

GĘSTOŚĆ PRZESTRZENNA RUDY – PARAMETR ZASOBOWY DRUGIEGO PLANU? ZŁOŻE Cu-Ag POLKOWICE–SIEROSZOWICE, LEGNICKO-GŁOGOWSKI OKRĘG MIEDZIOWY

THE VOLUMETRIC DENSITY OF ORE – RESOURCE PARAMETER OF SECONDARY IMPORTANCE? THE POLKOWICE–SIEROSZOWICE Cu-Ag DEPOSIT, LEGNICA-GŁOGÓW COPPER DISTRICT

JACEK MUCHA¹, MONIKA WASILEWSKA-BŁASZCZYK¹, JUSTYNA AUGUŚCIK¹, MARTYNA PASZEK¹

Abstrakt. Wyniki opróbowania złoża Cu-Ag Polkowice–Sieroszowice posłużyły do oceny gęstości przestrzennej ośmiu szczegółowych wydzieleni litologicznych i ich porównania z gęstościami przestrzennymi trzech podstawowych typów rud przyjętymi w aktualnej dokumentacji geologicznej. Stwierdzono, że zasoby złoża szacowane na podstawie gęstości przestrzennych szczegółowych wydzieleni litologicznych są o ok. 3% wyższe niż analogiczne oszacowania dokonane dla gęstości przestrzennych przypisywanych podstawowym typom rud w dokumentacji geologicznej. Przy zastosowaniu analizy korelacji i regresji wykazano, że dominującym czynnikiem kształtującym wielkość gęstości przestrzennej jest porowatość skał, zawartość Cu odgrywa natomiast rolę drugorzędną. Niektóre z indywidualnych wydzieleni szczegółowych ujawniły niejednorodność zbioru oznaczeń gęstości przestrzennej, która może być tłumaczona zmiennością spoiwa i porowatości oraz pojawieniem się niemiedziowych minerałów ciężkich (np. galeny, pirytu). Niektóre wydzielenia szczegółowe w obrębie podstawowych typów rud charakteryzują się wyraźnym zróżnicowaniem średniej gęstości przestrzennej (np. piaskowiec ilasty – 2,35 Mg/m³ i piaskowiec węglanowy – 2,55 Mg/m³ w serii piaskowcowej). Znajomość gęstości przestrzennej szczegółowych wydzieleni litologicznych umożliwia dokładniejsze oszacowanie ich zasobów oraz bardziej precyzyjne rozliczanie produkcji górniczej.

Słowa kluczowe: gęstość przestrzenna, zasoby, korelacja, regresja liniowa i nieliniowa, złożo Cu-Ag.

Abstract. Volumetric density of the detailed lithological units in Polkowice-Sieroszowice Cu-Ag deposit has been compared to the density of the three basic ore types. Eight different lithologies of the Cu-Ag deposit have been taken into account. It appeared that the resources in them estimated on the basis of volumetric densities are approximately 3% higher than analogous estimates for volumetric densities attributed to the basic ore types. The correlation and regression analysis have shown that the porosity of rocks is the dominant factor affecting the volumetric density, whereas the Cu content plays a secondary role. Some of the lithologies have revealed some heterogeneity of spatial density that can be explained by the variability of mineral cement and porosity as well as the presence of non-copper heavy minerals (e.g., galena, pyrite). The knowledge of the density of individual lithologies enables more accurate estimation of their resources leading to more effective production.

Key words: volumetric density, resource, correlation, linear and non-linear regression, Cu-Ag deposit.

¹ AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków;
e-mail: mucha@geol.agh.edu.pl, wasilews@agh.edu.pl, jauguscik@geol.agh.edu.pl, paszek.martyna@gmail.com.

WSTĘP

Gęstość przestrzenna kopaliny (rudy), zwana także gęstością objętościową, jest parametrem złożowym niezbędnym do oszacowania zasobów kopaliny lub składnika użytecznego w jednostkach masy. Na tle pozostałych parametrów złożowych (miąższości złoża, zawartości i zasobności składnika użytecznego) wyróżnia się małą zmiennością względną, ze współczynnikiem zmienności rzędu kilku, rzadziej kilkunastu procent. W konsekwencji wpływ dokładności oceny średnich wartości tego parametru na wielkość błędu oszacowania zasobów jest z reguły znikomy i praktycznie nieznaczący.

Dla fragmentu złoża o ustalonej powierzchni (traktowanej jako wielkość stała) błąd względny (standardowy) oszacowania zasobów kopaliny [$\varepsilon_w(Q_k)$] wyraża się prostym wzorem:

$$\varepsilon_w(Q_k) = \sqrt{\frac{v_M^2}{n} + \frac{v_{\gamma_0}^2}{n}} = \sqrt{[\varepsilon_w(\bar{M})]^2 + [\varepsilon_w(\bar{\gamma}_0)]^2}$$

gdzie:

v_M, v_{γ_0} – współczynniki zmienności odpowiednio: miąższości złoża (M) i gęstości przestrzennej kopaliny (γ_0);

n – liczba punktów rozpoznania, w których pomierzono oba parametry (M, γ_0);

$\varepsilon_w(\bar{M}), \varepsilon_w(\bar{\gamma}_0)$ – błędy względne (standardowe) oceny średniej miąższości i gęstości przestrzennej kopaliny.

Powyższy wzór pozwala na wiarygodną ocenę błędu w przypadku niezależności obu parametrów, co z reguły znajduje potwierdzenie w praktyce geologiczno-górnicznej.

Przykładowo, zakładając, że współczynniki zmienności miąższości złoża i gęstości przestrzennej kopaliny pomierzone w stu punktach ($n = 100$) rozpoznania złoża wynoszą odpowiednio $v_M = 50\%$ i $v_{\gamma_0} = 10\%$, to błąd względny oszacowania zasobów kopaliny wyniesie:

$$\varepsilon_w(Q_k) = \sqrt{\frac{(50\%)^2}{100} + \frac{(10\%)^2}{100}} = \sqrt{(5\%)^2 + (1\%)^2} = 5,1\%$$

Jak widać z podanego przykładu, realistycznego dla większości złóż, o wielkości błędu oszacowania zasobów kopaliny (5,1%) decyduje błąd oszacowania średniej miąższości złoża (5%), a błąd oszacowania średniej gęstości przestrzennej kopaliny (1%) odgrywa rolę marginalną. Skutkiem tego jest powszechna praktyka oznaczania wartości tego parametru (γ_0) w niewielkiej liczbie próbek, a następnie stosowanie ich uśrednionej wartości ($\bar{\gamma}_0$) jako wielkości stałej przy szacowaniu zasobów kopaliny i składnika użytecznego.

Nikły wpływ błędu oszacowania średniej gęstości przestrzennej na dokładność szacowania zasobów kopaliny sprawia, że temu parametrowi poświęca się znacznie mniej uwagi niż pozostałym parametrom zasobowym, o czym świadczy zdecydowanie mniejsza liczba publikacji poświęconych sposobowi wyznaczania jego wartości w próbkach i charakterystyce jego zmienności.

