

WIARYGODNOŚĆ MODELOWANIA 3D ZAWARTOŚCI Pb ORAZ GŁÓWNYCH METALI W ZŁOŻU RUD Cu-Ag SIEROSZOWICE (LGOM)

RELIABILITY OF 3D MODELLING OF THE Pb AND MAIN METALS CONTENT IN THE SIEROSZOWICE Cu-Ag ORE DEPOSIT (LUBIN-GŁOGÓW COPPER DISTRICT)

MONIKA WASILEWSKA-BŁASZCZYK¹, MATEUSZ KRUK¹, JACEK MUCHA¹

Abstrakt. W artykule podjęto próbę oceny możliwości wiarygodnego modelowania 3D zawartości ołowiu w porównaniu do wiarygodności modelowania 3D zawartości głównych metali złoża Cu i Ag. Modele 3D zawartości pierwiastków wykonano metodami interpolacyjnymi (kriging zwyczajny w dwóch wariantach i metoda odwrotnej odległości do kwadratu) oraz symulacyjnymi (symulacja Turning Bands). Weryfikacja dokładności oszacowań zawartości metali w modelu 3D, wykonana punktowo na podstawie zbioru testowego, wykazała że możliwe do zaakceptowania w praktyce geologiczno-górnictwej są oszacowania zawartości Cu i Ag (mediany błędów oszacowań w rzędu 40%), natomiast wiarygodność modelu Pb jest mała (mediany błędów rzędu 70%). Wynika to z niekorzystnych cech statystycznych zawartości większości pierwiastków towarzyszących (silnie asymetrycznych rozkładów prawdopodobieństwa, bardzo dużej zmienności i występowania licznych wartości anomalnych) oraz ze znacznie rzadszej sieci opróbowań złoża dla oznaczeń pierwiastków towarzyszących niż dla Cu. Generalnie, obliczone mediany błędów interpolacji dla 4 metod nie dają podstaw do wyróżnienia jakiegokolwiek z nich jako zapewniającej w każdym przypadku wyższą dokładność oszacowań zawartości pierwiastków.

Słowa kluczowe: ołów, model 3D, interpolacja, kriging zwyczajny, symulacja geostatystyczna, złożo Cu-Ag.

Abstract. The paper attempts to evaluate the possibility of reliable 3D modelling of lead content against the reliability of 3D modelling of Cu and Ag (main metals in the Sieroszowice Cu-Ag deposit) contents. The 3D modelling of the content of these elements was performed using interpolation (ordinary kriging in two variants, and squared inverse distance weighting) and simulation methods (Turning Bands Simulation). The assessment of the accuracy of estimates of metal contents determined from the 3D model, based on both spot samples and a training set, has shown that the estimated contents of Cu and Ag are acceptable for geological and mining applications (medians of estimation errors in the order of 40%), while the reliability of the Pb model is low (medians of estimation errors in the order of 70%). This is due to the unfavourable statistical features of the majority of the accompanying elements and, in particular, the highly asymmetric probability distributions, their high variability, the presence of numerous anomalous values, and the much lower density of the sampling network in the mining excavations when determining accompanying elements other than Cu. In general, the calculated medians of interpolation errors for the four methods do not allow determining the one providing (in each case) higher accuracy when assessing the content of the elements.

Key words: lead, 3D model, interpolation, ordinary kriging, geostatistical simulation, Cu-Ag deposit.

¹ AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków; e-mail: wasilews@agh.edu.pl, mateuszk139@gmail.com, mucha@geol.agh.edu.pl.

WSTĘP

W KGHM PM S.A. oprócz głównych metali (Cu, Ag) oraz Au, Ni, Pt-Pd, Re, Se jest odzyskiwany również ołów rafinowany. Produkuje się tam rocznie ponad 30 tys. ton ołowiu surowego. Zasoby Pb są wykazywane w corocznie sporządzanym operacie ewidencyjnym zasobów. Struktura zysków KGHM z produkcji Cu i Ag wynosi odpowiednio około 75–80% i 13–18%, na tle około 1–3% zysków z odzysku ołowiu i pozostałych produktów (kgm.com). Zawartość ołowiu, występującego głównie w galenie, jest zazwyczaj niska, rzędu 0,0X do 0,X%. Jedynie lokalnie odnotowuje się podwyższone zawartości ołowiu sięgające kilku procent (Nieć, Piestrzyński, 2007).

Geochemiczne modelowanie 3D złóż zdobywa w ostatnich latach coraz większą popularność, nie tylko jako sposób wizualizacji rozmieszczenia przestrzennego składnika użytecznego, lecz również jako podstawa szacowania zasobów kopaliny i górniczego projektowania eksploatacji. Głównym celem prezentowanych badań była ocena możliwości wiarygodnego modelowania 3D zawartości ołowiu. Na tle zmienności głównych metali (Cu i Ag) zmienność ołowiu jest zdecydowanie większa, często skrajnie duża, co poważnie utrudnia konstruowanie modelu jego przestrzennego rozmieszczenia. Zasadność przedstawiania zawartości

Pb w przestrzeni 3-wymiarowej wynika z jego lokalnego i nieregularnego występowania w profilu pionowym złoża.

Modelowanie 3D zawartości Pb wykonano metodami interpolacyjnymi: krigingu zwyczajnego (OK) w dwóch wariantach i metodą odwrotnej odległości (IDW) oraz przy zastosowaniu symulacji geostatystycznej określanej w literaturze anglojęzycznej jako Turning Bands Simulation (TB). Weryfikacji wiarygodności wykonanych modeli 3D zawartości Pb dokonano na próbkach testowych. Wielkości błędów oszacowań dla wykonanych modeli 3D zawartości Pb porównano z błędami dla modeli 3D zawartości Cu i Ag skonstruowanych przy wykorzystaniu tych samych metod.

W literaturze światowej zagadnienie modelowania 3D złóż różnych kopaliny było poruszane w bardzo licznych artykułach. Modelowanie 3D zawartości pierwiastków towarzyszących złożom Cu-Ag LGOM nie było dotychczas przedmiotem publikacji. Zasady i trudności trójwymiarowego modelowania parametrów złóż Cu-Ag LGOM, ze szczególnym uwzględnieniem zawartości Cu, przy zastosowaniu geostatystycznej procedury krigingu zwyczajnego, przedstawiono w pracach Muchy i Wasilewskiej (2009) oraz Muchy i Wasilewskiej-Błaszczuk (2010).

MATERIAŁ PODSTAWOWY BADAŃ

Badaniami objęto fragment złoża rud Cu-Ag LGOM (OG Sieroszowice) o powierzchni blisko 2 km² (fig. 1). Z uwagi na brak złoża w serii piaskowcowej modelowanie wykonano jedynie dla serii węglanowej i łupkowej. Zbiór danych będący podstawą budowy geochemicznego modelu 3D (Pb, Cu, Ag) stanowiły informacje z ponad 3 600 pozycji (stanowisk) opróbowania złoża w wyrobiskach górniczych, w obrębie których pobrano łącznie 39 150 próbek cząstkowych (fig. 1). Zawartości Cu oznaczono we wszystkich próbkach cząstkowych w każdej pozycji opróbowania, natomiast zawartości Pb i Ag oznaczono jedynie w około 260 stanowiskach opróbowania (około 1 270 skomasowanych próbek cząstkowych).

W płaszczyźnie poziomej sieć opróbowania złoża dla oznaczenia zawartości miedzi jest około 4-krotnie gęstsza w porównaniu z siecią opróbowania dla określenia zawartości Pb i Ag (średnie odległości pomiędzy próbkami dla Cu wynoszą około 23 m, dla Ag i Pb ponad 80 m). Znacznie mniejsza częstotliwość opróbowania złoża dla oznaczenia Pb w kierunku poziomym nie jest jedynym mankamentem rzutującym na dokładność modelowania i szacowania zawartości tego pierwiastka. Wiarygodność modelu 3D złoża uzależniona jest także od gęstości opróbowania w profilu pionowym złoża. Próbkę cząstkową pobierane dla oznaczenia Cu są przypisywane do odpowiednich wydziałów litologicznych głównych, a odległości między sąsiednimi prób-

kami wynoszą z reguły 20 cm. Oznaczenie Ag i Pb odbywa się zazwyczaj w tzw. próbkach skomasowanych – powstających z połączenia kilku kolejnych próbek cząstkowych, w których wcześniej oznaczono indywidualnie zawartości Cu. Dodatkowo na jakość modelu 3D ujemny wpływ mają zróżnicowane długości pobieranych próbek cząstkowych. Mediany długości próbek cząstkowych dla oznaczenia Cu wynoszą 0,25 m dla węglanów i 0,15 m dla łupków, natomiast dla oznaczenia Pb i Ag odpowiednio 0,9 m (węglany) i 0,18 m (łupki). Do celów modelowania pierwotne długości próbek cząstkowych należy ujednoczyć (zregulizować), a do przeliczenia zawartości metalu w próbce zregulizowanej stosuje się algorytm średniej ważonej (wagę stanowi pierwotna długość próbek cząstkowych) (Sinclair, Blackwell, 2002). Na potrzeby wykonania modelu geochemicznego 3D i późniejszej jego weryfikacji na próbkach kontrolnych, pierwotne długości próbek cząstkowych zregulizowano do wielkości 0,1 m.

