

GEOSTATYSTYKA JAKO NARZĘDZIE WSPOMAGAJĄCE BADANIA POLSKICH ZŁÓŻ – GŁÓWNE KIERUNKI ZASTOSOWAŃ

GEOSTATISTICS AS A TOOL SUPPORTING RESEARCH ON MINERAL DEPOSITS OF POLAND – MAIN DIRECTIONS OF APPLICATIONS

JACEK MUCHA¹, MONIKA WASILEWSKA-BŁASZCZYK¹

Abstrakt. W artykule skrótkowo przedstawiono historię rozwoju geostatystyki w świecie i jej zastosowań w Polsce. Wymieniono i skomentowano główne kierunki wykorzystania geostatystyki w badaniu polskich złóż kopalni stałych, a w szczególności do szacowania zasobów kopaliny oraz modelowania rozkładu przestrzennego wartości parametrów złóżowych. Wskazano na potrzebę i celowość wdrożenia metod geostatystycznych do praktyki rozpoznawania i dokumentowania złóż, projektowania ich eksploatacji i prognozy jakości urobku.

Słowa kluczowe: semiwariogram, kriging, geostatystyka, złoża.

Abstract. The history of development of geostatistical methods in the world and their applications in Poland are shortly presented. Main directions of the use of geostatistics in the evaluation of mineral deposits of Poland are discussed, especially with regard to resource estimation and modelling of spatial distribution of deposit parameters. The necessity of wider implementation of geostatistics for proving mineral deposits, exploitation planning, sampling pattern optimizing and output quality predicting is emphasized.

Key words: semivariogram, kriging, geostatistics, mineral deposits.

WSTĘP

Wkrótce minie półwiecze od ukazania się obszernej, dwuczęściowej monografii (1962–1963) francuskiego geologa i matematyka Georges’a Matherona (1930–2000), zawierającej podstawy teoretyczne nowej dyscypliny poświęconej szeroko rozumianej optymalizacji szacowania wartości parametrów geologicznych, którą jej twórca nazwał geostatystyką (obecnie stosuje się również termin „statystyka przestrzenna”). Geostatystyka zrewolucjonizowała wcześniejsze statystyczne podejście do podstawowego zadania geologii górniczej – szacowania zasobów i jakości złóż. Opierało się ono na klasycznej koncepcji niezależności pomiarów

parametru złóżowego tożsamej z założeniem czysto losowej zmienności jego wartości w przestrzeni złóżowej. Odrzucenie tego założenia wymagało wprowadzenia do badań instrumentu matematycznego opisującego strukturę zmienności parametru. Matheron zaproponował do tego celu semiwariogram, tzn. funkcję, która wyraża w sposób ilościowy średnie zróżnicowanie wartości parametru w zależności od średniej odległości między punktami opróbowań i kierunkiem badania (semiwariogram kierunkowy) lub wyłącznie w zależności od średniej odległości między punktami opróbowań (semiwariogram uśredniony). Modele matematyczne

¹ Wydział Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska, Akademia Górniczo-Hutnicza, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków;
e-mail: mucha@geol.agh.edu.pl, mwasilewska@geol.agh.edu.pl

semiwarioramów (zwane także semiwariorami teoretycznymi) są niezbędne w geostatystyce do szacowania wartości parametrów złożowych w punktach złoża nieobjętych próbowaniem i ich wartości średnich w obrębie złoża lub jego wydzielonych części. Procedurę szacowania nazwano krigingiem dla uhonorowania geologa z RPA – Daniela Krige'a, którego prace nad poprawą dokładności szacowania zasobów i jakości złóż złota formacji Witwatersrand były jedną z inspiracji i impulsów stworzenia geostatystyki. Kriging w swych najprostszych liniowych (parametrycznych) wersjach, jako kriging zwyczajny i prosty, szacuje wartości parametrów złożowych na podstawie algorytmu średniej ważonej, w którym istotny jest sposób wagowania wartości parametru w punktach opróbowań, gwarantujący minimalizację wariancji błędów oszacowania. Błąd oszacowania, zwany błędem krigingu, uwzględnia takie czynniki, jak: wzajemne położenie punktów rozpoznania (próbek), ich usytuowanie względem szacowanego punktu złoża lub części złoża, strukturę zmienności parametru, formę i wielkość parceli (bloku) obliczeniowego.