CEL BADAŃ

W przypadku złóż Cu-Ag Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego (LGOM) traktowanie gęstości przestrzennej kopaliny w podstawowych seriach litologicznych (głównych wydzieleniach litologicznych) jako wielkości stałej (2,3 Mg/m³ dla serii piaskowcowej, 2,5 Mg/m³ dla serii łupkowej i 2,6 Mg/m³ dla serii węglanowej), może powodować trudności w precyzyjnym rozliczaniu produkcji (eksploatacji) złoża. Kwestia ta nabrała dodatkowego znaczenia po wydzieleniu w obrębie głównych serii litologicznych w złożach Cu-Ag LGOM szczegółowych typów litologicznych rudy (Kaczmarek i in., 2014), różniących się niekiedy znacząco gęstościami przestrzennymi. Zanik jednego lub kilku szczegółowych wydzieleni litologicznych w profilu złoża lub przewaga którejś litologii szczegółowej może wówczas skutkować lokalnie zauważalną modyfikacją gęstości przestrzennych głównych wydzieleni litologicznych w stosunku do wartości przyjętych w dokumentacji geologicznej.

Odrebnym zagadnieniem jest wyznaczenie granic pionowych i zasięgów poziomych występowania szczegółowych wydzieleni oraz oszacowanie ich zasobów. Ma ono istotne

znaczenie praktyczne w odniesieniu do wydzieleni zawierających podwyższone zawartości materii organicznej, różniących się zawartością składników użytecznych lub różniących się charakterystykami wzbogacalności i flotowalności.

Przedstawione w dalszej części artykułu badania wykonano w celu:

- scharakteryzowania ważniejszych szczegółowych wydzieleni litologicznych z punktu widzenia ich gęstości przestrzennej oraz porównania ich z gęstościami przestrzennymi podstawowych serii litologicznych przyjętymi w aktualnej dokumentacji geologicznej;
- zbadania jednorodności rozmieszczenia wartości gęstości przestrzennej w obrębie szczegółowych wydzieleni litologicznych;
- przeanalizowania możliwości wyznaczania gęstości przestrzennej w sposób pośredni na podstawie zależności regresyjnej, w powiązaniu z innymi parametrami geologicznymi, takimi jak: zawartość Cu, porowatość i gęstość właściwa materiału skalnego.

MATERIAŁ PODSTAWOWY BADAŃ

Materiał podstawowy badań stanowiły wyniki oznaczeń gęstości przestrzennej (objętościowej) w 708 próbkach, pobranych specjalnie do celów analizy tego parametru w wyrobiskach górniczych złoże Polkowice–Sieroszowice, w obrębie warstw reprezentujących osiem odmian litologicznych rudy z 18 wyróżnionych i przedstawionych przez Kaczmaraka i in. (2014). Należały do nich wydzielenia określone jako (w nawiasach podano liczbę pobranych próbek): dolomit smugowany (195), dolomit wapnisty (86), dolomit ilasty (38), łupek dolomityczny (202), łupek smolisty (6 próbek), piaskowiec ilasty (64), piaskowiec węglanowy (102) i piaskowiec siarczanowy (anhydrytowy) (15).

Skromny zakres opróbowania łupka smolistego wynikał z trudności pobrania z niego reprezentatywnej próbki, z uwagi na małe miąższości tego wydzielenia, jak również trudności z wiarygodnym oznaczaniem gęstości przestrzennej spowodowane wysoce rozsypliwym materiałem skalnym. Z tych samych powodów zrezygnowano z opróbowania łupka ilastego, pomimo że zasoby Cu w tym wydzieleniu szacuje się na znaczne. Według wstępnych i przybliżonych oszacowań trzy pierwsze z wymienionych wcześniej szczegółowych wydzieleni litologicznych cechują się największymi zasobami Cu w złoże Polkowice–Sieroszowice. Ich udziały w całkowitych zasobach tego złoże wynoszą: łupek dolomityczny – 32%, dolomit smugowany – 27%, dolomit wapnisty – 11%, a wraz z łupkiem ilastym (8%) stanowią ok. 80% całkowitych zasobów złoże.

W skali całego złoże rozmieszczenie miejsc opróbowania było bardzo nieregularne, co wynikało ze zróżnicowanych zasięgów występowania wydzieleni oraz z rozcięcia wyrobiskami górniczymi tylko części złoże. Przykłady rozmieszczenia próbek w obrębie dwóch wydzieleni zilustrowano na [figurze 1](#). Masy pobranych próbek były zróżnicowane (od 1 do 4 kg), przeciętnie wynosiły ok. 1,5 kg.

Do oznaczeń gęstości przestrzennej (wykonanych dla stanu suchego) zastosowano metodę kosza drucianego (PN-EN 1936:2010). Metoda ta okazała się najskuteczniejsza w szczególności w przypadkach próbek pobranych z materiału skalnego słabo związłego lub wręcz rozsypliwego. Dla takich próbek wycięcie foremnej bryły (najczęściej o formie sześciangu) było niewykonalne, a więc niemożliwe

było również zastosowanie bezpośredniej metody oznaczenia (PN-EN 1936:2010). Badania dokonane pilotażowo dla 11 próbek z łupka dolomitycznego, zawierających związły drobno- i gruboziarnisty materiał skalny, wykazały brak statystycznie istotnych różnic w oznaczeniach między metodą kosza drucianego a metodą bezpośrednią.

Oznaczenia gęstości objętościowej metodą kosza wykonano zgodnie z normą PN-EN 1936:2010 w akredytowanym Laboratorium Badania Własności Skał i Wyrobów Kamieniarskich Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie (Wydział Górnicztwa i Geoinżynierii, Katedra Geomechaniki, Budownictwa i Geotechniki). Badania przeprowadzono z reguły na nieregularnych okruchach o zróżnicowanej masie lub/i na wyciętych kostkach o formie sześciangu (o ile na takie wycięcie pozwalał materiał skalny). Wysuszoną w suszarce próbkę ważono, określając jej masę w stanie suchym (m_d), zanurzano ją następnie w wodzie do całkowitego nasączenia. Taką próbkę umieszczano na drucianym koszu zanurzone w zbiorniku z wodą i odczytywano masę próbki w wodzie (m_h), po wytarciu jej ściereczką następnie oznaczano masę próbki nasyconej wodą (m_s). Liczbowo gęstość objętościową próbki w stanie suchym (γ_{0s}) określano ze wzoru:

$$\gamma_{0s} = \frac{m_d}{m_s - m_h} \rho_{th}$$

gdzie:

ρ_{th} – gęstość właściwa wody w temperaturze badania;

m_d – masa próbki w stanie suchym;

m_h – masa próbki w wodzie;

m_s – masa próbki nasyconej wodą.