Ocenę dokładności modeli 3D zawartości Pb, Cu i Ag wykonano na 30 testowych stanowiskach opróbowania, w których pobrano 348 próbek cząstkowych.

Z uwagi na wyspowe występowanie Pb w profilu pionowym serii litologicznych, często powyżej górnej granicy złoża bilansowego, analizę statystyczną i modelowanie 3D wykonano w granicach opróbowania wyznaczonego przez skrajnie rozmieszczone próbki cząstkowe. Rozszerzenie

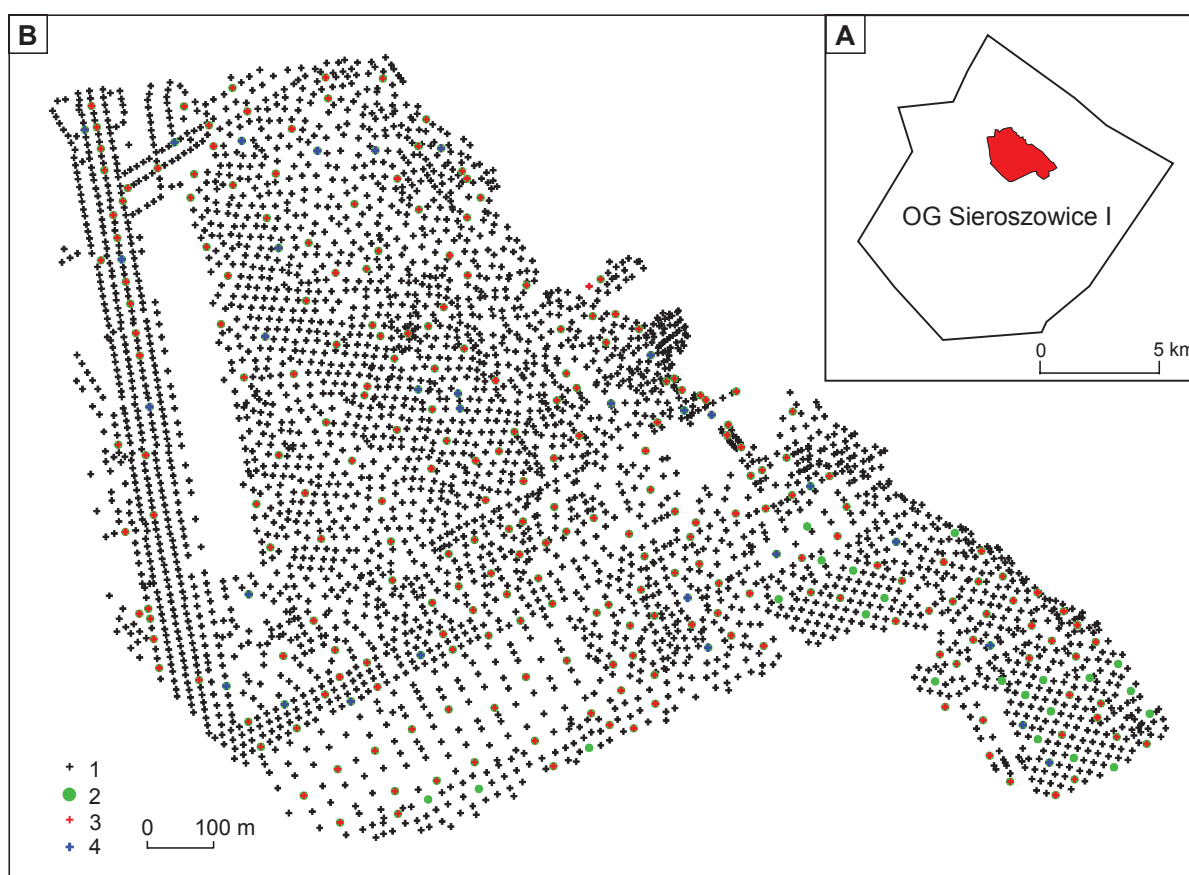


Fig. 1. A. Lokalizacja badań na tle obszaru górniczego Sierszowice. B. Rozmieszczenie stanowisk opróbowania złoża w podstawowym zbiorze danych z informacją o rodzaju oznaczonego pierwiastka (1 – Cu, 2 – Pb, 3 – Ag); 4 – lokalizacja próbek testowych

A. Location of the research area against the Sierszowice mining area. **B.** The distribution of deposit sampling sites in a basic data set with information on the determined elements (1 – Cu; 2 – Pb; 3 – Ag); 4 – the location of test samples

granic modelu 3D, poza granice złoża bilansowego Cu-Ag, spowodowało pojawienie się w zbiorach danych zawartości Cu często poniżej wartości 0,7%. Niskie zawartości Ag i Pb stwierdza się również często w granicach wyznaczonego złoża bilansowego Cu-Ag. Z tego względu analizę statystyczną zawartości pierwiastków wykonano dla pełnych zbiorów danych oraz po odrzuceniu niskich ich zawartości ($\text{Cu} < 0,7\%$, $\text{Ag} < 10 \text{ g/Mg}$, $\text{Pb} < 0,1$).

Podstawowe miary statystyczne oraz histogramy zawartości Cu, Pb i Ag w zregulowanych próbkach cząstkowych podstawowego i testowego zbioru danych, oddzielnie dla serii węglanowej i łupkowej, przedstawiono na figurze 2.

Rozkłady zawartości Pb, Cu i Ag w serii węglanowej oraz zawartości Pb w serii łupkowej są silnie lub skrajnie silnie prawostronnie asymetryczne, co może powodować trudności w szacowaniu wartości tych parametrów. Jedynie

rozkłady zawartości Cu i Ag w serii łupkowej są zbliżone do symetrycznych lub słabo prawostronnie asymetryczne.

Współczynniki zmienności zawartości Cu, Ag i Pb w serii węglanowej i Pb w serii łupkowej, z wartościami z przedziału 143–201%, upoważniają do określenia zmienności tych parametrów jako bardzo dużej lub skrajnie dużej (tab. 1). Nawet 3-krotnie niższe wartości współczynników zmienności dla Cu i Ag w serii łupkowej (54% i 63%) świadczą o dużej zmienności. Na tak duże wartości współczynników zmienności mają z pewnością wpływ zerowe lub bardzo małe zawartości metali stwierdzone w granicach opróbowania, również poza granicą złoża bilansowego Cu-Ag. Po wyselekcjonowaniu ze zbiorów danych podstawowych zawartości metali spełniających kryteria: $\text{Cu} > 0,7\%$, $\text{Ag} > 10 \text{ g/Mg}$ i $\text{Pb} > 0,1\%$ wartości współczynników zmienności zmniejszyły się znacząco, w skrajnych przypadkach nawet o połowę.