Pojawienie się i rozpowszechnienie procedury krigingu wywołało ożywione polemiki i uwagi krytyczne zwolenników innych metod, np. analizy trendów powierzchniowych. Zaprocentowało to propozycją krigingu uniwersalnego (Huijbregts, Matheron, 1971), uwzględniającego występowanie trendu w rozkładzie przestrzennym wartości parametrów geologicznych. Dalszy rozwój geostatystyki doprowadził do wypracowania bardziej zaawansowanych, nielinowych (nieparametrycznych) form krigingu, takich jak: kriging rozłączny (Matheron, 1976), kriging indyktorowy (Journel, 1983) i kriging probabilistyczny (Sullivan, 1984), pozwalających na określenie rozkładów prawdopodobieństwa szacowanej wartości parametru złożowego w obrębie złoża lub jego części. Kolejne, coraz bardziej złożone i wyrafinowane matematycznie formy krigingu, wraz z symulacją geostatystyczną tworzą dziś bogatą rodzinę procedur szacowania parametrów złożowych, ale ich omówienie wykracza poza ramy tego artykułu.

Coraz większe uznanie dokumentatorów złóż znajdują również rozwijające się równolegle metody symulacji geostatystycznej. Barię utrudniającą ich powszechne stosowanie jest ograniczona dostępność komputerów o odpowiednio dużej pamięci i mocy obliczeniowej.

Za największe osiągnięcie Matherona, oprócz zaproponowania i wdrożenia do praktyki geologiczno-górnicznej procedury krigingu, uznaje się opracowanie teorii umożliwiającej prognozowanie postaci rozkładów prawdopodobieństwa zawartości składników dla różnych baz geometrycznych pomiarów, tzn. zawartości określanych w obrębie próbek lub parcel obliczeniowych o różnej geometrii i wielkości.

W światowym rozwoju geostatystyki można wyróżnić kilka etapów obejmujących: kształtowanie się i dojrzewanie koncepcji nowej dyscypliny (do 1962 r.), przedstawienie jej podstaw teoretycznych i coraz szersze zastosowania w praktyce geologiczno-górnicznej (do przełomu lat 80. i 90. ubiegłego wieku), żywiołowy rozwój teorii i masowe zastosowanie po roku 1990, dzięki pojawieniu się publicznie dostępnego oprogramowania (Geo-EAS, Variowin Toolbox) i specjalistycznego oprogramowania komercyjnego (ISATIS, GS⁺) oraz powszechnej dostępności komputerów osobistych.

Metodologia geostatystyczna okazała się niezwykle pojemna i uniwersalna, co umożliwiło jej zastosowanie w wielu dziedzinach nauki, nieraz bardzo odległych od geologii, takich jak: leśnictwo, rybołówstwo, epidemiologia, meteorologia, geodezja, ochrona środowiska i energetyka.

Podstawowym celem prezentowanego artykułu była syntetyczna charakterystyka kierunków i ocena stanu dotychczasowych zastosowań metod geostatystycznych w badaniu polskich złóż kopalni stałych. Z uwagi na ograniczone ramy objętościowe artykułu odstępiono od prezentacji przykładów konkretnych zastosowań geostatystyki w Polsce. Niektóre z nich przedstawiono w pracach: Namysłowskiej-Wilczyńskiej (1993, 2006), Muchy (2002), Kokesza (2006) oraz Muchy i Wasilewskiej (2007). Przegląd polskich dokonań w zakresie aplikacji geostatystyki w dokumentowaniu złóż będzie przedmiotem odrębnej publikacji.