Oznaczenia gęstości w każdej z próbek wykonano na trzech okruchach, a następnie wyniki uśredniano stosując algorytm średniej ważonej z masą okruchów jako wagą.

Dodatkowo oprócz oznaczeń gęstości objętościowej dla wszystkich próbek określono wartości porowatości odkrytej (otwartej, dynamicznej), a dla wybranego, niewielkiego zbioru 24 próbek również wartości porowatości całkowitej. Po wyznaczeniu gęstości przestrzennej w każdym z okruchów oznaczono zawartości Cu w laboratorium KGHM Polska Miedź S.A.

METODY ANALIZY WYNIKÓW OZNACZEŃ GĘSTOŚCI PRZESTRZENNEJ

Wyniki oznaczeń gęstości przestrzennej pobranych próbek, oddzielnie dla badanych szczegółowych odmian litologicznych, poddano w pierwszej kolejności wstępnemu opracowaniu statystycznemu, które obejmowało obliczenie wartości podstawowych parametrów statystycznych – średniej arytmetycznej, odchylenia standardowego i współczynnika zmienności. Umożliwiło to porównanie średnich wartości gęstości przestrzennej między odmianami litologicznymi oraz porównanie ich ze stosowanymi w dokumentacji geo-

logicznej wartościami gęstości przestrzennej dla podstawowych (głównych) wydzieleni litologicznych, traktowanych dalej jako wartości referencyjne.

W następnej kolejności, w celu zweryfikowania charakterystyki zmienności i ujawnienia ewentualnych prawidłowości rozkładu przestrzennego wartości gęstości przestrzennej, sporządzono mapy izolinieowe parametru w obrębie szczegółowych wydzieleni litologicznych przy zastosowaniu programu ISATIS (firmy Geovariances). Mapy wykonano

geostatystyczną metodą krigingu zwyczajnego z założonym liniowym modelem zmienności, wykorzystując wszystkie punkty opróbowania do oszacowania wartości w węzle siatki interpolacyjnej (Bleinès i in., 2016).

W ostatniej kolejności wykonano klasyczną analizę korelacji i regresji prostej i wielorakiej (Stanisz, 2007). Analiza korelacji miała na celu zbadanie siły możliwej zależności wiążącej gęstość przestrzenną z zawartością Cu (regresja prosta, liniowa i nieliniowa) oraz zależności wiążącej gęstość przestrzenną jednocześnie z zawartością Cu, porowatością (odkrytą i całkowitą) i gęstością właściwą materiału skalnego (regresja wieloraka).

Ogólne równanie liniowej regresji wielorakiej ma postać:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_pX_p$$

gdzie:

Y – wartość zmiennej zależnej (objaśnianej) – tu: gęstości objętościowej;

X_1, X_2, \dots, X_p – wartości zmiennych niezależnych (objaśniających) – tu: zawartość procentowa Cu (X_1), porowatość otwarta (lub całkowita) (X_2), gęstość właściwa skał danego wydzielenia szczegółowego (X_3);

b_0 – wyraz wolny;

b_1, b_2, \dots, b_p – współczynniki regresji wielorakiej.

W podanym równaniu współczynniki regresji wielorakiej b_i określają niezależne wkłady każdej ze zmiennych objaśniających do przewidywania wartości zmiennej zależnej. W przypadku ograniczenia się do dwóch pierwszych wyrazów równania regresji wielokrotnej mamy do czynienia z równaniem prostej regresji liniowej. Postacie teoretycznych modeli zależności, testowanie ich statystycznej istotności

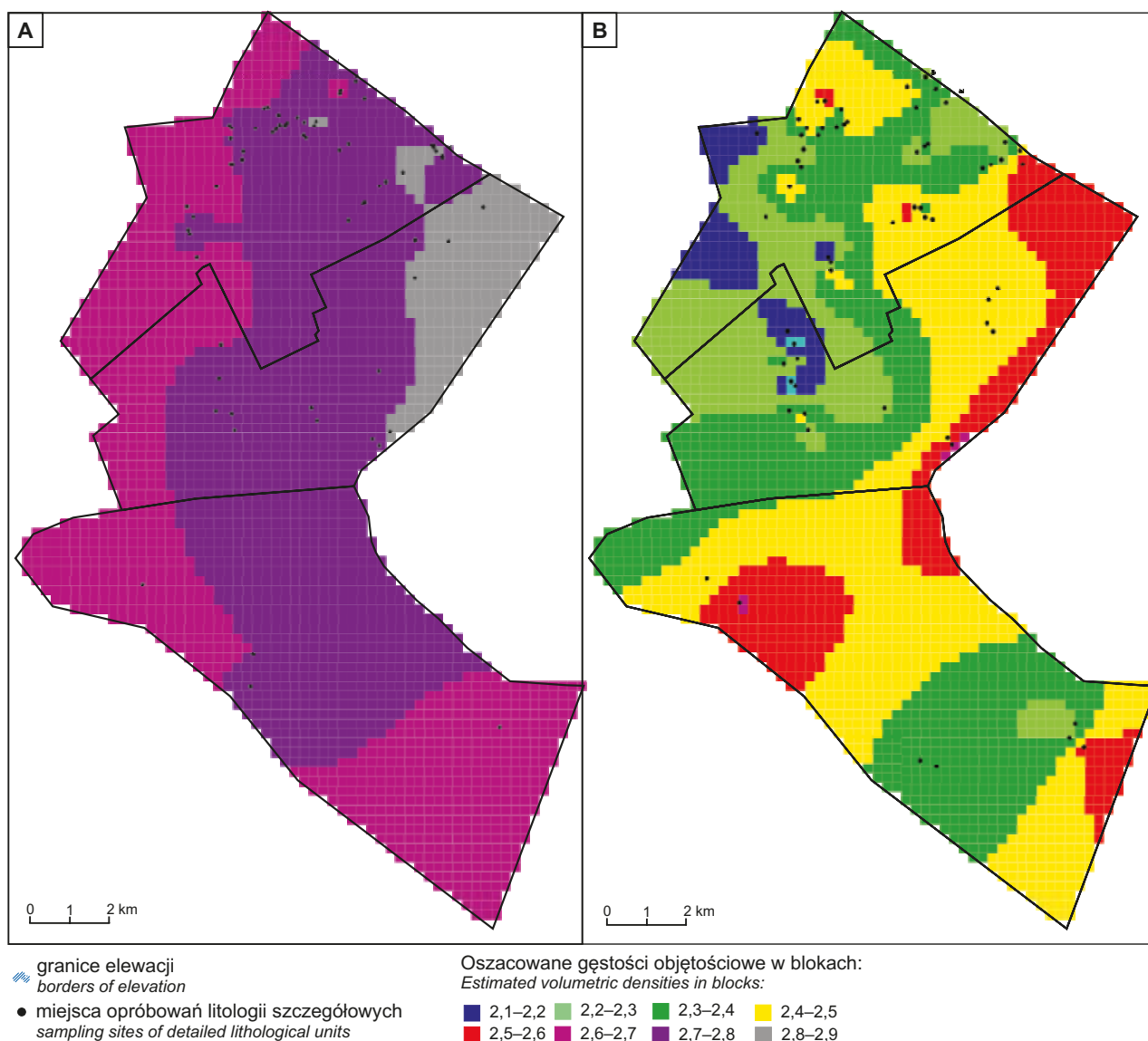


Fig. 1. Poglądowa mapa gęstości objętościowej dolomitu wapienistego (A) i piaskowca ilastego (B)

Contour map of the bulk density of calcareous dolomite (A) and clayey sandstone (B)

oraz obliczenia wartości współczynnika determinacji przeprowadzono stosując programy komputerowe STATISTICA (firmy StatSoft) i STATGRAPHICS (firmy Statpoint Technologies Inc.).