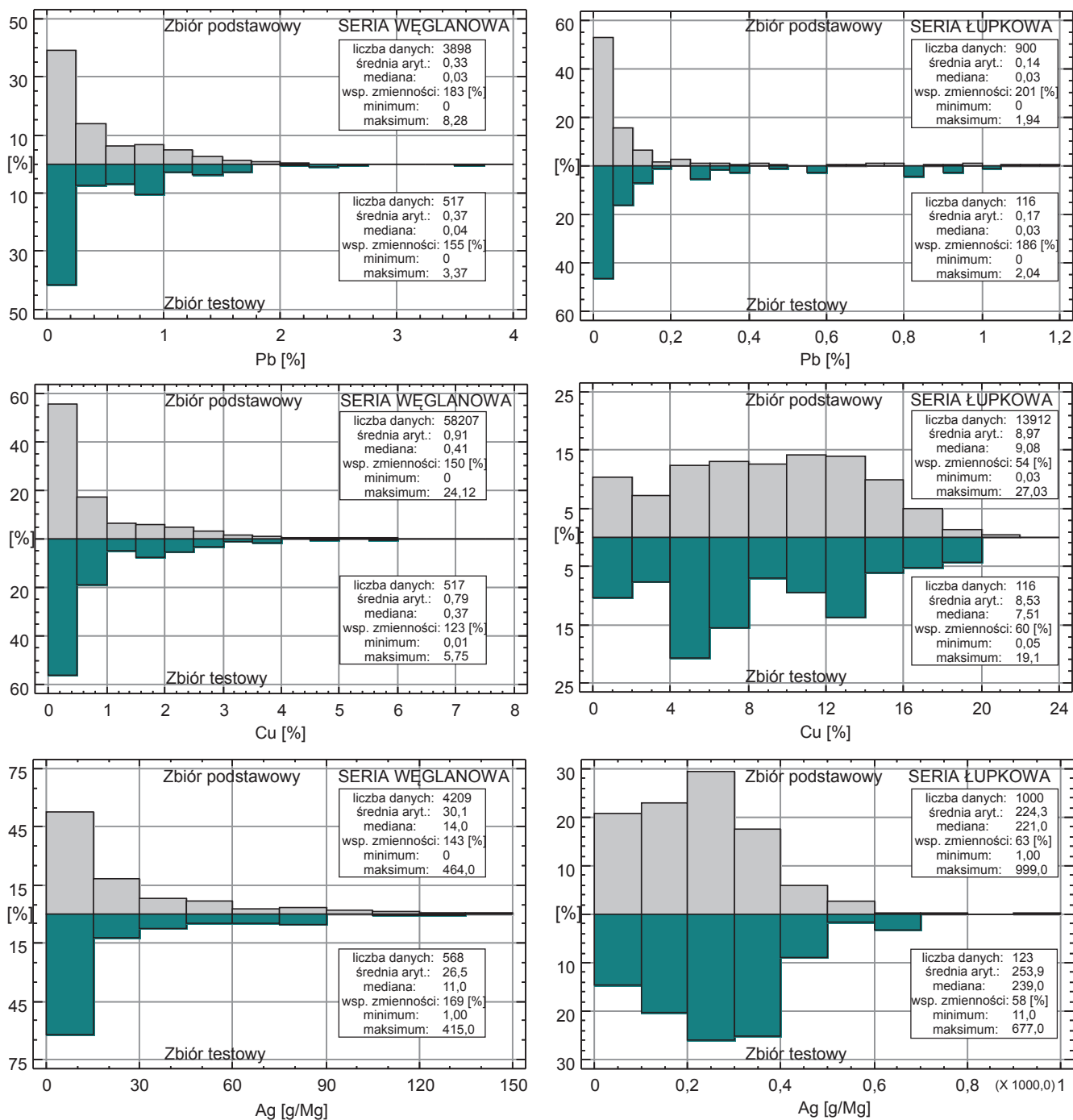


Fig. 2. Histogramy zawartości Pb, Cu i Ag w zregulowanych próbkach cząstkowych: zbiór podstawowy (w górnej części wykresu), zbiór testowy (w dolnej części wykresu)

Histograms of Pb, Cu and Ag contents in elementary samples after regularization: primary data set (top), training set (bottom)

Tabela 1

Statystyka zawartości Pb, Cu i Ag w zregulizowanych próbkach cząstkowych podstawowego zbioru danych i w próbkach kontrolnych

The Pb, Cu, and Ag content statistics in the regularized partial samples of the primary data set and in the control samples

Parametr statystyczny	ZAWARTOŚĆ Pb [%]							
	SERIA WĘGLANOWA				SERIA ŁUPKOWA			
	Pełny zbiór danych		Zbiór danych po wyselekcjonowaniu próbek z zawartością Pb > 0,1 [%]		Pełny zbiór danych		Zbiór danych po wyselekcjonowaniu próbek z zawartością Pb > 0,1 [%]	
	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy
Liczba prób	3898	517	1748	228	900	116	220	34
Minimum	0	0	0,1	0,11	0	0	0,1	0,11
Maximum	8,3	3,7	8,28	3,7	1,94	2,04	1,94	2,04
Średnia arytmetyczna	0,33	0,37	0,72	0,81	0,14	0,17	0,49	0,5
Mediana	0,03	0,04	0,53	0,79	0,03	0,03	0,33	0,35
Współczynnik zmienności	183%	155%	102%	76%	201%	186%	82%	81%
Współczynnik skośności	6,57	2,13	6,59	1,53	3,04	3,14	1,12	1,84
Współczynnik spłaszczenia	77,5	5,9	64,4	3,86	9,7	12,8	0,64	5,07
Parametr statystyczny	ZAWARTOŚĆ Cu [%]							
	SERIA WĘGLANOWA				SERIA ŁUPKOWA			
	Pełny zbiór danych		Zbiór danych po wyselekcjonowaniu próbek z zawartością Cu > 0,7 [%]		Pełny zbiór danych		Zbiór danych po wyselekcjonowaniu próbek z zawartością Cu > 0,7 [%]	
	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy
Liczba prób	58207	517	20345	180	13912	116	13178	105
Minimum	0	0,01	0,7	0,7	0,03	0,05	0,7	1,02
Maximum	24,12	5,75	24,12	5,75	27,03	19,1	27,03	19,1
Średnia arytmetyczna	0,91	0,79	2,15	1,83	8,97	8,53	9,45	9,39
Mediana	0,41	0,37	1,74	1,74	9,08	7,51	9,53	8,23
Współczynnik zmienności	150%	123%	78%	55%	54%	60%	48%	49%
Współczynnik skośności	4,04	1,98	3,59	1,35	-0,03	0,23	0,04	0,41
Współczynnik spłaszczenia	29,98	4,48	22,71	2,47	-0,79	-0,84	-0,75	-0,96
Parametr statystyczny	ZAWARTOŚĆ Ag [g/Mg]							
	SERIA WĘGLANOWA				SERIA ŁUPKOWA			
	Pełny zbiór danych		Zbiór danych po wyselekcjonowaniu próbek z zawartością Ag > 10 [g/Mg]		Pełny zbiór danych		Zbiór danych po wyselekcjonowaniu próbek z zawartością Ag > 10 [g/Mg]	
	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy	Zbiór podstawowy	Zbiór testowy
Liczba prób	4209	568	2744	318	1000	123	982	123
Minimum	0,00	1,0	10,0	10,0	1	11	10	11
Maximum	464,00	415,0	464,0	415,0	999	677	999	677
Średnia arytmetyczna	30	27	44	44	224,3	253,9	228,3	253,9
Mediana	14,00	11,0	26,0	29,0	221	239	223	239
Współczynnik zmienności	143%	169%	111%	125%	63%	58%	61%	58%
Współczynnik skośności	3,75	5,2	3,3	4,3	0,8	0,5	0,83	0,5
Współczynnik spłaszczenia	21,00	36,3	16,3	24,2	1,9	0,37	2,04	0,37

METODYKA BADAŃ

Do modelowania 3D rozmieszczenia zawartości Pb w punktach wytypowanego fragmentu złoża Polkowice-Sieroszowice wykorzystano 3 metody:

- deterministyczną – opartą na interpolacji z wagowaniem na odwrotność odległości do kwadratu (IDW);
- geostatystyczną – opartą na procedurze krigingu zwyczajnego w dwóch wariantach modelu struktury zróżnicowania zawartości pierwiastków: z przyjętym modelem liniowym (LOK), z obliczonym modelem dla danych opróbowań (OK);
- symulację geostatystyczną w wersji określanej jako turning bands (TB).

W metodach interpolacji z wagowaniem na odwrotność odległości do kwadratu i metodzie krigingu zwyczajnego oszacowania wartości parametru w węzłach sieci interpolacyjnej dokonuje się na podstawie algorytmu średniej ważonej:

$$z_A^* = \sum_{i=1}^n W_i \cdot z_i \quad [1]$$

gdzie:

w_i – współczynnik wagowy przypisany i-temu punktowi opróbowania, który znalazł się w strefie wyszukiwania danych,

z_i – wartość parametru w i-tym punkcie opróbowania,

n – liczba danych uwzględniana w interpolacji (liczba punktów opróbowań, zlokalizowanych w obrębie strefy wyszukiwania

danych).

W obu metodach w odmienny sposób oblicza się współczynniki wagowe. W metodzie z wagowaniem na odwrotność odległości do kwadratu oblicza się je ze wzoru:

$$w_i = \frac{1}{d_{Ai}^2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{d_{Ai}^2} \quad [2]$$

gdzie:

d_{Ai} – odległość punktu interpolacji A od i-tego punktu opróbowania zlokalizowanego w obrębie strefy wyszukiwania danych).

