANIE ZASILANIA INFILTRACYJNEGO OSZACOWANEGO ZA POMOCĄ ZINTEGROWANEGO MODELU ZLEWNI Z ROZWIĄZANIEM ZADANIA ODWROTNEGO

COMPARISON OF GROUNDWATER RECHARGE ESTIMATION BASED ON INTEGRATED CATCHMENT MODELLING AND INVERSE MODELLING

MARCIN STACHURSKI¹

Abstrakt. Modelowanie przepływu wód podziemnych jest jednym z podstawowych narzędzi współczesnej hydrogeologii. Głównym jego zastosowaniem jest wyznaczanie rozkładu przestrzennego oraz dynamiki wysokości hydraulicznej, co przy założeniu znajomości zasilania infiltracyjnego pozwala na szacowanie zasobów wód podziemnych. Używając zintegrowanych modeli przepływu wody w skali zlewni, takich jak MIKE SHE produkcji DHI, możliwe jest wyznaczenie zasilania infiltracyjnego rozumianego jako strumień wymiany wody między strefami aeracji i saturacji. Możliwe jest także podejście odwrotne, polegające na szacowaniu zasilania na podstawie kształtu zwierciadła wód podziemnych. W artykule porównano strumienie zasilania infiltracyjnego wyznaczone za pomocą modelu zintegrowanego z rozwiązaniem zadania odwrotnego zaproponowanego przez Allisona (1988).

Słowa kluczowe: zasilanie infiltracyjne, zadanie odwrotne, modelowanie przepływu wód podziemnych.

Abstract. Groundwater flow modelling seems to be one of the most important tools of modern hydrogeology. It is used mainly to calculate spatial distribution of piezometric head in different scales of water flow. The infiltration recharge is a key component for estimating water resources. Using a physically based, distributed and integrated modelling system, such as MIKE SHE, it is feasible to calculate recharge as exchange rate between unsaturated and saturated zones. There is also another approach based on inverse problem. Allison (1988) has proposed a modification to a two-dimensional water flow equation in order to omit most critical disadvantages of ill-posed inverse problem (which is the case of inverse modelling of groundwater flow). In this paper, recharge calculated by an integrated model has been compared to estimations based on inverse modelling.

Key words: infiltration recharge, inverse problem, groundwater modelling.

WSTĘP

Modelowanie matematyczne przepływu wód podziemnych jest bez wątpienia jednym z głównych narzędzi współczesnej hydrogeologii. Wykorzystywane jest najczęściej do wyznaczania rozkładu przestrzennego i czasowego wysokości hydraulicznej – podstawowej zmiennej stanu opisującej dynamikę wód podziemnych. Przyjęcie założenia o stosowalności prawa Darcy’ego w różnych skalach przestrzennych umożliwia wyznaczenie na podstawie znajomości

ci wysokości hydraulicznej kierunku i wartości przepływu wody: od pola prędkości porowej w próbce laboratoryjnej, poprzez przepływy w strefie oddziaływania ujęć, do przepływów regionalnych w dużych zbiornikach wód podziemnych. Konsekwencją przyjęcia określonej skali modelowania procesów hydrogeologicznych jest rodzaj i wymiarowość równań matematycznych opisujących dynamikę wysokości hydraulicznej. Zagadnieniem naturalnie związanym

¹ Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Środowiska, ul. Nowowiejska 20, 00-653 Warszawa; e-mail: marcin.stachurski@is.pw.edu.pl

z modelowaniem (symulacją) wysokości hydraulicznej jest tzw. *zagadnienie odwrotne hydrogeologii*, które w swej najprostszej postaci polega na szacowaniu wartości parametrów hydrologicznych (Nawalany, 1999). Trudność tego zagadnienia odwrotnego wiąże się z niejednorodnością skalnego ośrodka porowatego oraz ze skomplikowaną budową geologiczną warstw wodonośnych.

Wśród wielu metod szacowania parametrów systemów hydrologicznych opisanych w literaturze (np. Yeh, 1986) większość zakłada możliwość odtworzenia parametrów hydrogeologicznych na podstawie znanej (w praktyce pomierzonej) w dyskretnych punktach przestrzeni wysokości hydraulicznej. Podobne podejście można stosować przy wyznaczaniu *zasilania infiltracyjnego*, które obok parametrów hydrogeologicznych, warunku początkowego i warunków brzegowych także jest źródłem niepewności modelowania i stano-

wi przedmiot badań typu zagadnienia odwrotnego. Zasilanie infiltracyjne, jako główny strumień zasilania wód podziemnych, ma ponadto wyjątkowe znaczenie dla szacowania wielkości zasobów wód podziemnych (Healy, Cook, 2002). Wykorzystywane w artykule szczególne sformułowanie zadania odwrotnego, służące szacowaniu zasilania infiltracyjnego, zostało zaproponowane przez Allisona (1988) oraz doczekało się realizacji w postaci modelu numerycznego (Stachurski, 2006).