Do zweryfikowania statystycznej istotności korelacji zastosowano obliczane w statystycznych programach komputerowych tzw. prawdopodobieństwo testowe (p -wartość), oznaczane w angielskiej literaturze przedmiotu symbolem p -value. Można je zdefiniować jako najostrzejszy poziom istotności, przy którym można odrzucić testowaną hipotezę na podstawie danych empirycznych, którymi się dysponuje (Sokołowski, 2004). Gdy dla najczęściej stosowanego w geologii górniczej poziomu istotności $\alpha = 0,05$, zachodzi relacja p -value $\leq \alpha = 0,05$, to hipotezę o braku korelacji zmiennych odrzuca się z ryzykiem błędu mniejszym niż 0,05, co w praktyce pozwala przyjąć statystyczną istotność modelu zależności. Dla relacji przeciwnej brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy o braku zależności korelacyjnej.

Miernikiem dobroci dopasowania modelu regresji do danych empirycznych jest współczynnik determinacji (R^2), przyjmujący wartości z przedziału od 0 (0% – brak korelacji) do 1 (100% – ścisła zależność funkcyjna). Wartości R^2 bliskie 1 (100%) świadczą więc o bardzo silnym związku korelacyjnym (bliskim zależności funkcyjnej) wiążącym zmienną objaśnianą ze zmiennymi objaśniającymi. Uzyskaną wartość współczynnika determinacji można interpretować jako część zaobserwowanej, całkowitej zmienności zmiennej zależnej Y wyjaśnioną przez model regresji wi-

ążący ją ze zmiennymi niezależnymi. Opisowo siłę korelacji można wyrazić za pomocą współczynnika determinacji (R^2) w sposób zaproponowany przez Niecia i in. (2012) – praktyczny brak korelacji – $R^2 < 10\%$, korelacja bardzo słaba – $10\% \leq R^2 < 25\%$, korelacja umiarkowana – $25\% \leq R^2 < 50\%$, korelacja silna – $50\% \leq R^2 < 80\%$, korelacja bardzo silna – $80\% \leq R^2 < 100\%$.

Z geologiczno-górniczego punktu widzenia stwierdzenie statystycznie istotnej zależności nie jest wystarczające, gdyż zdarza się, że dla licznych zbiorów danych testy wskazują na statystyczną istotność korelacji, pomimo że współczynniki determinacji są bardzo niskie, np. rzędu kilkunastu procent, co oznacza, że predykcja wartości zmiennej zależnej na podstawie modelu regresji będzie obciążona zbyt wielkim błędem, a więc i mało wiarygodna. Za zadowalającą można uznać umownie korelację, dla której współczynnik determinacji (R^2) wynosi co najmniej 50%. W przypadku modeli liniowych alternatywną miarą siły korelacji jest liniowy współczynnik korelacji Persony. Jest on pierwiastkiem kwadratowym ze współczynnika determinacji i przyjmuje wartości z przedziału $[-1, 1]$, przy czym wartości skrajne dla idealnej (funkcyjnej) zależności i wartość 0 w przypadku kompletnego braku korelacji. Dodatkowo jako miarę dobroci dopasowania modelu do zależności empirycznej zmiennych obliczono średni błąd absolutny predykcji (ϵ_A), definiowany jako średnia arytmetyczna z bezwzględnych różnic wartości zmiennej zależnej pomierzonej i odczytanej z modelu regresji.

WYNIKI BADAŃ

CHARAKTERYSTYKA STATYSTYCZNA

Z wyjątkiem łupka smolistego, średnie gęstości przestrzenne wszystkich rozpatrywanych wydziałów szczegółowych są wyższe niż wartości przyjęte w dokumentacji geologicznej dla podstawowych serii litologicznych: węglanowej ($2,6 \text{ Mg/m}^3$), łupkowej ($2,5 \text{ Mg/m}^3$), piaskowcowej ($2,3 \text{ Mg/m}^3$) i potraktowane w prezentowanych badaniach jako wartości referencyjne (normę porównawczą) (tab. 1). Zawyżenie odniesione do wartości referencyjnych wynosi od 2,2% (piaskowiec ilasty) do 10,9% (piaskowiec węglanowy). Pominięto tu piaskowiec siarczanowy, gdzie zawyżenie jest najwyższe i wynosi 15,7% z uwagi na marginalną rolę tego typu rudy w zasobach Cu ($< 0,1\%$). Rozrzut indywidualnych pomiarów gęstości przestrzennej w poszczególnych szczegółowych wydziałach litologicznych jest niewielki i typowy dla tego parametru z niskimi wartościami współczynnika zmienności z przedziału od 2 do 6%.

Gęstości przestrzenne obliczone dla głównych serii litologicznych jako średnie ważone z gęstości przestrzennych przynależnych do nich szczegółowych wydziałów litologicznych (wagi stanowiły oszacowane zasoby tych wydziałów) są większe niż wartości referencyjne o 4% dla serii węglanowej, o 1,6% dla serii łupkowej i 4,1% dla serii

piaskowcowej. Z uwagi na niewielki udział serii piaskowcowej w całkowitych zasobach Cu złoża Polkowice–Sierszowice określone na podstawie wydziałów szczegółowych zasoby Cu są wyższe o ok. 3% niż zasoby obliczone w sposób tradycyjny z wykorzystaniem gęstości przestrzennych referencyjnych dla głównych typów rud.