Geostatystyczna metoda krigingu zwyczajnego do obliczenia współczynników wagowych wymaga wcześniejszego ustalenia modelu teoretycznego struktury zmienności parametru dopasowanego do semiwariogramu empirycznego. Współczynniki wagowe krigingu (w_{Ki}) wyznacza się z układu równań krigingu (Journel, Huijbregts, 1978).

Gdy udział składnika nielosowego w strukturze zmienności parametru jest stosunkowo mały, kriging jest metodą wrażliwą na efekt wygładzenia (zachodzi przeszacowanie niskich i niedoszacowanie wysokich wartości parametru w punktach interpolacji) (Wasilewska, Mucha, 2006). W celu wiernego odwzorowania w modelu 3D stwierdzonych w punktach rozpoznania wartości parametru można zastosować metodę krigingu zwyczajnego z założonym, bez

badania struktury zmienności, modelem liniowym ze współczynnikiem kierunkowym prostej równym 1 i wyrazem wolnym równym 0.

Niedoskonałości procedur geostatystycznych krigingu związane z tworzeniem zbyt wygładzonego obrazu zmian wartości parametrów w przestrzeni złożowej, a zarazem z maskowaniem i zaniżaniem ich lokalnego zróżnicowania przyczyniły się do powstania i wdrożenia w pierwszej połowie lat siedemdziesiątych metod symulacji geostatystycznej. Najważniejszym celem symulacji jest ocena lokalnej zmienności parametrów złożowych i ocena niepewności szacowania ich wartości.

Liczne metody symulacyjne pozwalają na wyeliminowanie lub znaczące ograniczenie niekorzystnych aspektów modelowania złoża z zastosowaniem klasycznych procedur krigingu. Pierwszą z nich była zaimplementowana przez Journela w 1974 r. metoda określana w literaturze przedmiotu jako symulacja Turning Bands (TB) (Vann i in., 2002). Metoda TB umożliwia symulację warunkową, tzn. taką, która honoruje zarówno empiryczny rozkład prawdopodobieństwa i model semiwariogramu wartości badanego parametru, jak również jego wartości pomierzone w punktach opróbowania. Obecnie wobec wprowadzenia bardziej efektywnych metod symulacji takich jak: sequential gaussian simulation, truncated gaussian simulation, plurigaussian simulation jest ona wypierana z praktycznych zastosowań (Webster, Oliver, 2007). Podobnie jak wymienione metody, TB wymaga przetransformowania rozkładu empirycznego zbudowanego na podstawie danych pomiarowych do standardowego rozkładu normalnego o zerowej wartości średniej i jednostkowej wariancji np. przy zastosowaniu techniki określanej jako anamorfoza Gaussa. Dla tak przetransformowanych danych określa się wariogram (lub autokowariancję) w przestrzeni 3D, a następnie wyprowadza się z niej postać tej funkcji dla przestrzeni 1D.

W uproszczeniu metoda TB polega na generowaniu dyskretnych, niezależnych realizacji jednowymiarowego procesu losowego wzdłuż co najmniej kilkunastu linii regularnie rozmieszczonych i rozchodzących się promieniście w modelowanej przestrzeni 3D złoża. Deutsch i Journel (1992) stosują dla przestrzeni trójwymiarowej 15 linii, ale znaczące polepszenie jakości symulacji uzyskał Tompson dla 100 linii (Olea, 1999). Realizacje jednowymiarowe są następnie rzutowane na osie układu trójwymiarowego i uśredniane. Otrzymany wynik stanowi bezwarunkową wartość symulowaną parametru złożowego przypisywaną odpowiedniemu punktowi przestrzeni (punktach interpolacji). W identyczny sposób określa się wartości we wszystkich założonych punktach przestrzeni złożowej (węzłach sieci interpolacyjnej) oraz punktach opróbowań. W celu zapewnienia honorowania danych pomiarowych w punktach opróbowań przeprowadza się, przy zastosowaniu procedury krigingu zwyczajnego, dwukrotne oszacowanie wartości parametru złożowego w węzłach sieci interpolacyjnej na podstawie znormalizowanych danych pomiarowych w punktach opró-

bować oraz na podstawie określonych w tych punktach wartości zasymulowanych. Ostatecznie wartości symulowane w danym punkcie interpolacji (x) określone są z formuły:

$$z_{CS}(x) = z_K^*(x) + z_{nS}(x) - z_{nSK}^*(x) \quad [3]$$

gdzie:

$z_{CS}(x)$ – wynik symulacji warunkowej wartości parametru złożowego w punkcie interpolacji x ,

$z_K^*(x)$ – wartość parametru złożowego w punkcie interpolacji x oszacowana metodą krigingu dla znormalizowanych danych pomiarowych z punktów opróbowań,

$z_{nSK}^*(x)$ – wartość parametru złożowego w punkcie interpolacji x oszacowana metodą krigingu dla danych zasymulowanych w punktach opróbowań,

$z_{nS}(x)$ – realizacja symulacji w punkcie x .

Procedurę symulacji TB wartości parametru złożowego w węzłach sieci interpolacyjnej kończy „odzyskanie” wartości rzeczywistych (oryginalnych) parametru przez dokonanie na znormalizowanych wartościach zasymulowanych transformacji odwrotnej do anamorfozy Gaussa.

Dokładny opis symulacji turning bands przedstawili między innymi: Deutsch i Journel (1992), Olea (1999), Namysłowska-Wilczyńska (2006) oraz Webster i Oliver (2007).

ZAŁOŻENIA MODELOWANIA 3D

Geochemiczny model 3D zawartości Pb, Cu i Ag wykonano w sieci punktów interpolacji 5,0x5,0x0,1 m, będących jednocześnie węzłami interpolacji, w których szacowano zawartości metali. Szacowanie wartości parametrów w przestrzeni 3D poprzedzono interpolacją 2D przebiegu granicy pomiędzy seriami węglanową i łupkową oraz dolnej i górnej granicy modelu 3D w pionie, którą wyznaczały skrajne próbki cząstkowe (pionowy zasięg opróbowania). Jedynie węzły sieci interpolacji, które znalazły się w tak wyznaczonych granicach modelowania, były przedmiotem szacowania zawartości metali. Szacowanie w przypadku każdej z zastosowanych metod wykonano oddzielnie dla głównych serii litologicznych. Szacowanie w węzłach sieci interpolacyjnej 3D wykonano na podstawie zawartości pierwiastków w zregulowanych próbkach cząstkowych znajdujących się w elipsoidzie wyszukiwania danych o promieniach 200x200x1,5 m, nachylonej zgodnie z generalnym nachyleniem stropu piaskowca. Elipsoidę podzielono na 4 sektory, a w szacowaniu uwzględniono

Weryfikacji dokładności oszacowania zawartości Pb, Cu i Ag w modelach 3D wykonanych w 4 wariantach dokonano na testowych pozycjach opróbowania. Zawartości pierwiastków w kontrolnych próbkach cząstkowych porównano z wartościami parametru oszacowanymi w punktach interpolacji modelu 3D, które znajdowały się najbliżej danej kontrolnej próbki cząstkowej. Jako miarę dokładności interpolacji przyjęto różnice oszacowanych i rzeczywistych (stwierdzonych) zawartości w kontrolnych próbkach cząstkowych. Wyznaczono średni absolutny błąd względny ze wzoru:

$$\bar{\epsilon}_{AR} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|z_i^* - z_i|}{z_i} \cdot 100\% \quad [4]$$

gdzie:

N – liczba kontrolnych próbek cząstkowych,

z_i^* – oszacowana wartość parametru w punkcie opróbowania i

z_i – rzeczywista (stwierdzona) wartość parametru w punkcie opróbowania i .

O wysokiej jakości interpolacji świadczą możliwie niskie wartości średnie błędów absolutnych $\bar{\epsilon}_{AR}$.