KIERUNKI ZASTOSOWAŃ GEOSTATYSTYKI W BADANIU POLSKICH ZŁÓŻ

Pierwsze, skromne zastosowania geostatystyki w geologii górniczej w Polsce notuje się od drugiej połowy lat 70. XX wieku. Pierwsza opublikowana praca z tego zakresu była poświęcona opisowi zmienności zawartości cynku i ołowiu w złożu rud Zn–Pb Bolesław za pomocą semiwarioramów (Mucha, 1978). Do połowy lat 80. XX wieku zainteresowanie zastosowaniem nowej dyscypliny było umiarkowane z powodu braku odpowiedniego oprogramowania i dostępu do tanich komputerów o odpowiedniej pamięci i szybkości obliczeń. W Polsce ten stan rzeczy pogłębiał dodatkowo ograniczony dostęp do literatury światowej przedmiotu, nieliczne kontakty z czołowymi ośrodkami naukowymi roz-

wijającymi geostatystykę i sporadyczny udział w zagranicznych konferencjach i warsztatach naukowych. Pojawienie się komputerów osobistych i pierwszych darmowych programów geostatystycznych na przełomie lat 80. i 90. XX wieku oraz możliwość zakupu profesjonalnego oprogramowania spowodowały znaczący wzrost zainteresowania metodami geostatystycznymi, przede wszystkim w geologii górniczej. Ich efektem są dość liczne publikacje w czasopiśmie krajowych, wystąpienia konferencyjne oraz opracowania niepublikowane. Można przyjąć, że łączna liczba publikacji i opracowań niepublikowanych z tego zakresu przekracza już 250 pozycji. Ich dokładniejsze oszacowanie jest

utrudnione z uwagi na rozproszenie publikacji w wielu czasopismach (kilkunastu) o profilach górniczym lub geologicznym, adresowanych do różnych odbiorców, jak również ograniczone możliwości dotarcia do prac niepublikowanych, przechowywanych w archiwach różnych instytucji. Przedmiotem analiz geostatystycznych było szerokie spektrum polskich złóż, głównie: rud Zn–Pb, Cu–Ag, siarki, węgla ka-

miennych i brunatnych, wapieni oraz kruszyw naturalnych. W większości opisane w publikacjach badania geostatystyczne miały charakter wrywkowy i skupiały się na wybranych zagadnieniach geologii górniczej lub złożowej, a tylko część z nich zawiera kompleksowe rozwiązanie zadań będących obligatoryjnymi elementami składowymi dokumentacji geologicznych i projektów zagospodarowania złoża.