Należy zwrócić uwagę, że w historii dokumentowania geologicznego złoża Polkowice–Sierszowice wartości gęstości przestrzennej przypisywane głównym wydziałom litologicznym (typom rudy) zmieniały się w dość szerokich granicach. Dla rudy węglanowej przyjmowano okresowo wartości od $2,5$ do $2,79 \text{ Mg/m}^3$, dla rudy łupkowej – od $2,30$ do $2,62 \text{ Mg/m}^3$, natomiast dla rudy piaskowcowej – od $2,10$ do $2,47 \text{ Mg/m}^3$ (Wrzosek, 2015). Cytowany autor przeanalizował oznaczenia gęstości przestrzennej w rdzeniach otworów geotechnicznych wykonanych we fragmencie złoża Polkowice–Sierszowice w kilku wydziałach litologicznych. Ciekawych wyników dla serii węglanowej oraz serii piaskowcowej dostarczyło porównanie gęstości przestrzennych w próbkach pobranych w obrębie furty eksploatacyjnej i poza furty eksploatacyjną. Dla piaskowca poniżej furty (otwory wiercono na głębokość do 10 m) średnia gęstość przestrzenna tego wydziału wynosiła $2,20 \text{ Mg/m}^3$, natomiast w granicach furty osiągała $2,51 \text{ Mg/m}^3$ (Wrzosek, 2015). Znaczna

Tabela 1

Parametry statystyczne gęstości przestrzennej (objętościowej) ośmiu szczegółowych wydziałów litologicznych

Basic statistics for volumetric densities of eight detailed lithological units

Wydział litologiczny szczegółowy*	Liczba danych	Średnia arytmetyczna [Mg/m ³]	Odchylenie standardowe [Mg/m ³]	Współczynnik zmienności [%]	Wartości referencyjne [Mg/m ³]	Różnica względna [%]	Gęstość przestrzenna dla wydziałów podstawowych**	Różnica względna (odniesiona do wartości referencyjnych) [%]
Dolomit smugowany (27,0%)	195	2,70	0,055	2,1	2,6	3,8	2,70	4,0
Dolomit ilasty (5,4%)	38	2,66	0,058	2,2	2,6	2,3		
Dolomit wapnisty (11,3%)	86	2,73	0,057	2,1	2,6	5,0		
Łupek dolomityczny (32,2%)	202	2,59	0,097	3,7	2,5	3,6	2,54	1,6
Łupek smolisty (6,1%)	6	2,32	0,083	3,6	2,5	-7,2		
Piaskowiec węglanowy (2,2%)	102	2,55	0,105	4,1	2,3	10,9	2,39	4,1
Piaskowiec ilasty (8,1%)	64	2,35	0,140	6,0	2,3	2,2		
Piaskowiec siarczanowy (<0,1%)	15	2,66	0,138	5,2	2,3	15,7		

* W nawiasach podano orientacyjny udział wydziału szczegółowego w zasobach przemysłowych złoża Polkowice–Sierszowice

** Określono jako średnią ważoną na masę zasobów Cu w wydziałach szczegółowych; dla łupku ilastego, który nie został poddany opróbowaniu eksperymentalnemu, przyjęto referencyjną wartość gęstości przestrzennej dla łupku – 2,5 Mg/m³

* In brackets an approximate share in the economic reserve Polkowice–Sierszowice deposit

** Determined as the weighted average of the mass of Cu resources in the detailed lithology units (individual lithological units); for clayey shale not subjected to experimental sampling, the reference value for shale of bulk density was assumed – 2,5 Mg/m³

różnica oszacowań może być tłumaczona występowaniem w stropie serii objętej furką twardych piaskowców o spoiwie węglanowym, siarczanowym (lub mieszanym), o wysokiej gęstości przestrzennej oraz występowaniem poniżej furki piaskowców ilastych o niskiej gęstości przestrzennej. Podany przykład dobitnie ilustruje znaczenie usytuowania furki względem stropu serii piaskowcowej dla doboru właściwej wartości gęstości przestrzennej. Przyjmowanie dla każdego jego wariantu uśrednionej wartości (referencyjnej 2,3 Mg/m³) może prowadzić do znaczących błędów oszacowań zasobów rudy piaskowcowej. W odniesieniu do serii węglanowej nie stwierdzono statystycznie istotnego zróżnicowania gęstości przestrzennej tego wydziału w konturach furki i powyżej jej stropu (otwory wiercono do 25 m).

PRZYKŁADY ROZMIESZCZENIA WARTOŚCI GĘSTOŚCI PRZESTRZENNEJ W SZCZEGÓLOWYCH WYDZIAŁACH LITOLOGICZNYCH

Zróżnicowanie wartości gęstości przestrzennej w złożu zilustrowano na przykładzie wydziałów o skrajnych wartościach współczynnika zmienności – dolomitu wapnistego (2,1%) i piaskowca ilastego (6%) za pomocą poglądowych map izoliniowych wykonanych geostatystyczną metodą krigingu zwyczajnego z założonym liniowym modelem zmienności (fig. 1). Z uwagi na wysoce niekorzystne rozmieszczenie punktów opróbowania (skrajnie nierównomierne) w skali rozpatrywanych rejonów złoża mapy mają charakter bardzo przybliżony i mogą być traktowane jedynie jako poglądowe.

we. Mapy wykonano dla całego obszaru ZG Polkowice–Sierszowice, bez wyeliminowania obszarów bezrudnych i obszarów, w których dana seria litologiczna nie występuje.

Zamieszczone mapy (fig. 1) ujawniają odmienne style zróżnicowania gęstości objętościowej. Mapa dolomitu wapnistego charakteryzuje się małym zakresem zmienności badanego parametru z dominacją w przedziale 2,6–2,8 Mg/m³ oraz prostym strefowym (pasowym) rozmieszczeniem wartości. W przeciwieństwie do tego typu rudy mapa piaskowca ilastego ukazuje szeroki zakres zmienności gęstości przestrzennej, od 2,0 do 2,6 Mg/m³, i skomplikowany, mozaikowy rozkład przestrzenny parametru.

Przytoczone przykłady wskazują, że jednolite ze względu na cechy litologiczne wydziału szczegółowego mogą wykazywać pewną niejednorodność wewnętrzną gęstości przestrzennej i przyjmowanie dla lokalnej oceny jej uśrednionej wartości dla całego obszaru występowania wydziału może być również obarczone zauważalnym błędem. W tej sytuacji celowe wydaje się zbadanie charakteru przestrzennej struktury zmienności tego parametru, np. przy zastosowaniu metody geostatystycznej z wykorzystaniem semiwariogramów. Próby takie były już podejmowane w odniesieniu do różnych światowych złóż (Abzalov, 2013). Barię dla skutecznego zastosowania metod geostatystycznych mogą okazać się mało liczne dla niektórych wydziałów zbiory danych (pomiarów gęstości przestrzennej) oraz z reguły skrajnie nierównomierne rozmieszczenie punktów opróbowania, uwarunkowane tylko częściowym rozpoznaniem złoża wyrobiskami górniczymi.

ANALIZA ZALEŻNOŚCI KORELACYJNEJ GĘSTOŚCI PRZESTRZENNEJ OD INNYCH PARAMETRÓW ZŁOŻOWYCH

Główne minerały kruszcowe – miedzionośne: chalkozyn, digenit, bornit, kowelin, cechują się dosyć wysoką gęstością właściwą z przedziału od 4,6 do 5,6 g/cm³ i nieco mniejszą chalkopiryt – 3,2 g/cm³. Są one blisko dwukrotnie większe niż gęstość właściwa minerałów płonnych tworzących skały goszczące kruszce. Za racjonalną można było więc uznać hipotezę, że gęstość przestrzenna materiału skalnego w pobranej próbce powinna być silnie dodatnio skorelowana z zawartością minerałów kruszczowych miedzi, a więc także z zawartością miedzi. Potwierdzenie takiej statystycznie istotnej korelacji wpłynęłoby znacząco na doprecyzowanie oszacowań zasobów kopaliny i Cu, gdyż każdej pobranej próbce (punktowej, cząstkowej), w której oznaczono Cu można byłoby przypisać wiarygodne oszacowanie gęstości przestrzennej.