Wszystkie dalsze obliczenia i grafiki wykonano w programie ISATIS Software for Geostatistics (firmy Geovariances).

maksymalnie 4 próbki cząstkowe z każdego sektora (maksymalnie 2 w pionie z jednego stanowiska opróbowania). Przyjęte rozmiary elipsoidy gwarantują odpowiednią liczbę próbek wykorzystywanych w oszacowaniu wartości parametru w dowolnym punkcie złoża. W symulacji Turning Bands wykonano 50 równoważnych realizacji dla znormalizowanych zawartości Pb, następnie, po zastosowaniu transformacji powrotnej do zawartości Pb przed normalizacją, wszystkie realizacje uśredniono. Procedury transformacji zawartości Pb do postaci znormalizowanej i transformacji powrotnej dokonano na podstawie diagramu anamorfozy Gaussa (fig. 3C). Parametry geostatystycznych modeli teoretycznych dopasowanych do semiwariogramów 3D, które wykorzystano przy szacowaniu wartości parametrów metodami krigingu zwyčajnego i symulacji Turning Bands zestawiono w tabeli 2. Przykładowe semiwariogramy aproksymowane modelami teoretycznymi i wykres anamorfozy Gaussa dla zawartości Pb w serii węglanowej przedstawiono na figurze 3.

WYNIKI BADAŃ

Modele 3D zawartości Pb dla 4 wykorzystanych w ich utworzeniu metod przedstawiono na figurze 4, natomiast na figurze 5 pokazano przykładowo modele 3D rozmieszczenia zawartości Cu, Ag i Pb wykonane metodą krigingu zwyčajnego (OK).

Prognoza zawartości Pb w punktach zbioru testowego dokonana na podstawie modeli 3D wykonanych 4 metodami cechuje się niską dokładnością z medianami absolutnych błędów względnych interpolacji rzędu 70–80% w seriach węglan-

Tabela 2

Parametry modeli semiwariogramów 3D zawartości Pb, Cu i Ag wykorzystane w metodach krigingu zwyczajnego (dla danych podstawowych) i symulacji Turning Bands (dla danych przetransformowanych do rozkładu normalnego)

The parameters of 3D Pb, Cu, and Ag semivariogram models used in ordinary kriging (basic data) and Turning Bands Simulation (data transformed to normal distribution)

Pb								
Parametry modeli geostatystycznych *	Dane podstawowe				Dane znormalizowane			
	seria węglanowa		seria łupkowa		seria węglanowa		seria łupkowa	
	kierunek 0°	kierunek 90°	kierunek 0°	kierunek 90°	kierunek 0°	kierunek 90°	kierunek 0°	kierunek 90°
C ₀ [% ²]	0	0	0,04	0	0,3	0	0,2	0
C [% ²]	0,25	0,18	0,01	0,075	0,38	0,3	0,58	0,4
a [m]	95	0,95	50	0,35	185	1	195	0,45
U _N [%]	100%	100%	20%	100%	56%	100%	74%	100%
Cu								
Parametry modeli geostatystycznych	Dane podstawowe				Dane znormalizowane			
	seria węglanowa		seria łupkowa		seria węglanowa		seria łupkowa	
	kierunek 0°	kierunek 90°	kierunek 0°	kierunek 90°	kierunek 0°	kierunek 90°	kierunek 0°	kierunek 90°
C ₀ [% ²]	1,5	0	20,5	0	0,46	0	0,87	0
C [% ²]	0,5	1,5	2,3	22,8	0,4	0,68	0,05	1
a [m]	250	0,91	250	0,32	175	1	80	0,3
U _N [%]	25%	100%	10%	100%	47%	100%	5%	100%
Ag								
Parametry modeli geostatystycznych	Dane podstawowe				Dane znormalizowane			
	seria węglanowa		seria łupkowa		seria węglanowa		seria łupkowa	
	kierunek 0°	kierunek 90°	kierunek 0°	kierunek 90°	kierunek 0°	kierunek 90°	kierunek 0°	kierunek 90°
C ₀ [g/Mg ²]	900	0	13500	0	0,35	0	0,7	0
C [g/Mg ²]	600	1500	2070	19000	0,57	0,75	0,15	1
a [m]	100	0,95	80	0,75	82	0,9	50	0,4
U _N [%]	40%	100%	13%	100%	62%	100%	18%	100%

* Podane w nawiasach jednostki dotyczą modeli teoretycznych dla danych podstawowych; kierunek 0° – model geostatystyczny dla semiwariogramu w kierunku zbliżonym do poziomego, zgodnym z generalnym nachyleniem stropu piaskowca w obszarze badań, 90° – model geostatystyczny dla semiwariogramu w kierunku pionowym; C₀ – wariancja zmienności lokalnej; C – wariancja zmienności przestrzennej; a – zasięg semiwariogramu; U_N – maksymalny udział nielosowego składnika w zmienności parametru

* The unit in brackets refers to the theoretical models for the basic data; 0° – geostatistical model for the semivariogram in a near-horizontal direction consistent with the general slope of the sandstone roof in the research area, 90° – geostatistical model for the vertical semivariogram; C₀ – nugget variance, C – variance of spatial variability; a – range of semivariogram; U_N – maximum share of non-random component

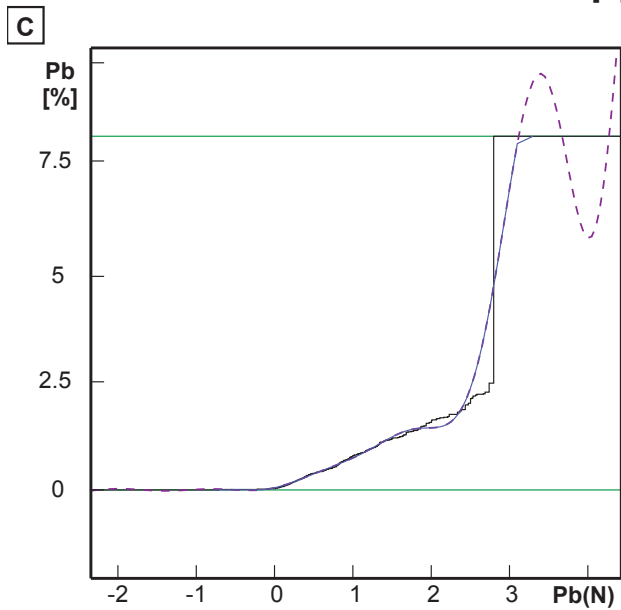
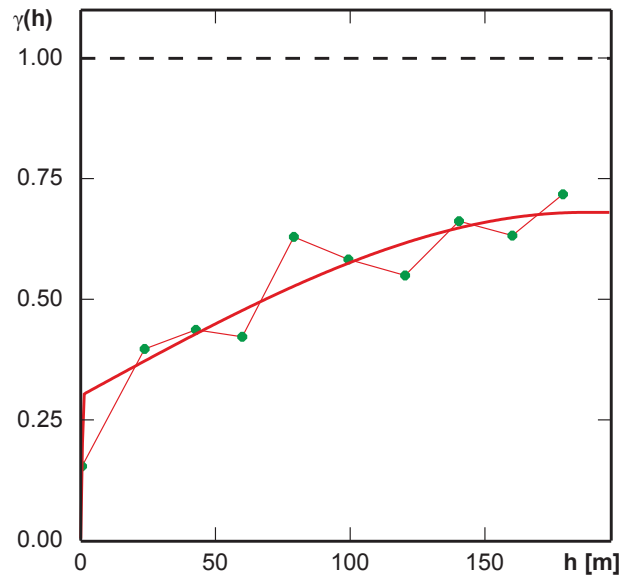
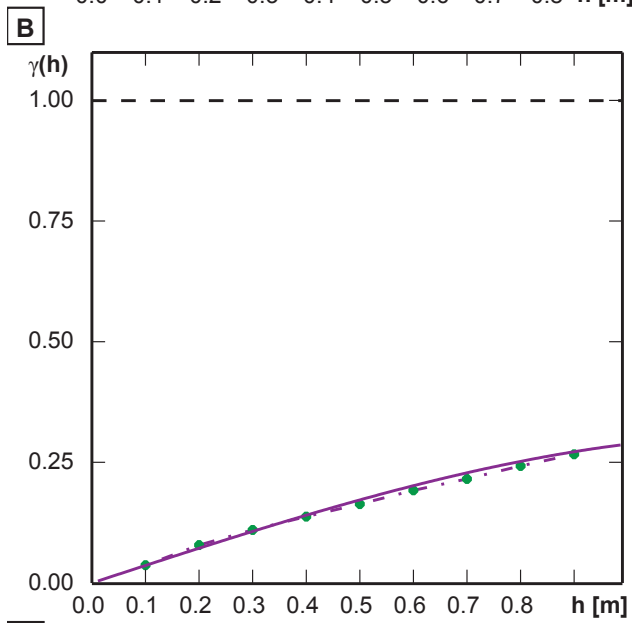
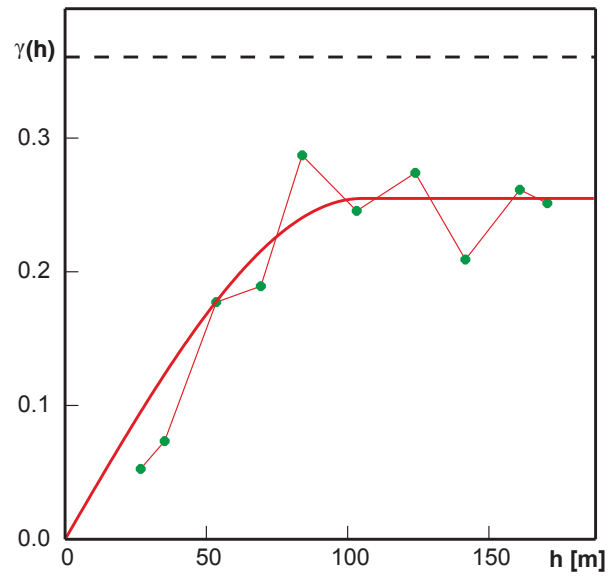
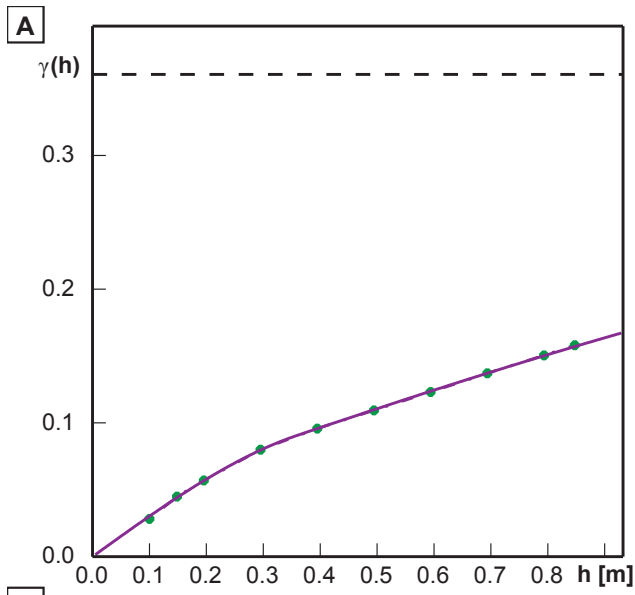