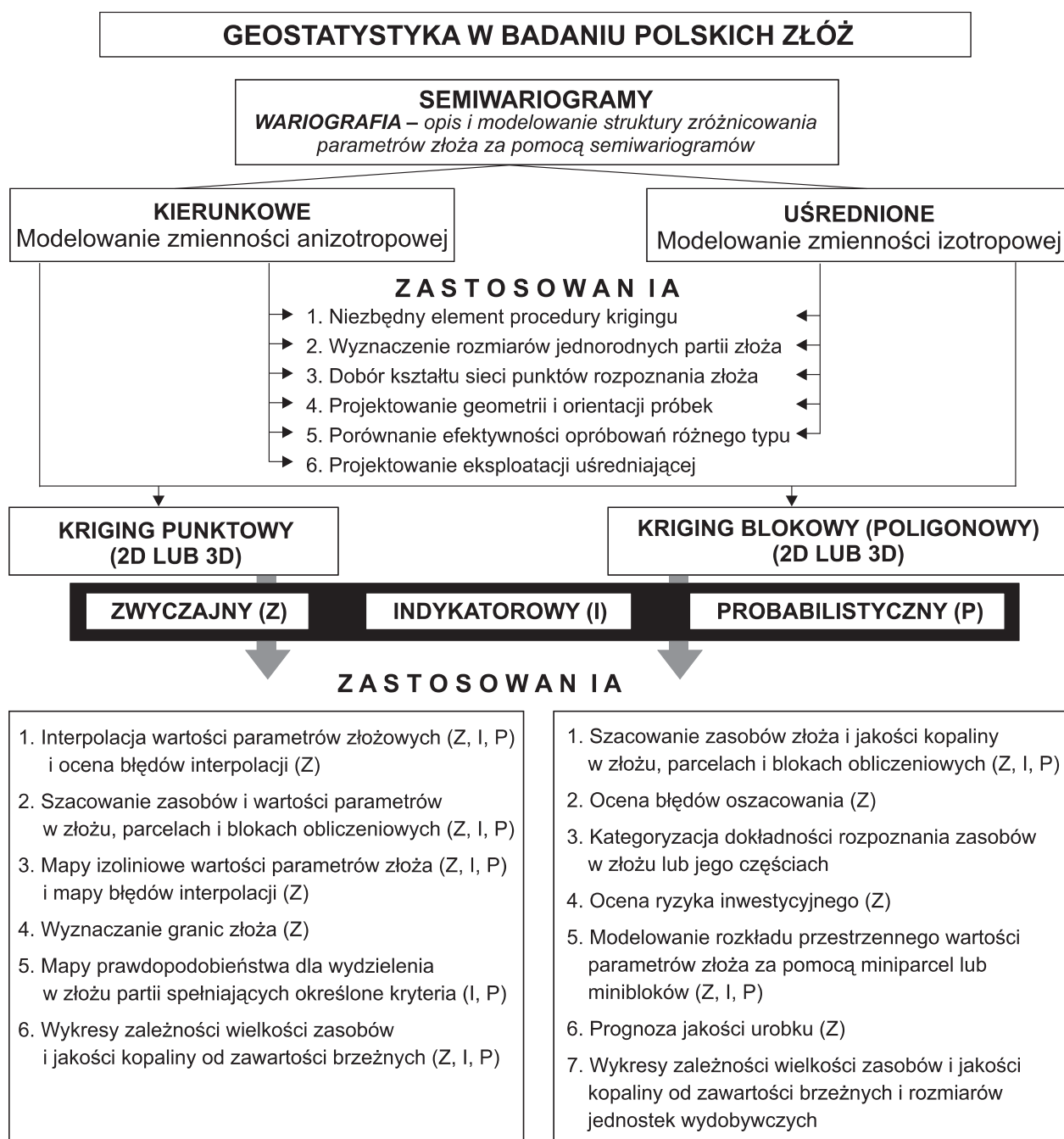


Fig. 1. Główne kierunki zastosowań metod geostatystycznych w badaniu polskich złóż

Main directions of research on mineral deposits of Poland with the use of geostatistical methods

Należą do nich między innymi: wyznaczanie granic złoża, szacowanie zasobów i jakości kopaliny, sporządzanie map wartości parametrów złożowych, ocena dokładności i wystarczalności rozpoznania, ustalanie zależności wielkości zasobów i jakości kopaliny od zawartości brzeżnych składnika użytecznego.

W dotychczasowym polskim dorobku z omawianego zakresu za skromny można uznać udział publikacji o charakterze książkowym (Namysłowska-Wilczyńska, 2006) i monograficznym (Kokesz, Nieć, 1992; Namysłowska-Wilczyńska, 1993; Mucha, 2002) lub w formie skryptów uczelnianych (Mucha, 1994).

Wachlarz zagadnień poruszanych i rozwiązywanych metodami geostatystycznymi jest szeroki. Podstawowe nurty zastosowań geostatystyki w badaniu polskich złóż przedstawiono schematycznie na [figurze 1](#) (zastosowania uszeregowano w kolejności zgodnej z częstością ich występowania).

Przede wszystkim wykorzystywano wyniki dwóch podstawowych elementów analizy geostatystycznej: modelowania struktury zmienności parametrów złożowych (w przestrzeni dwu- lub trójwymiarowej) oraz prognozy (szacowania) wartości parametrów złożowych w punktach, wydzielonych polach lub bryłach przestrzeni złożowej przy zastosowaniu różnych wersji i wariantów procedury krigingu.

Modelowanie struktury zmienności parametrów złożowych, jako nieodzowny krok poprzedzający procedurę krigingu, jest z oczywistych względów dominującym elementem zastosowań geostatystyki. Nieco rzadziej szczegółowej analizie poddawano samą strukturę zmienności opisaną za pomocą semiwariogramów ([fig. 2, 3](#)). Jej efektem była ocena znaczenia losowego (C_0) i nielosowego (C) składnika zmienności parametru, zasięgu autokorelacji (a), a w szczególności rozstrzygnięcie czy sama zmienność ma charakter anizotropowy, czy izotropowy.

Ilościowy opis anizotropii zmienności stwarza podstawy do zaprojektowania racjonalnego kształtu sieci rozpoznania i opróbowania złoża przy przejściu do wyższych kategorii poznania. Może być on również pomocny przy projektowaniu eksploatacji uśredniającej (głównie złóż rud) przez wskazanie optymalnej orientacji frontu eksploatacji (ściany) zgodnie z kierunkiem maksymalnej zmienności i postępu eksploatacji w kierunku minimalnej zmienności.