Celem niniejszego artykułu jest porównanie zasilania infiltracyjnego, obliczonego za pomocą zintegrowanego modelu zlewni, z zasilaniem oszacowanym w wyniku rozwiązania zadania odwrotnego. W następnych rozdziałach przedstawiono główne założenia i równania wykorzystywanych modeli oraz wyniki eksperymentów numerycznych służących do porównania dwóch rodzajów oszacowań.

ZINTEGROWANY MODEL ZLEWNI

Idea modelu zintegrowanego polega na połączeniu modeli przepływu wody w różnych fazach cyklu hydrologicznego w konceptualnie spójny model, pozwalający odtwarzać przepływ wody w różnych elementach środowiska oraz strumienie wymiany wody między nimi. W szczególności dla zastosowań hydrogeologicznych możliwe jest wyznaczenie rozkładu i dynamiki zasilania infiltracyjnego, rozumianego jako strumień wymiany wody między strefą aeracji a strefą saturacji pochodzący z przesiąkającego pod wpływem siły grawitacji nadmiaru opadu lub nawadniania nad ewapotranspiracją (Scanlon i in., 2002).

Przykładem aplikacji opartej na zintegrowanym modelu konceptualnym zlewni (fig. 1) wykorzystującym równania procesowe jest model MIKE SHE, opracowany przez DHI Software Group (www.dhisoftware.com). Model matematyczny przepływu wody stosowany w tym oprogramowaniu wykorzystuje:

- dwuwymiarowe równanie Saint Venanta (aproxymacja fali dyfuzyjnej) dla sływu powierzchniowego,
- jednowymiarowe równanie Saint Venanta (aproxymacja fali dyfuzyjnej) dla przepływu w korytach,

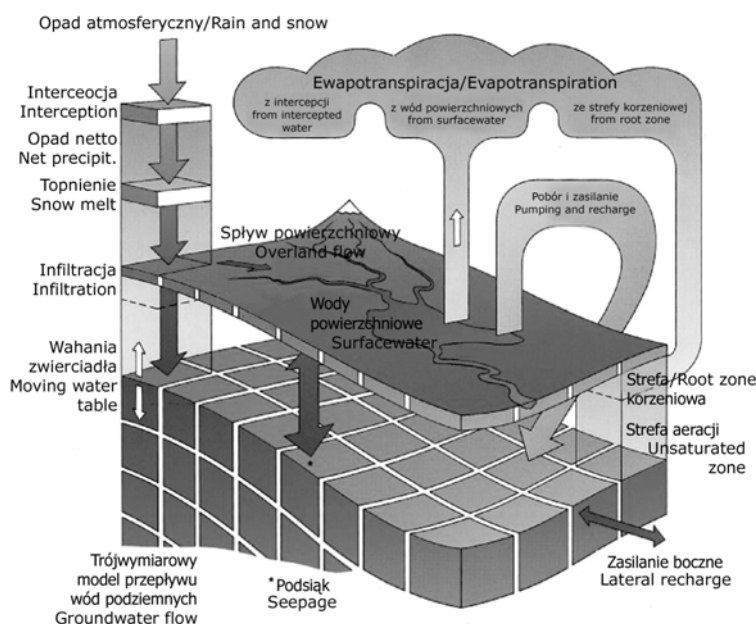


Fig. 1. Model konceptualny cyklu hydrologicznego (wg DHI, 2001)

Conceptual model of the hydrological cycle (after DHI, 2001)

- trójwymiarowe równanie Boussinesqa w strefie saturacji,
- jednowymiarowe równanie Richardsa w strefie aeracji,
- równanie Jansena dla wyznaczenia strumienia ewapotranspiracji,
- zależność warunkową dla gromadzenia i topnienia pokrywy śnieżnej.

Poniżej przytoczono w skrócie równania, jakimi posługuje się model MIKE SHE w celu wskazania „miejsca”, w którym definiowane jest zasilanie warstwy wodonośnej, będące przedmiotem rozważań niniejszego artykułu.