Postawioną hipotezę zweryfikowano obliczając wartości współczynnika determinacji dla modeli zależności liniowej i nieliniowej między gęstością przestrzenną a zawartością miedzi w pobranych próbkach, oddzielnie dla każdego z rozpatrywanych szczegółowych wydzielen litologicznych. Wbrew oczekiwaniom wpływającym z rozważań teoretycznych, siła korelacji liniowej zmiennych wyrażona za pomocą współczynnika determinacji jest ogólnie zaskakująco słaba. Co najwyżej jest umiarkowana, a w zdecydowanej większości bardzo słaba lub wręcz jej brak (statystycznie nieistotna). Ponadto w wielu przypadkach pojawiają się pozornie absurdalne ujemne wartości współczynnika korelacji.

Współczynniki determinacji sięgają maksymalnie 20%, a z reguły wynoszą od kilku do kilkunastu procent. Zastosowanie bardziej złożonych modeli nieliniowych zwiększa tylko w stopniu nikłym i bez znaczenia praktycznego wartości współczynników determinacji. Z tego powodu zrezygnowano z zamieszczania wykresów i modeli teoretycznych tych zależności. Uzyskane wyniki jednoznacznie wskazują, że skonstruowane modele zależności zmiennych nie mogą służyć do predykcji (prognozy) wartości gęstości objętościowej na podstawie oznaczeń zawartości Cu.

Wyjaśnienia braku satysfakcjonującej zależności należy upatrywać w oddziaływaniu innych czynników, które maskują bezpośrednią zależność gęstości objętościowej od zawartości Cu, takich jak: zmienność spoiwa rudy, zmienność porowatości lub występowanie ciężkich minerałów niemiedziowych (np. ołowiu, żelaza).

W tej sytuacji badanie zależności ponowiono stosując tym razem analizę korelacji i regresji wielorakiej między gęstością przestrzenną próbek (γ_0) oraz zawartością procentową Cu i porowatością otwartą (dynamiczną) materiału próbek (P_o).

Wyniki analizy korelacji oraz równania modeli przedstawiono w tabeli 2 oraz w formie graficznej na wybranych przykładach dla łupku dolomitycznego i piaskowca ilastego na figurze 2. Zgodnie z klasyfikacją Niecia i in. (2012) korelację wieloraką dla piaskowców węglanowego i ilastego można uznać za bardzo silną (wyraźną) ze współczynnikiem determinacji $R^2 > 80\%$. Wszystkie rodzaje dolomitów oraz piaskowiec siarczanowy cechują się silną korelacją ze współczynnikami determinacji z zakresu $50\% < R^2 < 80\%$. Jedynie w przypadku łupku dolomitycznego można określić

Tabela 2

Modele regresji wielorakiej pomiędzy gęstością objętościową (γ_0) a zawartością miedzi (Cu) i porowatością otwartą (P_o) dla szczegółowych wydzielen litologicznych

Models of multiple regression between volumetric density (γ_0) and copper (Cu) and open porosity (P_o) for detailed lithological units

Seria litologiczna		Równanie $\gamma_0 = f(\text{Cu}, P_o)$	R^2 [%]	r^*	ϵ_A
Główna	Szczegółowa				
Węglanowa	dolomit smugowany (DS)	$\gamma_0 \text{ DS} = 2,813 + 0,002\text{Cu DS} - 0,030\text{Po DS}$	60,4	0,78	0,025
	dolomit ilasty (DI)	$\gamma_0 \text{ DI} = 2,752 + 0,010\text{Cu DI} - 0,027\text{Po DI}$	66,4	0,81	0,027
	dolomit wapienisty (DW)	$\gamma_0 \text{ DW} = 2,803 + 0,008\text{Cu DW} - 0,026\text{Po DW}$	50,9	0,71	0,028
Łupkowa	łupek dolomityczny (LD)	$\gamma_0 \text{ LD} = 2,727 - 0,008\text{Cu LD} - 0,027\text{Po LD}$	41,6	0,64	0,059
	łupek smolisty (LS)	nie wykonano z uwagi na małą liczbę oznaczeń gęstości przestrzennej	–	–	–
Piaskowcowa	piaskowiec węglanowy (PW)	$\gamma_0 \text{ PW} = 2,686 + 0,021\text{Cu PW} - 0,034\text{Po PW}$	88,8	0,94	0,026
	piaskowiec ilasty (PI)	$\gamma_0 \text{ PI} = 2,674 + 0,021\text{Cu PI} - 0,034\text{Po PI}$	93,2	0,97	0,029
	piaskowiec siarczanowy (PS)	$\gamma_0 \text{ PS} = 2,815 + 0,0117\text{Cu PS} - 0,084\text{Po PS}$	76,0	0,87	0,033

R^2 – współczynnik determinacji, r – współczynnik korelacji liniowej, ϵ_A – średni błąd absolutny oceny gęstości przestrzennej z modelu regresji wielokrotnej; * wszystkie korelacje są statystycznie istotne z p-wartość = 0,000

R^2 – coefficient of determination, r – linear correlation coefficient, ϵ_A – the mean absolute error of volumetric density estimation from model of multiple regression; * all correlation are statistically significant with p-value = 0,000