Zasięgi autokorelacji parametru (a), wyznaczone jako zakresy odległości, dla których obserwuje się wzrost wartości semiwariogramów ([fig. 2](#)) dla różnych kierunków badania przestrzeni złożowej, definiują rozmiary jednorodnych partii (brył) złoża. Modele semiwariogramów wykorzystywano w niewielkim zakresie dla określenia wielkości i rozmiarów próbek pobieranych w wyrobiskach górniczych, dla których wariancja parametru nie przekroczyła przyjętej z góry war-

tości progowej oraz do porównania efektywności opróbowań różnego typu.

Procedury krigingu stosowano w większości przypadków do szacowania wielkości zasobów i jakości kopaliny (średnich zawartości składników użytecznych i szkodliwych) w złożach lub ich partiach (blokach, parcelach obliczeniowych). Istotną częścią tych procedur (w wersji 2D i 3D) jest ocena dokładności oszacowań wyrażona za pomocą błędów krigingu ([fig. 2, 3](#)). Posłużyła ona do kategoryzacji stopnia rozpoznania zasobów złoża, określenia reprezentatywności sieci rozpoznawczej i oceny ryzyka inwestycyjnego. Drugim, równie często wykorzystywanym zastosowaniem procedur krigingu była interpolacja wartości parametrów złożowych. Jej wykonanie w odpowiednio gęstej i regularnej sieci punktów interpolacji (kriging punktowy 2D) lub niewielkich parcel (kriging blokowy 2D) stanowi podstawę wykreślenia mapy izolinii ilustrującej rozmieszczenie wartości parametrów złoża. Mapa taka może być przydatna dla projektantów górniczych do planowania optymalnych scenariuszy eksploatacji, określających wielkość parcel eksploatacyjnych i kolejność ich wybierania.

Na podstawie procedury krigingu 3D konstruowano modele przestrzenne zawartości składników użytecznych w przestrzeni złożowej. Umożliwiają one dokładniejsze wyznaczenie granic złoża bilansowego w płaszczyźnie pionowej i poziomej, a w konsekwencji dokładniejsze oszacowanie zasobów bilansowych. Najważniejszym zastosowaniem krigingu 3D wydaje się jednak możliwość dokładniejszej prognozy jakości urobku w złożach rud, poprzez bardziej wiarygodne oszacowanie średnich zawartości składników użytecznych i/lub szkodliwych w bloku eksploatacyjnym obejmującym złożo bilansowe wraz z przybierkami skał płonnych. Dla projektantów górniczych model przestrzenny złoża może stanowić cenną pomoc przy ustalaniu wysokości furty eksploatacyjnej.

Ciekawych informacji dostarczyło zastosowanie krigingu w odmianie indykatowej. Jego finalnym produktem jest mapa prawdopodobieństwa występowania wartości parametru większej lub mniejszej od przyjętej wartości progowej. Pozwala ona na wydzielenie w złożu jego części najbardziej lub najmniej atrakcyjnych z uwagi na rozpatrywany parametr złożowy, jak również lokalizowanie partii najbardziej niebezpiecznych z punktu widzenia zagrożeń naturalnych.

Niedocenionym i rzadko wykorzystanym zastosowaniem procedur krigingu były wykresy ilustrujące zmiany zasobów kopaliny i średnich zawartości składnika użytecznego w zależności od różnych wariantów zawartości brzeżnej. Mają one istotne znaczenie dla wielowariantowych analiz ekonomicznych opłacalności wydobywania i wyznaczania granic i zasobów złoża przemysłowego.