Fig. 3. Przykład semiwariogramów dla kierunku pionowego (po lewej stronie) i kierunku zgodnego z kierunkiem nachylenia stropu piaskowca (po prawej) aproksymowanych modelami teoretycznymi przed (A) i po (B) znormalizowaniu zawartości Pb w serii węglanowej z wykorzystaniem wykresu anamorfozy Gaussa (C)

$\gamma(h)$ – wartość semiwariogramu, h – odległość, Pb(N) – zawartość Pb po transformacji do rozkładu normalnego

Sample semivariograms: vertical direction (left) and direction corresponding to the slope of the sandstone floor (right) approximated with theoretical models before (A) and after (B) standardizing the Pb content in the carbonate series using Gaussian anamorphosis (C)

$\gamma(h)$ – semivariogram value, h – distance, Pb(N) – Pb content after transformation to normal distribution



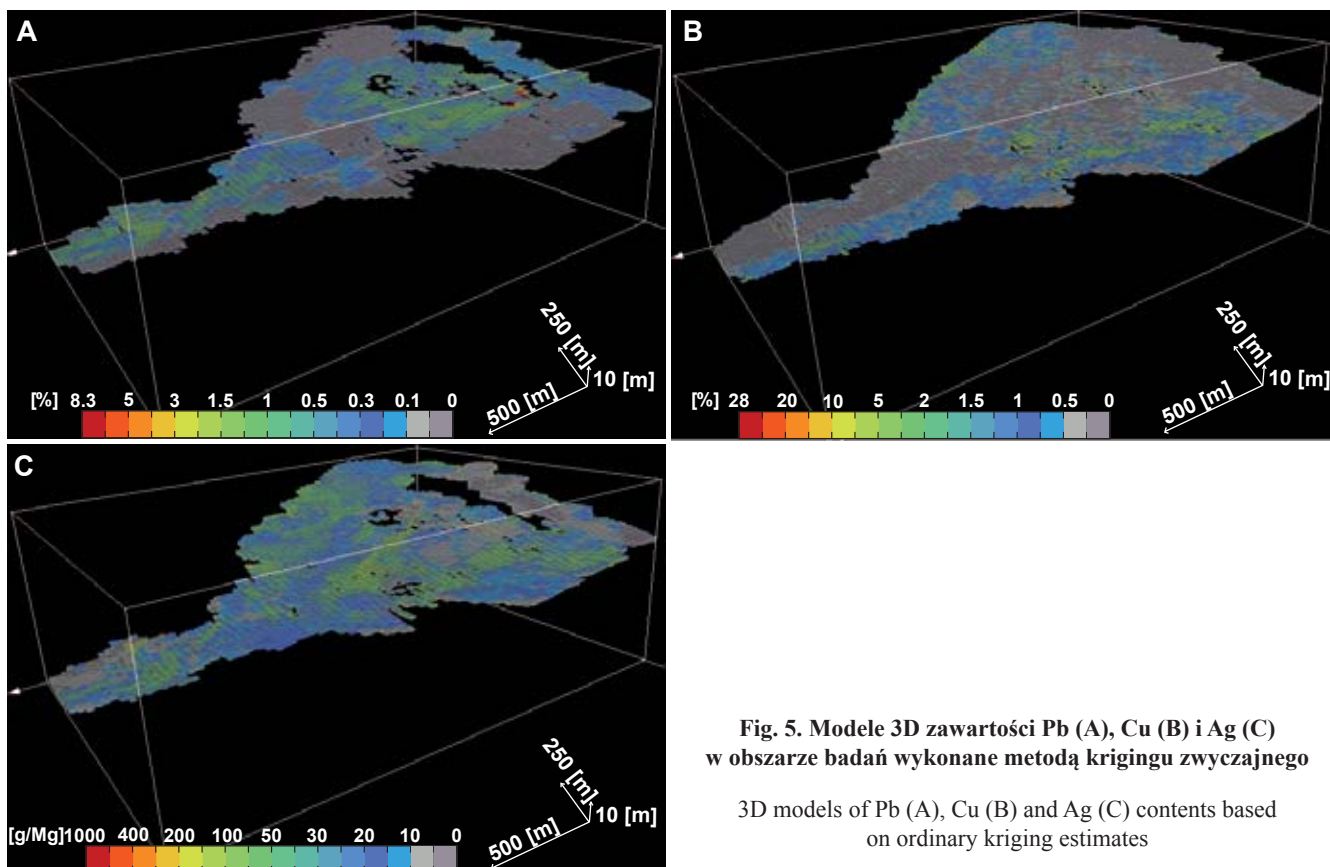
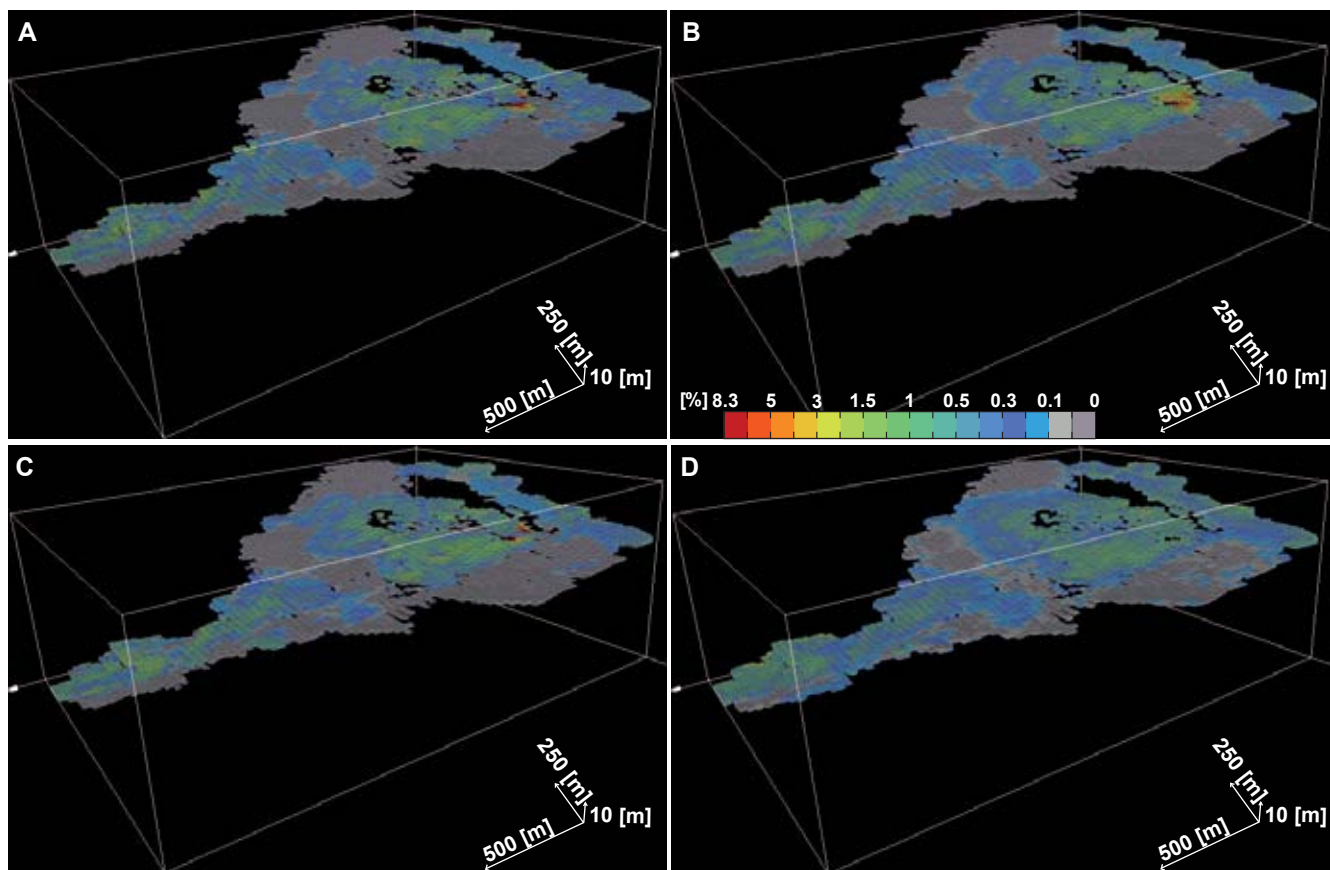