SPLYW POWIERZCHNIOWY

Infiltracja wody z powierzchni w głąb strefy aeracji jest podstawowym procesem, w wyniku którego zasilana jest strefa saturacji. W modelu zintegrowanym określenie infiltracji z powierzchni w głąb strefy aeracji wymaga *jednoczesnego* rozwiązywania równań opisujących spływ powierzchniowy. Warunkiem powstania spływu powierzchniowego, a w dalszej konsekwencji infiltracji, jest wystąpienie opadu atmosferycznego. W momencie gdy natężenie opadu netto (po uwzględnieniu intercepcji oraz parowania) przekroczy pojemność infiltracyjną gruntu, nadmiar wody zaczyna gromadzić się na powierzchni. Po przekroczeniu pewnej krytycznej wysokości słupa wody (głębokości) dochodzi do spływu powierzchniowego, którego kierunek oraz intensywność uzależniona jest od topografii oraz formy użytkowania terenu (współczynnik oporu spływu powierzchniowego). Wykorzystując prawo zachowania masy:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uh) + \frac{\partial}{\partial y}(vh) = i \quad [1]$$

i dwuwymiarową aproksymację fali dyfuzyjnej równań Saint Venanta:

$$S_{fx} + \frac{\partial}{\partial x}(Z_g + h) = 0 \quad [2]$$

$$S_{fy} + \frac{\partial}{\partial y}(Z_g + h) = 0$$

oraz wprowadzając wzory Stricklera-Manninga, zależność prędkości spływu powierzchniowego od głębokości wody zapisać można w kierunkach X i Y odpowiednio:

$$uh = K_x \left(-\frac{\partial z}{\partial x} \right)^{1/2} h^{5/3} \quad [3]$$

$$vh = K_y \left(-\frac{\partial z}{\partial y} \right)^{1/2} h^{5/3}$$

gdzie:

- u, v – prędkości spływu w kierunku X i Y , [L/T],
- h – głębokość wody, [L],
- i – człon źródłowy, [L/T],
- z – rzędna zwierciadła wody, $z = z_g + h$, [L],

- z_g – rzędna terenu, [L],
- K_x, K_y – współczynniki Stricklera, [L^{1/3}/s].

Człon źródłowy w równaniu [1] reprezentuje różnicę pomiędzy przyjętym opadem netto a infiltracją w przypadku występowania strefy niepełnego nasycenia lub sumę opadu i strumienia pochodzącego bezpośrednio ze strefy saturacji, w przypadku gdy sięga ona aż do powierzchni gruntu. Wielkość ta jest jednocześnie górnym warunkiem brzegowym (drugiego rodzaju) dla równania przepływu w tej strefie aeracji.

PRZEPIY W KORYCIE RZECZNYM

Do obliczeń przepływu w korycie rzeczonym wykorzystuje się aproksymację fali dyfuzyjnej równań Saint Venanta. Rozważa się przepływ rzeki w kierunku X z prędkością $u(x)$, poziom odniesienia $Z_o(x)$, wysokość przepływu $h(x)$ i powierzchnię przekroju poprzecznego $A(x)$. Rozłożony dopływ boczny q_L (m³/m/s) do koryta rzeki wyznaczany jest na podstawie spływu powierzchniowego, drenażu/zasilania do/z warstwy wodonośnej oraz dopływu z niewielkich cieków. Z prawa zachowania masy wynika:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Au) = q_L \quad [4]$$

Dyfuzyjne przybliżenie równania pędu w równaniach Saint Venanta może być przedstawione w postaci:

$$S_f + \frac{\partial}{\partial x}(Z_o + h) = 0 \quad [5]$$

Wykorzystując prawo Stricklera-Manninga ze współczynnikiem Stricklera K , otrzymuje się:

$$s_f = \frac{u^2}{K^2 h^{4/3}} \quad [6]$$

Zależność pomiędzy przepływem Au i powierzchnią przekroju oraz wysokością przepływu jest opisana poniżej. Powierzchnia przekroju A , jak również współczynnik K są funkcjami wysokości przepływu h :

$$Au = K \left(-\frac{\partial Z}{\partial x} \right)^{1/2} Ah^{2/3} \quad [7]$$

W równaniu powyższym $Z = Z_o + h$ jest poziomem zwierciadła wody w założonym układzie odniesienia.

STREFA NIEPEŁNEGO NASYCENIA

Modelowanie przepływu wody w strefie niepełnego nasycenia jest zadaniem trudnym w związku z silnie nieliniowym charakterem równań opisujących ten proces oraz koniecznością znajomości charakterystyk wilgotnościowych

gleby. Przepływ w strefie aeracji jest przy tym niezwykle ważnym elementem cyklu hydrologicznego, który łączy w modelu zintegrowanym wody powierzchniowe i podziemne poprzez odpowiednie warunki brzegowe dla równań opisujących przepływy zachodzące w tych dwóch środowiskach wodnych.

Przepływ wody w strefie niepełnego nasycenia obliczany jest za pomocą jednowymiarowego równania Richardsa. To nieliniowe równanie pozwala wyznaczyć zawartość wody w środowisku składającym się z ośrodka glebowego, wody i powietrza glebowego.