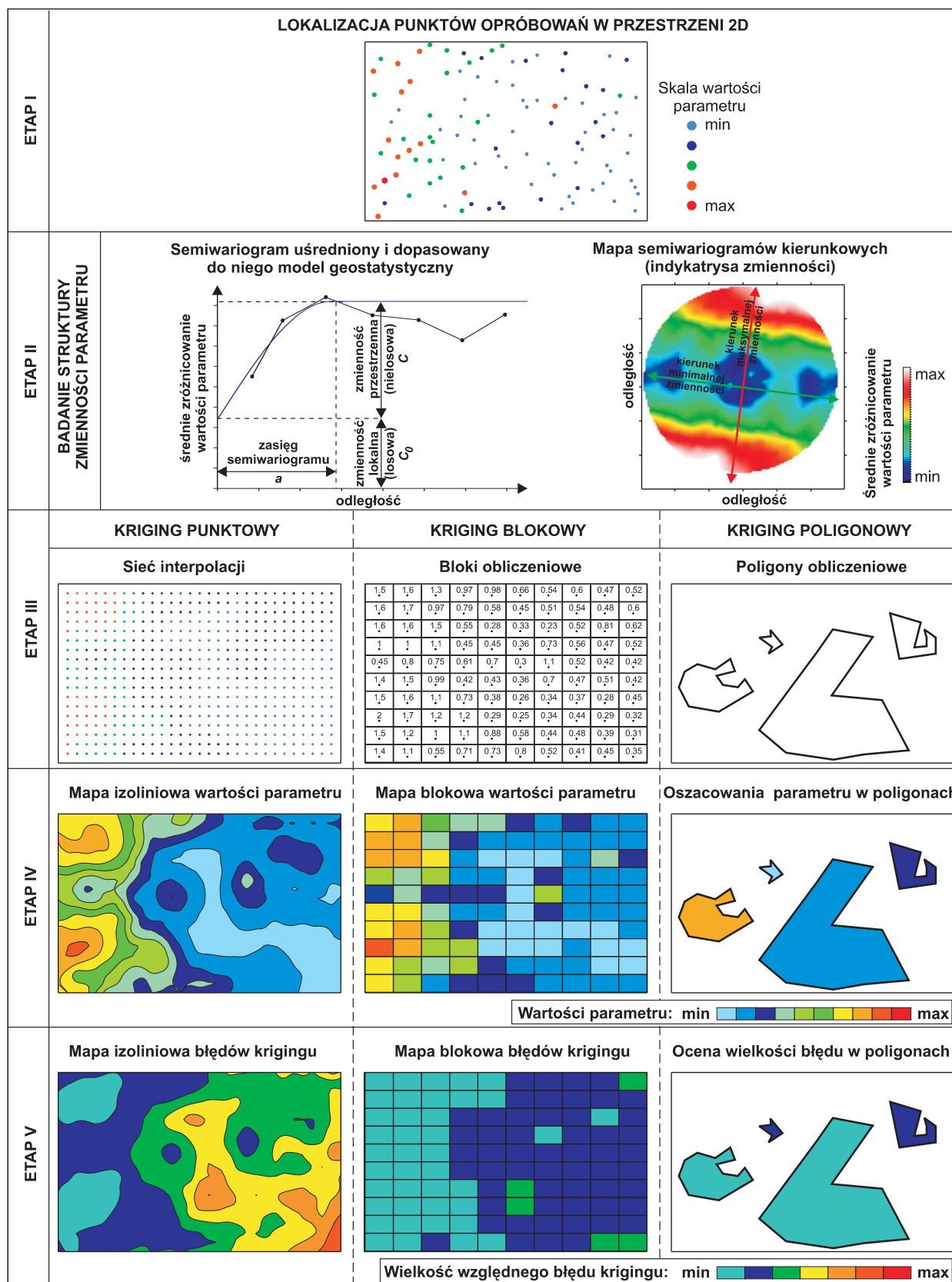


Fig. 2. Ilustracja przykładów zastosowań geostatystyki 2D do szacowania parametru złoża traktowanego jako ciało dwuwymiarowe

Examples of 2D geostatistics applications in the evaluation of deposit parameters