Fig. 5. Modele 3D zawartości Pb (A), Cu (B) i Ag (C) w obszarze badań wykonane metodą krzygu zwyczajnego

3D models of Pb (A), Cu (B) and Ag (C) contents based on ordinary kriging estimates

Fig. 4. Modele 3D zawartości Pb w obszarze badań wykonane metodami: odwrotnej odległości do potęgi 2 (A), kriginu zwyczajnego z założonym modelem liniowym semiwariogramu (B) i po badaniu struktury zmienności (C), symulacji Turning Bands (D)

3D models of Pb content for the methods: squared inverse distance weighting (A), ordinary kriging with a linear semivariogram model (B), ordinary kriging with a model of empirical semivariogram (C), Turning Bands Simulation (D)

←

nowej i łupkowej (fig. 6). Dokładność szacowania zawartości Pb jest porównywalna z szacowaniem zawartości Ag w serii węglanowej. Najwyższą dokładność z błędami, odpowiednio o około 40% i 30% mniejszymi od analogicznych błędów dla zawartości Pb, stwierdzono dla zawartości Cu i Ag w serii łupkowej i Cu w serii węglanowej. Istotnie mniejsze wielkości błędów należy wiązać ze znacznie mniejszą, ale pomimo to dużą zmiennością zawartości Ag w zregulowanych próbkach cząstkowych (ze współczynnikami zmienności rzędu 50–60%) w porównaniu ze skrajnie dużą zmiennością zawartości Pb (ze współczynnikami zmienności rzędu 180–200%). Empiryczne rozkłady prawdopodobieństwa zawartości Cu i Ag w serii łupkowej są ponadto zbliżone do symetrycznych, natomiast zawartości Pb są zazwyczaj skrajnie silnie asymetryczne, co niewątpliwie wpływa na trudności poprawnego szacowania zawartości Pb.

Różnice w wielkościach błędów interpolacji zawartości Pb dla 4 metod wykorzystanych do utworzenia modeli 3D zawartości metali w granicach opróbowania złoża (włączając próbki cząstkowe z niskimi zawartościami metali) wynoszą od kilku % dla serii węglanowej do ponad 20% dla serii łupkowej. Zbliżone różnice w dokładności prognozy różnymi metodami stwierdzono dla zawartości Ag i nieco wyższe, rzędu 25–35%, w przypadku Cu w serii węglanowej. Stwierdzono ponadto praktyczną zbieżność w dokładności oszacowań zawartości Cu i Ag w serii łupkowej dokonanych wszystkimi zastosowanymi metodami. Z nielicznymi wyjątkami (zawartość Pb i Cu w serii łupkowej) modele 3D zawartości metali wykonane metodą symulacji Turning Bands cechują się wyższymi wartościami błędów interpolacji. Jako przykład można wymienić model 3D zawartości Cu w serii węglanowej z medianą względnego

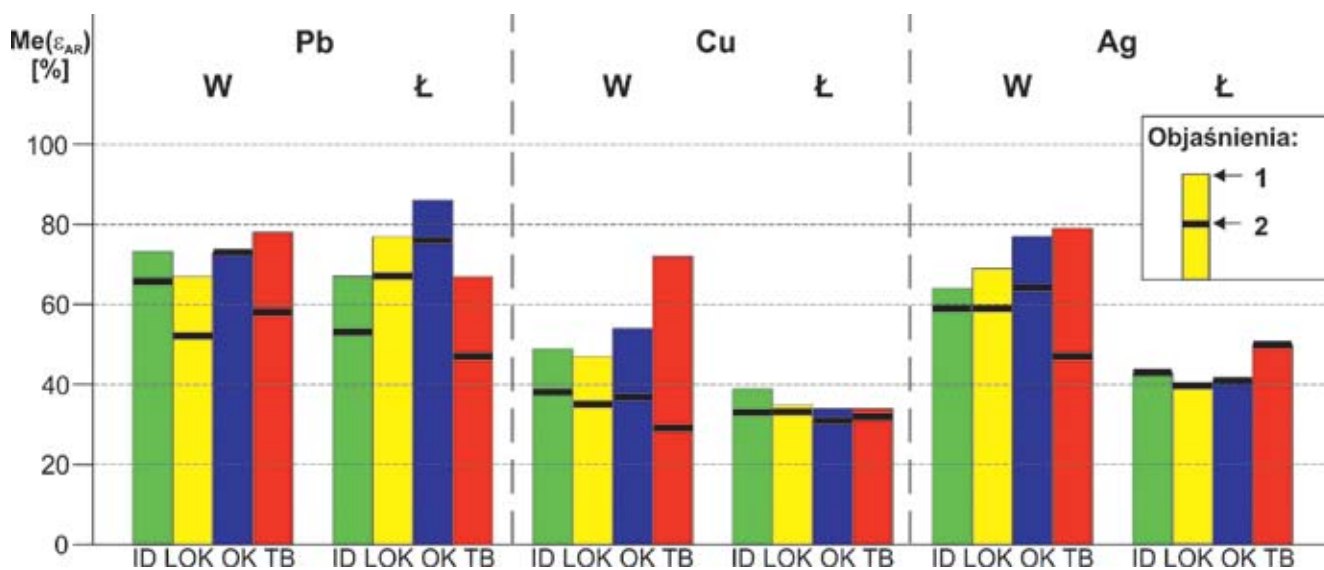


Fig. 6. Zestawienie median absolutnych błędów względnych interpolacji w punktach zbioru testowego dla 4 metod wykorzystanych do szacowania zawartości Pb, Cu i Ag w modelu geochemicznym 3D (ID – metoda odwrotnej odległości do 2 potęgi, LOK – krigin zwyczajny z założonym modelem liniowym semiwariogramu, OK – krigin zwyczajny z modelem dopasowanym do semiwariogramu empirycznego, TB – symulacja Turning Bands)

W – seria węglanowa, Ł – seria łupkowa; 1 – wielkość mediany absolutnych błędów względnych interpolacji w punktach zbioru testowego, 2 – wielkość mediany absolutnych błędów względnych interpolacji w punktach zbioru testowego dla zawartości Pb > 0,1%, Cu > 0,7% i Ag > 10 g/Mg

The summary of medians of absolute relative interpolation errors in the training set for the four methods used to assess the Pb, Cu, and Ag content using the 3D geochemical model (ID – squared inverse distance weighting, LOK – ordinary kriging with a linear semivariogram model, OK – ordinary kriging with a suitable empirical semivariogram model, TB – Turning Bands Simulation)

W – carbonate series, Ł – shale series; 1 – the median of absolute relative interpolation errors in the training set, 2 – the median of absolute relative interpolation errors in the training set for Pb > 0.1%, Cu > 0.7%, and Ag > 10 g/Mg

błędu interpolacji na poziomie 70%, podczas gdy metody interpolacyjne dają dokładność prognozy parametru nawet poniżej 50%. Ocena prognozy zawartości pierwiastków metodą Turning Bands daje lepsze rezultaty dla kontrolnych próbek cząstkowych po odrzuceniu niskich zawartości pierwiastków (fig. 6). Mediany absolutnych błędów względ-

nych interpolacji, w porównaniu z medianami dla pełnych zbiorów testowych są często mniejsze. Przykładem tego może być wspomniana już wcześniej zawartość Cu w serii węglanowej, gdzie mediana błędów zmniejszyła się z 70% do około 30%, co jest wynikiem bardziej jednorodnych zbiorów danych.