Jednowymiarowe równanie Richardsa można zapisać w postaci:

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} - S \quad [8]$$

gdzie:

- $C = \frac{\partial \theta}{\partial \psi}$ – pojemność wodna gleby, [-],
- $\psi = \psi(\theta)$ – ciśnienie ssące wody glebowej zależne od objętościowej wilgotności gleby,
- $K = K(\theta)$ – współczynnik przewodności hydraulicznej zależny od objętościowej wilgotności gleby θ , [L²/T],
- z – współrzędna pionowa, [L],
- S – człon źródłowo-upustowy, np. pobór wody przez korzenie roślin, [L/T].

Ciśnienie ψ w strefie niepełnego nasycenia ma wartość ujemną, spowodowaną siłami kapilarnymi i siłami adhezji pomiędzy cząsteczkami wody i gleby. W przypadku gdy ψ jest dodatnie, równanie przekształca się do postaci równania Laplace'a i staje się równaniem przepływu pionowego w strefie pełnego nasycenia.

Wprowadzenie pojęcia dyfuzji wody glebowej pozwala przekształcić równanie Richardsa do postaci:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} - S \quad [9]$$

gdzie:

ZADANIE ODWROTNE

Model matematyczny przygotowany dla efektywnego rozwiązania zadania odwrotnego opiera się na zmodyfikowanym równaniu przepływu w postaci:

$$-\frac{k}{2} \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} - \frac{k}{2} \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} = r_\alpha + \alpha \left(\frac{\partial^2 r_\alpha}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 r_\alpha}{\partial y^2} \right) \quad [12]$$

Szczegóły przytoczonej poniżej interpretacji mechanicznej równania [12] opisał Allison (1988), a badania czu-

$D = D(\theta) = K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$ – dyfuzja wody glebowej zależna od wilgotności glebowej.

Dolny brzeg strefy aeracji to jednocześnie górny brzeg strefy nasyconej. Na tym brzegu nasycenie gruntu jest równe porowatości efektywnej. Warunek pełnego nasycenia wyznacza jednocześnie położenie wspólnego brzegu obu stref. Strumień wody przez wspólny brzeg jest równy zasilaniu infiltracyjnemu strefy saturacji.

STREFA PEŁNEGO NASYCENIA

W najbardziej ogólnym przypadku równanie przepływu w strefie saturacji niejednorodnego, anizotropowego ośrodka porowatego ma postać trójwymiarowego, dynamicznego równania Boussinesqa. W praktyce, szczególnie dla zagadnień regionalnych, do opisu przepływu w strefie saturacji stosowane jest równanie płaskie uwzględniające założenie Dupuita-Forcheimera, które dla stanu ustalonego przyjmuje postać:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial}{\partial y} \right) + r = 0 \quad [10]$$

lub przy dodatkowym założeniu jednorodności warstwy:

$$\frac{k}{2} \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{k}{2} \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} + r = 0 \quad [11]$$

gdzie:

r – strumień zasilania infiltracyjnego, [L/T].

Strumień r jest wielkością, która jest przedmiotem rozważań niniejszego artykułu. W następnym rozdziale przedstawiono metodę, której celem jest wyznaczenie tej wielkości poprzez rozwiązanie zadania odwrotnego, w przeciwieństwie do rozwiązania „wprost” reprezentowanego przez strumień r w modelu zintegrowanym, przedstawiony w zarysie powyżej.

łości proponowanej metody w zastosowaniach hydrogeologicznych przeprowadził Stachurski (2006). Prawa strona równania [12] może być interpretowana jako równanie napiętej membrany o jednostkowym współczynniku elastyczności, do której została przyłożona siła wynikająca z rozwiązania lewej strony (rozwiązanie lewej strony polega na podwójnym różniczkowaniu wysokości hydraulicznej i równe jest zasilaniu infiltracyjnemu, co wynika z równania przepływu [11]). Współczynnik α decyduje o napięciu

membrany. Rozwiązanie $r_\alpha(x, y)$ równania jest wolne od wpływu szumu związanego z pomiarami oraz interpolacją funkcji wysokości hydraulicznej (Allison, 1988), nie jest natomiast tożsame (prócz szczególnego przypadku, gdy $\alpha = 0$) z poszukiwanym zasilaniem $r(x, y)$, które jest rozwiązaniem oryginalnego równania przepływu. Dobór odpowiedniej wartości parametru α pozwala na osiągnięcie

kompromisu pomiędzy stabilnością rozwiązań równania a minimalizacją wyrażenia $|r_\alpha - r|$.

W eksperymentach numerycznych, przedstawionych dalej, zasilanie warstwy nasyconej było wyznaczane metodą zaproponowaną przez Allisona na podstawie rozkładu wysokości hydraulicznej, uzyskanego jako wynik symulacji numerycznej. Oszacowane zasilanie jest w końcowym rozdziale porównywane z zasilaniem r , obliczonym w modelu zintegrowanym.