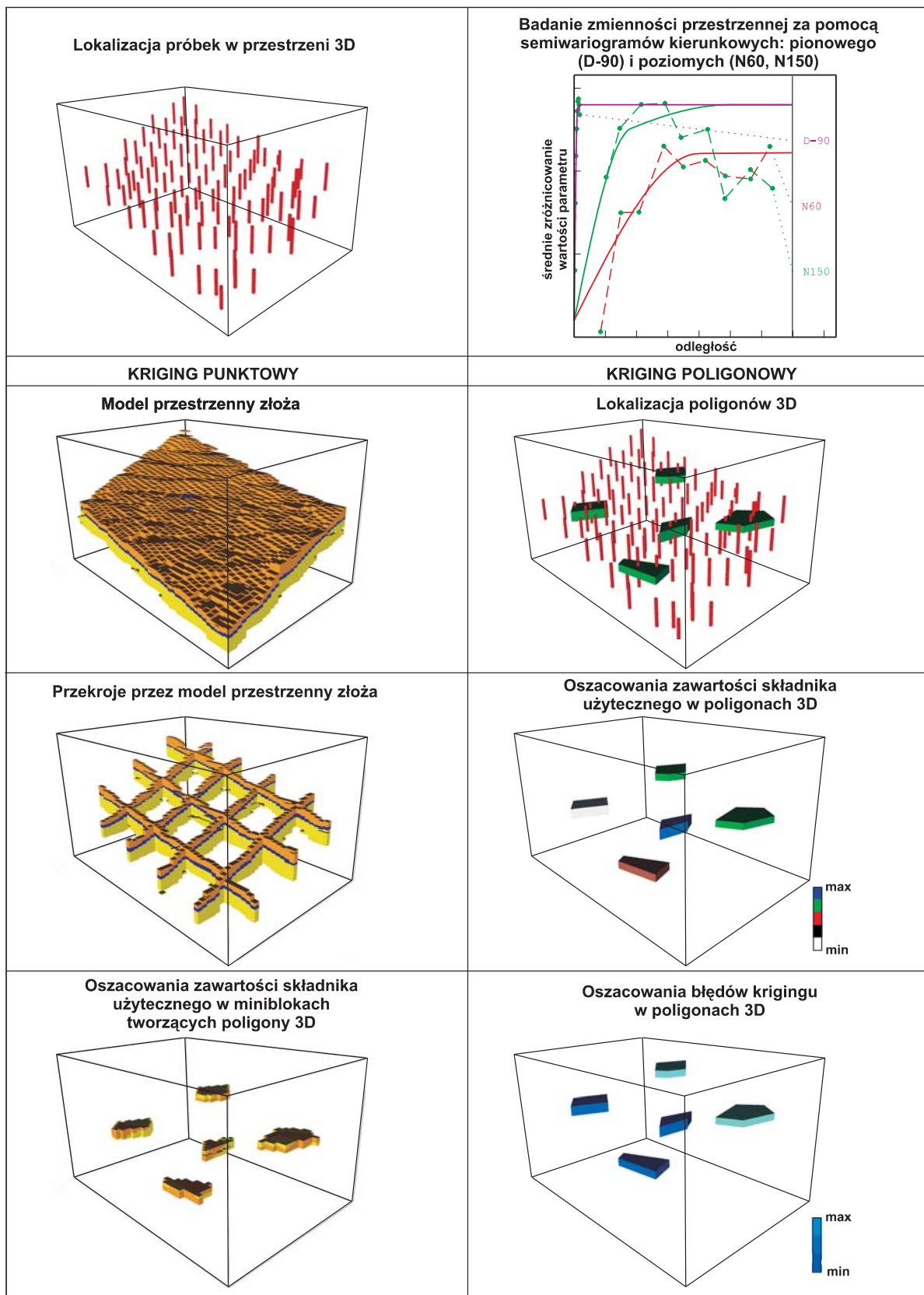


Fig. 3. Ilustracja przykładów zastosowań geostatystyki 3D do szacowania parametru złoża traktowanego jako ciało trójwymiarowe

Examples of 3D geostatistics applications in the evaluation of deposit parameters

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Zastosowaniami metod geostatystycznych w geologii górniczej i złożowej zajmuje się w Polsce stosunkowo nieliczny zespół osób pracujących głównie w ośrodkach akademickich (AGH, Politechnika Wrocławska, Politechnika Śląska), firmach związanych z geologia górnictwem (Cuprum, Poltegor, PRGW, COIG) i w niektórych kopalniach. Stosunkowo duża liczba publikacji i liczne wystąpienia konferencyjne wskazują na dużą aktywność naukową tego środowiska, która w pierwszym rzędzie była skierowana na zastosowanie podstawowych procedur geostatystyki liniowej i, w znacznie skromniejszym stopniu, na zastosowanie prostszych procedur geostatystyki nieliniowej (nieparametrycznej). Niewątpliwie następnym krokiem w badaniu złóż powinno być sprawdzenie celowości i przydatności bardziej złożonych procedur geostatystyki nieliniowej oraz symulacji geostatystycznych, szczególnie w odniesieniu do trójwymiarowego modelowania złóż.