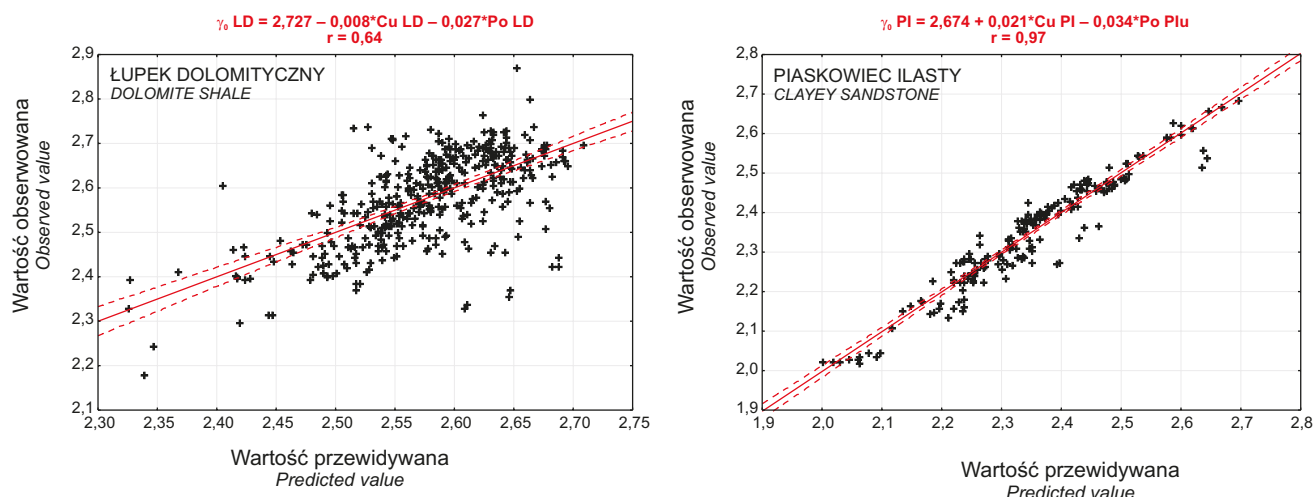


Fig. 2. Wykresy zależności wartości gęstości przestrzennej pomierzonych i odczytanych z modelu regresji wielorakiej dla łupku dolomitowego (LD) i piaskowca ilastego (PI)

Po – porowatość otwarta, Cu – zawartość miedzi [%], r – współczynnik korelacji wielorakiej

Plots of dependence between observed and predicted values of volumetric density and others parameters (multiple regression model) for dolomite shale (LD) and clayey sandstone (PI)

Po – open density, Cu – copper content [%], r – multiple correlation coefficient

ją jako słabą z $R^2 = 41,6\%$. Średni błąd absolutny oszacowań gęstości przestrzennej z modelu regresji wynosi ok. $0,03 \text{ Mg/m}^3$, z wyjątkiem łupku dolomitowego, dla którego błąd ten wynosi ok. $0,06 \text{ Mg/m}^3$. Taka dokładność wyznaczania gęstości przestrzennej z modelu może być uważana za bardzo satysfakcjonującą.

Uzyskane wyniki należy uznać za zaskakujące, z uwagi na ogólnie silną korelację wieloraką. Wart podkreślenia jest fakt, że dominujący wpływ na silną korelację ma porowatość odkryta, wpływ zawartości Cu jest natomiast drugorzędny lub marginalny, co wynika ze znacznie wyższych współczynników równań regresji b_i , skojarzonych ze zmienną reprezentującą porowatość odkrytą. Ponadto należy oczekiwać, że siła zależności byłaby jeszcze większa w przypadku uwzględnienia porowatości całkowitej zamiast porowatości odkrytej, w szczególności w przypadku serii litologicznych zawierających znaczące ilości ilu.

W ostatniej kolejności wykonano analizę korelacji i regresji wielokrotnej gęstości przestrzennej jako funkcji porowatości całkowitej i gęstości właściwej materiału skalnego próbki oraz zawartości Cu. Analizę wykonano jedynie dla 24 próbek pobranych z różnych wydziałów litologicznych, gdyż tylko w tych próbkach oznaczono porowatość całkowitą materiału (w nawiasach liczba oznaczeń): łupek dolomitowy (6), piaskowiec węglanowy (5), piaskowiec ilasty (4), dolomit wapnisty (4), dolomit smugowany (3), piaskowiec siarczanowy (2). Gęstości właściwe materiału skalnego dla poszczególnych typów litologicznych zaczerpnięto z Monografii KGHM (Piestrzyński, 2007).

Wyniki analizy ujawniły statystycznie istotną korelację jedynie między gęstością objętościową a porowatością

całkowitą (tab. 3). Jest ona bardzo silna, o czym świadczy wysoki współczynnik determinacji (71%), określony dla liniowego modelu zależności wyłącznie między gęstością przestrzenną a porowatością całkowitą. Zaskakujący i trudny do wytłumaczenia jest brak korelacji gęstości przestrzennej z gęstością właściwą, wyraźnie zróżnicowaną dla materiału skalnego różnych serii litologicznych.

Uzyskane wyniki prowadzą do jednoznacznej konkluzji, że czynnikiem decydującym o zmienności gęstości przestrzennej próbek jest porowatość (całkowita, a w mniejszym stopniu otwarta) materiału skalnego. Wniosek ten ma jednak tylko znaczenie poznawcze i nie ma żadnych przydatnych implikacji praktycznych, gdyż parametr ten nie jest oznaczany rutynowo w pobieranych próbkach, z wyjątkiem badań o charakterze eksperymentalnym.

Tabela 3

Model zależności liniowej między gęstością przestrzenną (γ_0 [Mg/m^3]) i porowatością całkowitą (P_c [%]) określony na podstawie 24 próbek pobranych z różnych szczegółowych wydziałów litologicznych

Model of linear regression between volumetric density (γ_0 [Mg/m^3]) and total porosity (P_c [%]) determined on the basis of 24 samples collected from different detailed lithological units

Model zależności liniowej	Współczynnik determinacji R^2	Współczynnik korelacji r
$\gamma_0 = 2,712 - 0,027P_c$	72,8%	0,85

PODSUMOWANIE

Wiarygodna ocena gęstości przestrzennej szczegółowych wydziałów litologicznych jest konieczna do precyzyjnego oszacowania zasobów rudy i miedzi w złożu oraz urobku. Zagadnienie to jest szczególnie istotne:

- w odniesieniu do wydziałów o specjalnym znaczeniu, np. ważnych dla przeróbki i procesu hutniczego (łupek smolisty, w mniejszym stopniu łupek ilasty i dolomityczny, oraz dolomit ilasty zawierają podwyższone zawartości węgla organicznego, wpływającego po przekroczeniu pewnej granicy niekorzystnie na pracę pieca zawieszinowego);
- dla wydziałów domen geometalurgicznych, rozumianych jako zespół wydziałów o zbliżonych parametrach geomechanicznych, wzbogacalności i flotowalności, zawartości składników i minerałów użytecznych oraz skałotwórczych;
- predykcji strat i zubożenia wskutek konieczności pozostawienia w złożu pewnych wydziałów w celu utrzymania stateczności stropu wyrobisk górniczych (dolomit kawernisty).

Oznaczanie gęstości przestrzennej niektórych szczegółowych wydziałów litologicznych jest trudne z uwagi na ich małe miąższości oraz na rozsyplawy charakter materiału skalnego, uniemożliwiający pobranie foremnej próbki o odpowiedniej wielkości do pomiarów bezpośrednich tego parametru (np. łupek smolisty, łupek ilasty). W tej sytuacji w ramach metod laboratoryjnych dobre rezultaty osiąga się stosując metodę kosza drucianego. Pomiaru te wykonywane na okruskach skalnych mogą być jednak obciążone pewnym błędem z uwagi na brak uwzględniania spękań, szczelin lub kawern.

W przypadku planowania przyszłego opróbowania szczegółowych wydziałów litologicznych do oznaczania gęstości przestrzennej uzasadnione wydaje się rozpatrzenie możliwości zastosowania w tym celu krótkich otworów wierconych poziomo z wyrobisk górniczych.