EKSPERYMENTY NUMERYCZNE

W celu porównania wielkości strumienia zasilania infiltracyjnego otrzymanego poprzez rozwiązanie równań przepływu modelu zintegrowanego oraz rozwiązanie zmodyfikowanego równania przepływu wód podziemnych (zadania odwrotnego) przyjęto modelowy obszar obliczeniowy o wymiarach 5000×5000 m. Dla uproszczenia obliczeń założono stan ustalony. Na lewym i prawym (zachodnim i wschodnim) brzegu obszaru przyjęto warunek brzegowy I rodzaju równy odpowiednio $h_L = 25$ m oraz $h_P = 20$ m, natomiast na brzegu górnym i dolnym (północnym i południowym) – jednorodny warunek brzegowy II rodzaju oznaczający nieprzepuszczalny brzeg. Założono, że obszar jest jednorodny pod względem budowy geologicznej, stanowi swobodną warstwę wodonośną o współczynniku filtracji $k = 1e-4$ m/s (8,64 m/d) oraz miąższości 30 m. Na całym obszarze przyjęto jednorodną wielkość opadu atmosferycznego wynoszącą $2e-8$ m/s (ok. 630 mm/rok). Założono, że czynnikiem wpływającym na przestrzenny rozkład zasilania infiltracyjnego jest niejednorodny dla rozważanego obszaru sposób użytkowania terenu, wpływający na procesy ewapotranspiracji, sphywu powierzchniowego oraz infiltracji.

Eksperymenty numeryczne przeprowadzono według następującego porządku:

1) zbudowano zintegrowany model zlewni, którego szczególnymi wynikami były: rozkład przestrzenny zasilania infiltracyjnego $r = r(x_i, y_j)$, jako strumień wymiany pomiędzy strefą aeracji a strefą saturacji, oraz rozkład przestrzenny

wysokości hydraulicznej $h = h(x_i, y_j)$ w strefie saturacji, tożsame w tym przypadku z rzędną zwierciadła swobodnego, gdzie indeksy i, j określają położenie dyskretnych punktów modelu numerycznego;

2) zaburzono wartości funkcji h dodając $h_p(x_i, y_j) = h(h_i, y_j) + a\xi\Delta h$, gdzie a jest dyskretną funkcją przyjmującą dla każdego punktu wartość losową z przedziału $[-0,5; 0,5]$, ξ jest liczbą z przedziału $[0; 1]$, natomiast Δh oznacza różnicę między ekstremalnymi wartościami funkcji h ; wartość zaburzenia, iloczyn powyższych trzech liczb, daje losowy szum o amplitudzie $\xi\Delta h$; w dalszych eksperymentach traktowano ξ jako parametr, który przyjmuje wartości ze zbioru $\{0; 0,001; 0,01; 0,1; 1\}$, przy czym w tabelach zawierających wyniki oraz na niektórych wykresach podano amplitudę szumu w postaci $\pm \frac{\xi\Delta h}{2}$; celem zaburzenia było zasymulowanie niepew-

ności wyznaczenia wysokości hydraulicznej występującej w rzeczywistej praktyce pomiarowej;

3) odtworzono zasilanie infiltracyjne $r_\alpha = r_\alpha(x_i, y_j)$ na podstawie rozkładu zaburzonej, „pomierzonej” wysokości hydraulicznej h_p dla różnych wartości parametru α występującego w zmodyfikowanym równaniu przepływu; dla pochodnych funkcji r_α przyjęto zerowy warunek brzegowy I rodzaju na całym brzegu rozważanego obszaru;

4) porównano rozkłady przestrzenne oryginalnego r oraz odtworzonego r_α zasilania infiltracyjnego.

WYNIKI EKSPERYMENTÓW

Rozkład przestrzenny zasilania oraz wysokości hydraulicznej w warstwie wodonośnej otrzymane z modelu zintegrowanego przedstawiono na figurach 2 i 3. Rozkład zasilania, który w dużym stopniu wynika z przyjętego użytkowania terenu, powoduje uformowanie zwierciadła wód podziemnych o silnie dominującym równoleżnikowym (wschód–zachód) kierunku przepływu oraz wyraźnym wododziałem. Otrzymane rozwiązanie, intuicyjnie odpowiadające zasilaniu rozłożonemu równomiernie, dało dodatkową możliwość postawienia pytania, na ile wrażliwe okaże się

rozwiązanie zadania odwrotnego? Na figurach 4 i 5 przedstawiono wybrane z wielu eksperymentów, odtworzone zasilanie na podstawie zwierciadła wód podziemnych dla parametru ξ , odpowiednio 0,001 (co odpowiada $\pm 4,6$ mm) oraz 0,01 (co odpowiada $\pm 4,6$ cm).