WNIOSKI

Modelowanie 3D zawartości pierwiastków w złożach Cu-Ag LGOM, w szczególności pierwiastków śladowych, jest zadaniem trudnym. Stosowanie do tego celu nawet wyrafinowanych i skomplikowanych algorytmów obliczeniowych, nie prowadzi na ogół do osiągnięcia w lokalnej skali obserwacji dokładności możliwej do zaakceptowania w praktyce geologiczno-górnictwej.

W przypadku rozpatrywanego fragmentu złoża Sieroszowice dokładność oceny punktowej zawartości metali na podstawie modelu 3D jedynie dla zawartości Cu i Ag w serii łupkowej i Cu w serii węglanowej z medianami błędów interpolacji 35–50% można uznać za akceptowalną. Dokładność oszacowań punktowych zawartości Pb, bez względu na zastosowaną metodę modelowania 3D, jest znacznie niższa i zdecydowanie niesatysfakcjonująca z medianami błędów rzędu 70%. Można oczekiwać, że wiarygodność modeli 3D innych pierwiastków towarzyszących w złożu Cu-Ag LGOM (np. As, Co) będzie także niska. Wynika to z jednej strony z niekorzystnych cech statystycznych zawartości większości pierwiastków towarzyszących, a w szczególności silnie asymetrycznych rozkładów prawdopodobieństwa, ich bardzo dużej zmienności oraz występowania licznych zawartości anomalnie wysokich a z drugiej strony ze znacznie rzadszej sieci opróbowań złoża w wyrobiskach górniczych (w przypadku oznaczeń Pb sieć opróbowań jest 4-krotnie rzadsza niż dla oznaczeń Cu) oraz trudności z poprawnym oznaczaniem zawartości niektórych pierwiastków towarzyszących o bardzo niskich zawartościach. Szerszy opis czynników wpływających na małą dokładność szacowania

zawartości pierwiastków towarzyszących w złożach Cu-Ag LGOM zawiera artykuł Niecia i in. (2005).

Obliczone mediany błędów interpolacji dla 4 metod (fig. 6) nie dają podstaw do wyróżnienia żadnej z nich, jako zapewniającej w każdym przypadku wyższą dokładność oszacowań pierwiastków.

Należy zwrócić uwagę, że przedstawiona weryfikacja wiarygodności modeli 3D skonstruowanych z wykorzystaniem 4 metod została przeprowadzona punktowo na testowym zbiorze kontrolnych próbek cząstkowych. Predykcja zawartości metali w punktach złoża jest z zasady obciążona dużymi błędami, znacznie większymi niż predykcja wykonywana dla mniejszych lub większych fragmentów złoża odpowiadających przykładowo obszarom miesięcznej eksploatacji. Definitywna ocena wiarygodności zastosowanych metod wymaga więc zbadania zgodności uzyskanych dzięki nim oszacowań zawartości metali w partiach złoża o zróżnicowanych wielkościach z zawartościami określonymi po ich wyeksploatowaniu. W rezultacie takiego postępowania będzie możliwe określenie minimalnych rozmiarów partii (bloków) złoża, dla których wyznaczone z modelu 3D zawartości pierwiastków będą spełniać przyjęte z góry kryteria dokładności ich oszacowań. Bariera dla takich badań może być jednak ograniczona wiarygodność wyznaczania zawartości metali w partiach wyeksploatowanych.

Praca zrealizowano częściowo w ramach badań statutowych Katedry Geologii Złożowej i Górniczej nr 11.11.140.320 w 2017 roku.

LITERATURA

- DEUTSCH C.V., JOURNEL A.G., 1992 — GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide. Oxford University Press, New York.
- JOURNEL A.G., HUIJBREGTS C.J., 1978 — Mining geostatistics. Academic Press, London.
- MUCHA J., WASILEWSKA M., 2009 — Trójwymiarowe modelowanie wartości parametrów złożowych metodą krigingu zwyczajnego 3D. *Geol. AGH*, **3**, 2/1: 167–174.
- MUCHA J., WASILEWSKA-BŁASZCZYK M., 2010 — Prognoza jakości urobku metodami geostatystyki 3D – perspektywy i ograniczenia. *Gosp. Sur. Miner.*, **26**, 2: 57–67.
- NAMYSŁOWSKA-WILCZYŃSKA B., 2006 — Geostatystyka. Teoria i zastosowania. Of. Wyd. PW, Wrocław.
- NIEĆ M., PIESTRZYŃSKI A., 2007 — Forma i budowa złoża. *W: Monografia KGHM Polska Miedź S.A. (red. A. Piestrzyński i in.): 157–163. KGHM Cuprum sp. z o.o., Lubin.*
- NIEĆ M., MUCHA J., SZWED E., 2005 — Problemy szacowania zasobów pierwiastków towarzyszących w złożach Cu-Ag LGOM. *Prz. Gór.*, **10**: 45–51.
- OLEA R., 1999 — Geostatistics for Engineers and Earth Scientists. Kluwer Academic Publishers. Boston, Dodrecht, London.
- SINCLAIR A.J., BLACKWELL G.H., 2002 — Applied Mineral Inventory Estimation. Cambridge University Press.

- VANN J., BERTOLI O., JACKSON S., 2002 — An overview of geostatistical simulation for quantifying risk. *W: Proceedings from quantifying risk and error symposium*. Geostatistical Association of Australia (red. S.M. Searston, R.J. Warner): 13–29.
- WASILEWSKA M., MUCHA J., 2006 — Korekta efektu wygładzenia izolinii w procedurze interpolacyjnej krigingu zwyczajnego. *Prz. Gór.*, **62**, 1: 31–36.
- WEBSTER R., OLIVER M., 2007 — *Geostatistics for Environmental Scientists*. John Wiley & Sons.

SUMMARY

The samples collected from mine workings in parts of the Sieroszowice Cu-Ag deposit, Legnica-Głogów Copper Basin, were used to develop a 3D model of Pb, Cu, and Ag contents using four methods. The 3D modelling of the contents of these elements was performed using interpolation methods: ordinary kriging (OK) in two variants, squared inverse distance weighting (IDW), and a geostatistical simulation known as Turning Bands Simulation (TB). The main objective of the study was to evaluate the possibility of reliable 3D modelling of lead content against the reliability of 3D modelling of Cu and Ag (main metals in the Sieroszowice Cu-Ag deposit) contents. The assessment of the accuracy of estimates of metal contents determined from the 3D model was based on both spot samples and a training set of 30 partial samples. It has been found that medians of estimation errors for Cu and Ag are high, in the order of 40%, but still acceptable in geological and mining applications, while medians of Pb estimation errors are very high, about 70%, and indicate poor reliability of the model. It can be expected that the 3D models of other accompanying elements in the Cu-Ag deposit will also be of

low reliability (e.g., Zn, As and Co). This is due to the unfavourable statistical features of the majority of the accompanying elements and, in particular, the highly asymmetric probability distributions, their high variability, the presence of numerous anomalously high contents, and the much lower density of the sampling network in the mining excavations when determining accompanying elements other than Cu.

In general, the calculated medians of interpolation errors for the four methods do not allow determining the one providing (in each case) higher accuracy than other methods when assessing the content of the elements. It has been found that the definitive assessment of the reliability of the used methods requires examining the compatibility of the resulting estimated metal contents determined in parts of the deposit characterized with different sizes, with the values determined in the excavated material once the discussed parts of the deposit are depleted. However, the actual possibility of carrying out an accurate assessment of the content of metals in the excavated material from the depleted parts of the deposit can be an obstacle to this solution.