Obecnie za niezadowalający należy uznać stan wdrożenia tych metod do praktyki geologiczno-górnictwowej w kopalniach, co wymaga zakupu odpowiedniego, profesjonalnego oprogramowania i przeszkolenia do ich obsługi załóg lub zatrudnienia specjalistów z zakresu geostatystycznego modelowania i szacowania złóż. Należy zwrócić uwagę, że programy przeznaczone do projektowania górnictwowej zawierają z reguły wbudowane moduły geostatystyczne (np. Minescape, Surpac). Wdrożenie takich programów do praktyki geologiczno-górnictwowej w najbliższej przyszłości powinno zrekompenzować kopalniom nakłady i wysiłki poniesione na zrealizowanie tego celu, między innymi poprzez obniżenie kosztów działalności geologicznej w kopalni, uzyskanie dokładniejszych prognoz jakości urobku i racjonalizację wydobycia kopaliny.

Pracę wykonano w ramach badań statutowych KGZiG AGH nr 11.11.140.562.

LITERATURA

- HUIJBREGTS C., MATHERON G., 1971 — Universal kriging (An optimal method for estimating and contouring in trend surface analysis). *Can. Inst. Min. Metall.*, **12**: 159–169.
- JOURNEL A.G., 1983 — Nonparametric estimation of spatial distribution. *Math. Geol.*, **15**, 3: 445–468.
- KOKESZ Z., 2006 — Application of linear geostatistics to evaluation of Polish mineral deposits. *Gosp. Sur. Miner.*, **22**, 2: 53–65.
- KOKESZ Z., NIEĆ M., 1992 — Metody geostatystyczne w rozpoznawaniu i dokumentowaniu złóż oraz w ochronie środowiska. *Studia i Rozpr. CPPGSMiE PAN*, **19**.
- MATHERON G., 1962–1963 — *Traité de géostatistique appliquée*. T. 1 (1962), T. 2 (1963). Editions Technip., Paris.
- MATHERON G., 1976 — A simple substitute for conditional expectation: The disjunctive kriging. *W: Advanced geostatistics in the mining industry* (red. M. Guaracio i in.): 221–236. D. Reidel, Dordrecht.
- MUCHA J., 1978 — Geostatystyczny opis zmienności zawartości cynku i ołowiu na przykładzie fragmentu złoża kopalni Bolesław. *Tech. Posz. Geol.*, **5**: 20–26.
- MUCHA J., 1994 — Metody geostatystyczne w dokumentowaniu złóż. Katedra Geologii Kopalnianej AGH, Kraków.
- MUCHA J., 2002 — Struktura zmienności zawartości Zn i Pb w śląsko-krakowskich złożach rud Zn–Pb. *Studia, Rozprawy, Monografie, IGSMiE PAN*, **108**.
- MUCHA J., WASILEWSKA M., 2007 — Geostatystyka nieparametryczna w dokumentowaniu złóż. Symp. XI Warsztaty Górnicze z cyklu „Zagrożenia naturalne w górnictwie”, Ślesin k. Konina, 4–6 czerwca, 2007.
- NAMYSŁOWSKA-WILCZYŃSKA B., 1993 — Zmienność złóż rud miedzi na monoklinie przedsudeckiej w świetle badań geostatystycznych. *Pr. Nauk. Inst. Geotech. Hydrotech. PWroc., Monografie*, **21**.
- NAMYSŁOWSKA-WILCZYŃSKA B., 2006 — Geostatystyka. Teoria i zastosowania. Oficyna Wyd. PWroc., Wrocław.
- SULLIVAN J., 1984 — Conditional recovery estimation through probability kriging – theory and practice. *W: Geostatistics for natural resources characterization. Part I* (red. G. Verly i in.): 365–384. D. Reidel, Dordrecht.