Pierwsza, graficzna ocena efektywności odtwarzania zasilania pozwala zauważyć, że zaburzenie wysokości hydraulicznej rzędu kilku milimetrów daje możliwość stosunkowo dokładnego odwzorowania oryginalnego rozkładu zasilania, natomiast zaburzenie kilkucentymetrowe nie daje takiej mo-

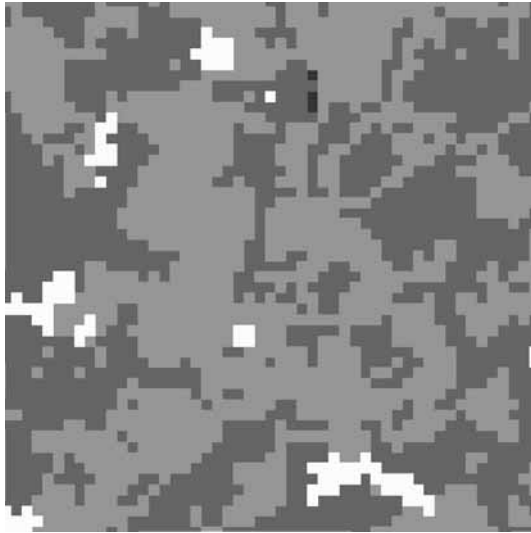


Fig. 2. Rozkład przestrzenny zasilania infiltracyjnego
Spatial distribution of infiltration recharge

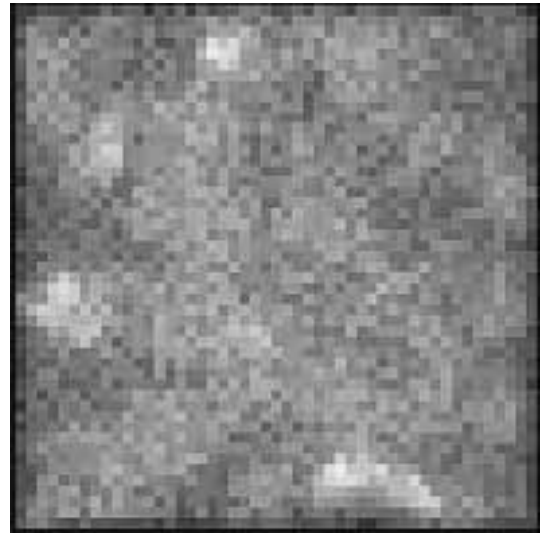


Fig. 4. Rozkład odtworzonego zasilania dla zaburzenia ok. 5 mm oraz $\alpha = -10e5$

Recharge estimation based on waterlevel “measured” with aprox. 5 mm accuracy and $\alpha = -10e5$

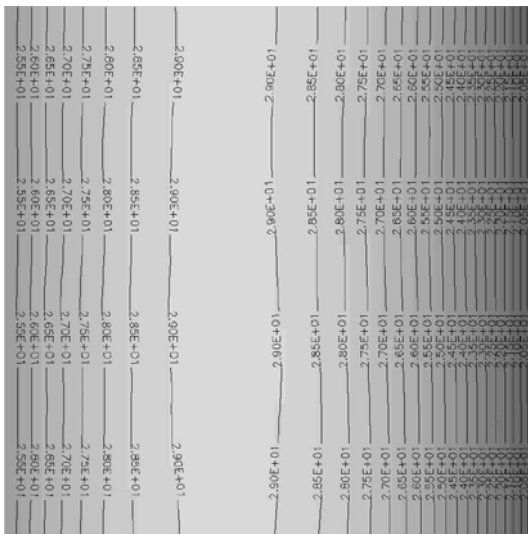


Fig. 3. Rozkład wysokości hydraulicznej
Hydraulic head distribution

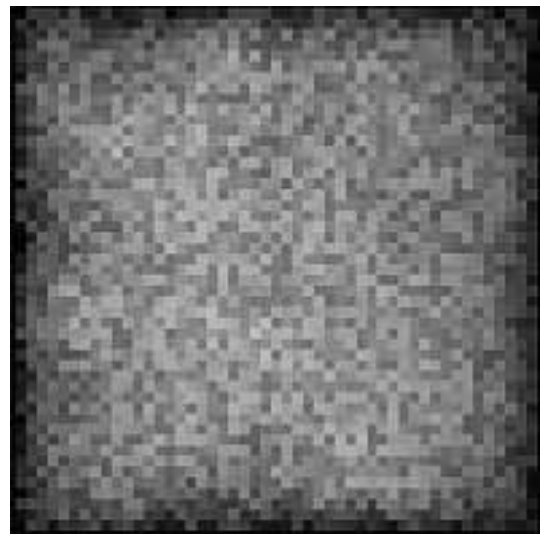


Fig. 5. Rozkład odtworzonego zasilania dla zaburzenia ok. 5 cm oraz $\alpha = -10e7$