W skali całego złoża przemysłowego Polkowice–Sieroszowice różnice zasobów Cu w poszczególnych szczegółowych wydziałach litologicznych dla ustalonych eksperymentalnie gęstości przestrzennych i dotychczas stosowanych wartości referencyjnych dla podstawowych typów rud są znaczne i mieszczą się w przedziale od –7,2% (niedoszacowanie w łupku smolistym) do 10% (przeszacowanie w piaskowcu węglanowym).

Zasoby Cu w wydziałach podstawowych ustalone na podstawie gęstości objętościowych wyznaczonych eksperymentalnie są wyższe niż zasoby ustalone dla wartości referencyjnych o: 4,0% dla serii węglanowej, 1,6% dla serii łupkowej i 4,1% dla serii piaskowcowej. Globalnie zasoby

przemysłowe oszacowane na podstawie gęstości przestrzennych dla wydziałów szczegółowych są o ok. 3% wyższe niż dla gęstości przestrzennych przyjmowanych w aktualnej dokumentacji geologicznej. Lokalnie wielkości różnic zasobów Cu mogą przyjmować większe lub mniejsze wartości z uwagi na zróżnicowany procentowy udział poszczególnych szczegółowych typów litologicznych rudy w profilu pionowym złoża.

W przypadku, gdy w furcie eksploatacyjnej jest przybierany w spągu tylko piaskowiec węglanowy lub siarczanowy, można się spodziewać lokalnie znacznych różnic w masie urobku, prognozowanej na podstawie gęstości objętościowych wyznaczonych eksperymentalnie dla wydziałów litologicznych szczegółowych i przyjmowanych w dokumentacji geologicznej dla wydziałów podstawowych (referencyjnych).

Wbrew oczekiwaniom wypływającym z rozważań teoretycznych siła korelacji między gęstością przestrzenną a zawartością Cu, zarówno dla modeli liniowych, jak i nieliniowych, jest co najwyżej umiarkowana, a w zdecydowanej większości słaba lub bardzo słaba, nierzadko w ogóle brak takiej korelacji w sensie statystycznym. W tej sytuacji ustalanie wartości gęstości objętościowej rudy na podstawie modelu wiążącego ten parametr z zawartością Cu jest mało wiarygodne i z tego powodu nieuzasadnione. Przyczyn słabej i niewystarczającej z praktycznego punktu widzenia korelacji można upatrywać w zmienności spoiwa i składu mineralnego materiału skalnego oraz jego porowatości.

W odróżnieniu od korelacji prostej, wyniki analiz korelacji i regresji wielorakiej wykazały nie tylko statystycznie istotną, lecz także silną lub bardzo silną z praktycznego punktu widzenia (ze współczynnikami korelacji od 0,64 do 0,97) zależność wiążącą gęstość przestrzenną typów szczegółowych wydziałów litologicznych z porowatością otwartą (dynamiczną) i zawartością Cu, przy czym dominujący wpływ na siłę zależności mają zmiany porowatości otwartej. Wyniki te znalazły jeszcze mocniejsze potwierdzenie we wstępnym badaniu (ograniczonym małą liczbą próbek – 24) korelacji między gęstością przestrzenną a porowatością całkowitą. Rezultat ten ważny z poznawczego punktu widzenia, nie ma jednak znaczenia dla usprawnienia metody oceny gęstości objętościowej.

Podziękowania. Autorzy składają wyrazy podziękowania pracownikom Działu Geologicznego ZG Polkowice–Sieroszowice za pomoc w realizacji badań i cenne dyskusje.

Praca częściowo zrealizowana w ramach badań statutowych Katedry Geologii Złożowej i Górniczej (nr 11.11.140.320) w 2017 roku oraz grantów dziekańskich (nr 15.11.140.856 i nr 15.11.140.625).

LITERATURA

- ABZALOV M.Z., 2013 — Measuring and modelling of dry bulk rock density for mineral resource estimation. *Applied Earth Science (Trans. Inst. Min. Metall. B)*, **122**, 1: 16–29.
- BLEINÈS C., BOURGES M., DERAISME J., GEFFROY F., JEANNÉE N., LEMARCHAND O., PERSEVAL S., RAMBERT F., RENARD D., TOUFFAIT Y., WAGNER L., 2016 — Isatis Technical References, Geovariances.
- KACZMAREK W., ROŻEK R., MRZYGLÓD M., JASIŃSKI W., 2014 — Litologia szczegółowa w bazie danych geologicznych KGHM Polska Miedź S.A. *Gór. Odkryw.*, **2/3**: 86–91.
- PIESTRZYŃSKI A. i in. (red.), 2007 — Monografia KGHM Polska Miedź S.A. Wyd. II. KGHM Cuprum Sp. z o.o., Lubin.
- PN-EN 1936:2010 Metody badań kamienia naturalnego – Oznaczanie gęstości i gęstości objętościowej oraz całkowitej i otwartej porowatości.
- NIEĆ M. (red.), 2012 — Metodyka dokumentowania złóż kopalni stałych. T. 3. Opróbowanie złóż. IGSMiE PAN, Kraków.
- SOKOŁOWSKI A., 2004 — O niewłaściwym stosowaniu metod statystycznych. *W: Materiały szkoleniowe StatSoft Polska: 5–14*. Internet: http://media.statsoft.nazwa.pl/_old_dnn/downloads/naukowe1.pdf (dostęp: maj 2017).
- STANISZ A., 2007 — Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach medycyny. T. 2. Modele liniowe i nieliniowe. StatSoft Polska: 21–63.
- STATGRAPHICS® Centurion XVII, User Manual 2017 by Statpoint Technologies, Inc.
- WRZOSEK A., 2015 — Wpływ oznaczeń gęstości przestrzennej na szacowanie zasobów kopaliny na przykładzie fragmentu złoża Polkowice–Sieroszowice [pr. inż.]. Arch. KGZiG AGH, Kraków.

SUMMARY

The volumetric density of eight lithologies from the Polkowice-Sieroszowice Cu-Ag deposit have been compared with the volumetric densities of the three basic ore types recognized in the current geological documentation. It was found that the resources of the analyzed lithologies are approximately 3% higher than these of the basic ore types. The correlation and regression analysis have shown that the porosity of rocks is the dominant factor affecting the volumetric density, whereas the Cu content plays a secondary role. Contour maps have showed that the values of the analyzed parameter within the individual units are highly

variable. Some of them have revealed the heterogeneity of spatial density that can be explained in terms of variability of mineral cement and porosity and the presence of non-copper heavy minerals (*e.g.*, galena, pyrite). Some lithologies of the basic ore types are characterized by a distinct variations of the average density (*e.g.*, clay sandstone – 2,35 Mg/m³ and carbonate sandstone – 2,55 Mg/m³). These variations should be taken into account while predicting the output for different locations of the mining. Besides, the knowledge of the density of individual lithologies enables more accurate estimation of their resources and production.