Recharge estimation based on waterlevel “measured” with aprox. 5 cm accuracy and $\alpha = -10e5$

żliwości. Dla dokładniejszej oceny zdefiniowano wskaźnik jakości odtwarzania zasilania jako:

$$\sigma = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |r_{\alpha,i,j} - r_{i,j}| \quad [13]$$

gdzie:

$r_{i,j}$ – strumień znanego zasilania infiltracyjnego w dyskretnym węźle i, j

$r_{\alpha,i,j}$ – strumień odtwarzanego zasilania infiltracyjnego w dyskretnym węźle i, j
 m, n – liczba węzłów dyskretyzacji w kierunkach X i Y .

Wartość wskaźnika σ , równa sumie wartości bezwzględnej różnicy między zasilaniem znanym a, przyjmuje wartości od zera dla przypadku, gdy $r_{\alpha} = r$, do nieskończoności oraz może być interpretowany jako całkowity błąd rozwiązania zadania odwrotnego. W zmodyfikowanej postaci:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{m \cdot n} \quad [14]$$

wskaźnik ten oznacza średni błąd wyrażony w jednostkach zasilania infiltracyjnego, odniesiony do pojedynczego węzła obliczeniowego, co z kolei pozwala odnieść go do wartości funkcji r .

Na wykresach (fig. 6–9) przedstawiono efektywność odtwarzania zasilania w funkcji parametru α występującego w zmodyfikowanym równaniu przepływu. Ponieważ σ^* jest wielkością błędą, mniejsze jej wartości oznaczają efektywniejsze rozwiązanie. Parametr α natomiast, który przyjmuje wartości ujemne, należy czytać od prawej strony ($\alpha = 0$) do lewej, traktując ten kierunek jako zwiększanie udziału części zmodyfikowanego równania przepływu wynikającej z równania membrany.

Analiza wykresów wskazuje, że dla pewnego przedziału zaburzeń wysokości hydraulicznej można wskazać optymalną, w sensie błędą oszacowania zasilania, wartość parametru

α . Dla przykładowych wyników wynosi ona $-10e4$ dla przypadku $\zeta = 0,001$ (fig. 4 i 7) oraz $-10e7$ dla przypadku $\zeta = 0,01$ (fig. 5 i 8). Jeżeli nadać parametrowi α sens fizyczny, jakim jest rozciągliwość gumowej membrany (której równanie występuje w zmodyfikowanym równaniu przepływu), to, zgodnie z oczekiwaniami, dla większego zaburzenia (mniejszej wartości parametru ζ) wymagana jest sztywniejsza membrana (o większej bezwzględnie, ujemnej wartości parametru α) „utrzymująca” rozwiązanie na najmniejszym poziomie błędą. W przypadku zwierciadła niezaburzonego forsowanie rozwiązania poprzez usztywnianie membrany zmniejsza dokładność oszacowania, co również jest zgodne z intuicją, ponieważ w przypadku dokładnej znajomości rozkładu wysokości hydraulicznej zadanie odwrotne staje się trywialne i nie wymaga wprowadzania równania zmodyfikowanego (Stachurski, 2006). Dla zaburzeń sięgających 10% zmienności badanej funkcji można zauważyć, że do pewnej wartości α widoczna jest poprawa efektywności, natomiast dalsze zmiany nie przynoszą poprawy.

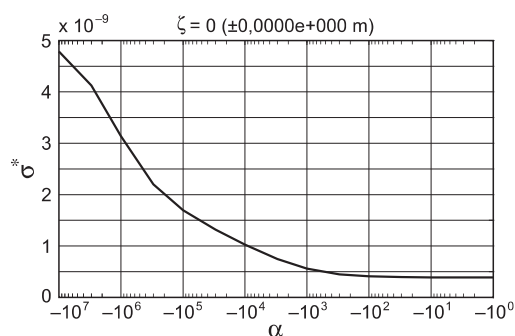


Fig. 6. Efektywność odtwarzania zasilania dla niezaburzonego zwierciadła wody

Effectiveness of recharge estimation for exact water table

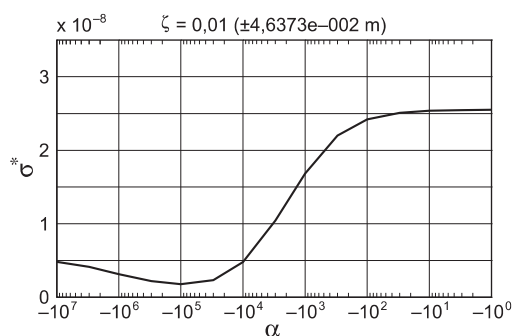


Fig. 8. Efektywność zasilania dla zaburzenia $\zeta = 0,01$

Effectiveness of recharge estimation for water table with $\zeta = 0.01$ noise

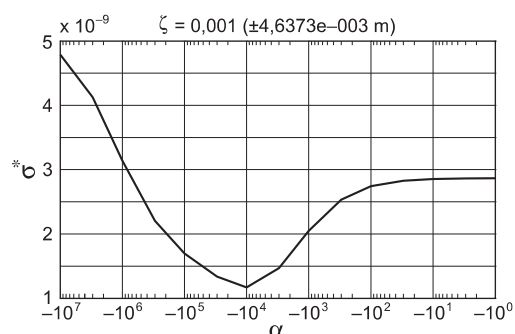


Fig. 7. Efektywność zasilania dla zaburzenia $\zeta = 0,001$

Effectiveness of recharge estimation for water table with $\zeta = 0.001$ noise

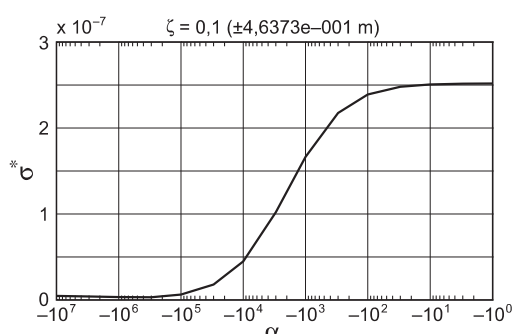


Fig. 9. Efektywność zasilania dla zaburzenia $\zeta = 0,1$

Effectiveness of recharge estimation for water table with $\zeta = 0.1$ noise

PODSUMOWANIE

Szacowanie zasilania infiltracyjnego, niezwykle istotne w ocenie zasobów wód podziemnych, zwłaszcza w badaniach modelowych, jest jednocześnie zadaniem bardzo skomplikowanym. Jednym z możliwych rozwiązań problemu jest stosowanie modeli procesowych opisujących przepływ wody na różnych etapach cyklu hydrologicznego. Podejście takie, mimo metodologicznej poprawności, przysparza wielu problemów w związku ze skomplikowanym opisem matematycznym modelowanych zjawisk. Szczególnie trudne jest wiarygodne (w sensie weryfikacji wyników modelu z pomiarami) oszacowanie wartości wielu parametrów występujących w równaniach tworzących model matematyczny.

Alternatywnym podejściem jest wnioskowanie o zasilaniu infiltracyjnym na podstawie obserwacji jego skutków, czyli kształtu zwierciadła wód podziemnych. W tym przypadku konieczność identyfikacji parametrów ogranicza się „tylko” do ośrodka porowatego. Rozwiązanie zadania odwrotnego, opartego na zmodyfikowanym równaniu przepływu, jest tylko do pewnego stopnia odporne na błędy pomiarowe. Metodologia ta nie była do tej pory stosowana w badaniach polowych i ewentualne jej zastosowanie, choć poparte rozważaniami teoretycznymi oraz eksperymentami numerycznymi dla systemów abstrakcyjnych, wymaga dalszych badań.

LITERATURA

- ALLISON H., 1988 – The principles of inverse modeling for estimation of recharge from hydraulic head. *W: Estimation of natural groundwater recharge: 271–282.* D. Reidel Publ. Company, Dordrecht.
- DHI, 2001 – MIKE SHE User Manual. Podręcznik użytkownika programu.
- HEALY R.W., COOK P.G., 2002 – Using groundwater levels to estimate recharge. *Hydrogeol. J.*, **10**, 1: 91–109.
- NAWALANY M., 1999 – Zagadnienie skali w hydrogeologii. *Biul. Państw. Inst. Geol.*, **388**: 179–193.
- SCANLON B.R., HEALY R.W., COOK P.G., 2002 – Choosing appropriate techniques for quantifying groundwater recharge. *Hydrogeol. J.*, **10**, 1: 18–39.
- STACHURSKI M., 2006 – Wyznaczanie zasilania infiltracyjnego za pomocą zmodyfikowanego równania przepływu. *W: Modelowanie przepływu wód podziemnych (K. Dragon, M. Okońska, M. Marciniak, J. Przybyłek red.). Geologos*, 10: 227–239.
- YEH W. W-G., 1986 – Review of parameter identification procedures in groundwater hydrology: the inverse problem. *Water Resour. Res.*, **22**, 2: 95–108.